2.模糊統計分析

2.1 傳統問卷調查與網路調查差異

調查研究是目前各領域常用的方法，可用於描述性、解釋性或探索性的研究。隨著網路的發展，除了傳統問卷外，新興的網路調查亦成爲新的選擇。

網路調查雖然只有一個較爲短暫的歷史。但因調查研究的受訪者，正可借助以個人行爲爲主體的互聯網進行網路調查研究。所以網路調查顯現出來的獨特優點，開始勃興，甚至在一定範圍內呈現取代傳統調查方式而成爲一種主流調查方式的趨勢。本研究則更考慮應用模糊問卷方法進行調查。表 1.1 列出三者的差異與優缺點，瞭解網路調查逐漸成爲調查主流的原因。

表 1.1 傳統問卷與網路調查差異表

	傳統問卷	網路調查	模糊統計網路調查
調查方式	1.面對面訪談 2.電話訪談	1.放在網頁上 2.借助電子郵件	1.放在網頁上 2.借助電子郵件
主動性	被動式被訪談	由網民主動完成問卷	由網民主動完成問卷
回收率	寄回問卷意願低	主動 email 回寄問卷或直接傳回，回收效率高	主動 email 回寄問卷或直接傳回，回收效率高
成本	紙張、人事花費高	只需程式設計	只需程式設計
效率	時間花費長	因傳輸速度快，具高效率	因傳輸速度快，具高效率
資料採集統計	資料採集慢且易因資料輸入過程而有遺漏、編誤	1.全由電腦收集、輸入、統計計算 2.傳統資料	1.全由電腦收集、輸入、統計計算模糊資料 2.藉由模糊資料更瞭解受訪者所表達的內容、事物
爭議敏感問題	受訪者易因心理因素回避問題	由受訪者主動匿名回覆，較爲客觀和可靠	1.由受訪者主動匿名回覆，較爲客觀和可靠 2.由模糊資料更清楚反應出受訪者的感受

2.2 模糊抽樣調查

抽樣調查乃依據特定研究目的，從人類現實社會中蒐集資料以驗證事實的一套合乎科學的研究方法。它探討人類行爲模式與思想理念，提供決策參考或作爲學術理論基礎。但是

在科學研究中所提假設，定義範圍及其發展成可測量的經驗指標時，由於問卷的設計上遣辭用句，語意順序以及問題型式關係，結果就產生相當差異。

傳統問卷設計與分析，常用勾選的方式讓受訪者在數個選項中選唯一個答案。如調查人類的心情時，人的心情是否可以用好或不好來完全分隔清楚呢?其實絕大多數人的內心是介於中間，當受訪者的回答不只一個時，單一選答結果，可能造成資料難以精準地反映事實真相。模糊問卷調查利用模糊邏輯概念來改良傳統問卷，允許受訪者在數個選項中填寫隸屬度，改進傳統問卷。

然而重要的課題是--如何獲取模糊樣本?

2.3 模糊統計量

統計分析在各個領域中皆被廣泛利用。一些基本的統計參數，如期望值、中位數及眾數等，並不因其方法簡單而失其重要性。在分析資料時，這些參數能夠簡單且快速地描述資料的基本結構，因此，在模糊統計中，我們亦提出一些關於模糊統計量：模糊樣本平均數、模糊樣本眾數與模糊樣本中位數的定義。

2.3.1 模糊樣本平均數(Fuzzy sample mean)

定義 2.1　離散型模糊樣本平均數

設 U 為一論域，令 $L=\{L_1, L_2, \cdots, L_k\}$ 為佈於論域 U 上的 k 個語言變數，$\{x_i = \frac{m_{i1}}{L_1} + \frac{m_{i2}}{L_2} + \cdots + \frac{m_{ik}}{L_k}, i = 1, 2, \cdots, n\}$ 為一組模糊樣本（$\sum_{j=1}^{k} m_{ij} = 1$）。則模糊樣本平均數為

$$\overline{Fs} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_{i1}}{L_1} + \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_{i2}}{L_2} + \cdots + \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_{ik}}{L_k} \qquad (2.1)$$

其中 m_{ij} 為第 i 個樣本相對於語言上變數 L_j 之隸屬度。

例 2.1 離散型模糊平均數對午餐滿意度調查

公司欲瞭解員工對餐廳午餐料理的滿意程度，做為餐廳廠商續約的依據，於是任意挑出五位員工 A、B、C、D、E 做調查，每位員工對料理滿意度的隸屬度如表 2.1

表 2.1 員工對料理滿意度之隸屬度選擇

滿意程度	L1 非常不滿意	L2 不滿意	L3 普通	L4 滿意	L5 非常滿意
A	0.1	0.6	0.3	0	0
B	0	0.4	0.6	0	0
C	0	0.3	0.4	0.3	0
D	0	0.4	0.6	0	0
E	0	0.2	0.7	0.1	0

則模糊樣本平均數為:

$$\overline{Fs}=\frac{\frac{1}{5}(0.1+0+0+0+0)}{\text{非常不滿意}}+\frac{\frac{1}{5}(0.6+0.4+0.3+0.4+0.2)}{\text{不滿意}}+\frac{\frac{1}{5}(0.3+0.6+0.4+0.6+0.7)}{\text{普通}}$$
$$+\frac{\frac{1}{5}(0+0+0.3+0+0.1)}{\text{滿意}}+\frac{\frac{1}{5}(0+0+0+0+0)}{\text{非常滿意}}$$
$$=\frac{0.02}{\text{非常不滿意}}+\frac{0.38}{\text{不滿意}}+\frac{0.52}{\text{普通}}+\frac{0.08}{\text{滿意}}+\frac{0}{\text{非常滿意}}$$

此模糊樣本平均數所代表的意義為:『非常不滿意』的隸屬度為 0.02,『不滿意』的隸屬度為 0.38,『普通』的隸屬度為 0.52,『滿意』的隸屬度為 0.08,『非常滿意』的隸屬度為 0.38。此模糊平均數是一個模糊數,表現出料理的平均滿意程度最有可能為『普通』、其次為『不滿意』。由平均滿意度而言,員工對此廠商滿意程度較低,應更換較佳。

定義 2.2　連續型模糊樣本平均數

設 U 為一論域,令 $\{L_1, L_2, \cdots, L_k\}$ 為佈於論域 U 上的 k 個語言變數,$\{x_i=[a_i,b_i], i=1,2,\cdots,n\}$ 為一組模糊樣本,則模糊樣本平均數為:

$$\overline{Fx}=[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a_i,\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}b_i] \qquad (2.2)$$

例 2.2 連續型模糊平均數對新屋每坪價格調查

房仲業者欲瞭解一般大眾對淡水區每坪房價的預估,做為銷售房屋的依據。從調查出五位民眾預估的一組模糊樣本為[8 萬元,10 萬元],[9 萬元,12 萬元],[8 萬元,12 萬元] ,

［9 萬元, 14 萬元］，［10 萬元, 16 萬元］，則模糊樣本平均數為：

$$\overline{Fs} = [\frac{8+9+8+9+10}{5}, \frac{10+12+12+14+16}{5}]$$
$$= [8.8萬元, 12.8萬元]$$

這個資訊可以提供給淡水區的房介業者作為房屋買賣時的參考。

2.3.2 模糊樣本眾數(Fuzzy sample mode)

定義 2.3　離散型模糊樣本眾數

設 U 為一論域，令 $L = \{L_1, L_2, \cdots, L_k\}$ 為佈於論域 U 上的 k 個語言變數，$\{x_i = \frac{m_{i1}}{L_1} + \frac{m_{i2}}{L_2} + \cdots + \frac{m_{ik}}{L_k}, i = 1, 2, \cdots, n\}$ 為一組模糊樣本（$\sum_{j=1}^{k} m_{ij} = 1$）。令 $T_j = \sum_{j=1}^{n} m_{ij}$。則我們稱擁有最大的 T_j 之 L_j 為模糊樣本眾數(Fuzzy mode　簡記　FM)，即

$$FM = \{\ L_j\ ：相對之\ j\ 項，使得 T_j = \max_{j=1,2,\ldots k} T_j\ \} \qquad (2.3)$$

假設存在兩組以上之 L_j 其最大 T_j 值相等，則我們稱此組資料具有多個模糊樣本眾數或是具有多重共識。

例 2.3 離散型模糊眾數對校外教學地點的選擇

學校欲舉行一年級學生校外教學，計有金山、陽明山、鶯歌、淡水四個地方。由主任及導師共八人投票的結果如表 2.2

表 2.2 校外教學地點的選擇

投票	金山	陽明山	鶯歌	淡水
1	0.4	0.6	0	0
2	0.5	0	0.4	0.1
3	0.1	0	0.4	0.5
4	0.4	0	0.6	0
5	0	0.8	0.2	0
6	0.6	0	0.4	0
7	0.4	0.6	0	0
8	0	0	0.7	0.3
總計	2.4	2.0	2.7	0.9

由模糊眾數投票計算，鶯歌的隸屬度 2.7 最高，即選擇校外教學地點為鶯歌。若以傳統方式為投票結果，則可得金山 2 票、陽明山 3 票、鶯歌 2 票、淡水 1 票。看起來應選擇陽明山，但從模糊眾數所表示的情形中，可得知陽明山雖為最多票，但鶯歌卻是大家較能接受的地點，所以在此應選擇令大家能接受且較不極端的結果為佳。

定義 2.4　連續型模糊樣本眾數（樣本為連續型且為均勻分配）

設 U 為一論域，令 $L=\{L_1, L_2, \cdots, L_k\}$ 為佈於論域 U 上的 k 個語言變數，$\{S_i=[a_i, b_i], i=1, 2, \cdots, n\}$ 為論域 U 裡一組模糊樣本。若存在一點 $x(x\in U)$ 被樣本所覆蓋，其覆蓋 x 之所有樣本為一群落，且令最大的群落為 MS。則模糊樣本眾數為最大的群落的所有模糊樣本之交集，記為

$$FM=[a,b]=\{\cap[a_i,b_i]\,|\,[a_i,b_i]\subseteq MS\} \qquad (2.4)$$

例 2.4 連續型模糊眾數對調薪幅度調查

公司老闆欲針對內部員工進行薪資調整。召集五個部門的主管，徵詢他們的意見。得到 I_1=[1, 1.5]，I_2= [2, 2.5]，I_3= [1.5, 2.5] ，I_4= [2, 3] ，I_5= [2, 3.5]，單位:%。則模糊樣本眾數找出的最大群落為 I_2 , I_4 , I_5 且 $I_2\cap I_4\cap I_5$ =[2, 2.5] ，所以調薪幅度可選擇在 2%~2.5%之間。這個資訊可以提供給老闆在調整薪資時的參考。

2.3.3 模糊樣本中位數(Fuzzy sample median)

定義 2.5　離散型模糊樣本中位數

設 U 為一論域，令 $L=\{L_1, L_2, \cdots, L_k\}$ 為佈於論域 U 上的 k 個有序變數，$\{x_i=\frac{m_{i1}}{L_1}+\frac{m_{i2}}{L_2}+\cdots+\frac{m_{ik}}{L_k}, i=1, 2, \cdots, n\}$，$\sum_{j=1}^{k} m_{ij}=1$ 為自論域中抽出的一組模糊樣本，為 x_{if} 對應於 x_i 模糊樣本之反模糊化值。

令 $x_{(i)}$ 為 x_i 排序後而得的有序樣本值，則定義離散型模糊模本中位數為：

$$Fmedian(X)=\begin{cases} x_{(\frac{n}{2})} & \text{若}n\text{為奇數} \\ \dfrac{x_{(\frac{n}{2})}+x_{(\frac{n}{2})+1}}{2} & \text{若}n\text{為偶數} \end{cases} \qquad (2.5)$$

例 2.5 離散型模糊中位數對新屋大小調查

建設公司欲訂定新建設之大樓每戶大小坪數。假設有 16 坪、20 坪、26 坪、30 坪、36 坪五種大小。公司欲瞭解一般大眾對何種坪數最為接受，隨意抽取六位民眾作調查。每位民眾對坪數的隸屬度如表 2.3:

表 2.3 六位民眾對新屋坪數之隸屬度選擇

坪數	16	20	26	30	36	x_{if}
1	0	0	0.5	0.5	0	28
2	1	0	0	0	0	16
3	0	0.2	0.8	0	0	24.8
4	0	0.4	0.6	0	0	23.6
5	0	0	0.4	0.3	0.3	30.3
6	0	0	0.8	0.2	0	26.8

樣本數 n=6，且 x_{3f}=23.6， x_{4f}=24.6，而對應 x_{3f} ， x_{4f} 的樣本值為

$$x_3 = \frac{0}{16} + \frac{0.2}{20} + \frac{0.8}{26} + \frac{0}{30} + \frac{0}{36} ,$$

$$x_6 = \frac{0}{16} + \frac{0}{20} + \frac{0.8}{26} + \frac{0.2}{30} + \frac{0}{36} ,$$

故模糊中位數為:

$$Fmedian = \frac{0}{16} + \frac{\frac{0.2+0}{2}}{20} + \frac{\frac{0.8+0.8}{2}}{26} + \frac{\frac{0+0.2}{2}}{30} + \frac{0}{36} = \frac{0}{16} + \frac{0.1}{20} + \frac{0.8}{26} + \frac{0.1}{30} + \frac{0}{36}$$

即以 26 坪大小最能讓一般大眾接受。

定義 2.6　連續型模糊樣本中位數

設 U 為一論域，令 $\{x_i = [a_i, b_i], i = 1, 2, \cdots, n\}$ 為自其中抽出的一組模糊區間樣本。令 c_i 為 x_i 之中點，l_i 為 x_i 之長度。則連續型模糊樣本中位數(Fuzzy median 簡記 Fmedian)，以 median$\{c_i\}$為中心，以 l_i 的中位數為直徑的區間。i.e.

$$Fmedian = (c\ ;\ r\ )\ ,\ c{=}median\{\ c_i\ \}\ ,\ r = \frac{median\{l_i\}}{2} \qquad (2.6)$$

例 2.6 連續型模糊中位數對擴廠投資金額調查

老闆往大陸建廠投資，請六位投資顧問專家進行評估分析，六位專家分別對投資金額提出建議如下表：

表 2.4 投資金額之模糊中位數(單位:千萬元台幣)

	A	B	C	D	E	F
建議金額	1~2	1~3	2~3	3~5	2~6	12~16
c_i	1.5	2	2.5	4	4	14
l_i	1	2	1	2	4	4

因為 F 提出金額遠大於他人，故採模糊中位數。由模糊中位數定義可得區間(3.25;2)千萬元，也就是投資金額在 1.25 到 5.25 千萬元之間。

2.4 模糊樣本排序

在傳統的統計分析方法中，排序是一個很重要的步驟，利用排序可以從中了解資料的分布型態、集中趨勢等。但如果樣本資料是模糊數或是模糊區間值時，找到有效且簡易的排序方法是很重要的課題。

對於不同的隸屬度函數類型，適用的模糊排序方法也會有所不同。在特殊情況下我們會依欲求之目標來做調整，因此有些時候計算是較煩瑣不易的。再者，連續型的模糊區間樣本，在排序問題上遠比離散型的模糊樣本來得複雜，而有關連續型的模糊區間樣本排序方法，也較少文獻提及。

基於以上的考量，我們針對日常生活較常見的均勻分配模糊資料型態，嘗試以軟計算及配合模糊理論，針對多值邏輯模糊數及模糊區間數，提出有效且簡易的排序方法，並將此構思應用於檢定方法上。

相關排序的文獻很多，Cheng(1988)利用計算距離的方法來比較模糊數大小；Liou 與 Wang(1992)則是針對具有隸屬度函數之模糊數，利用積分的方法來比較模糊數的期望值大小，以用來做模糊數之排序；Kaufmann 與 Gupta(1988)針對具有三角形隸屬度函數

的模糊數，利用其三頂點的值，提出一個排序的三法則；針對梯形隸屬度函數的模糊數，利用其重心的值，提出一個排序的方法。本研究即利用梯形隸屬度函數做爲排序方法。在此我們利用梯形隸屬度函數的重心值與原點之間的距離，比較梯形隸屬度函數的排序：

定義 2.7　梯形隸屬度模糊數之重心值及距離

設 $A=[a,b,c,d]$ 為一梯形模糊樣本，其重心值

$$W(A)=(\bar{x},\bar{y})=\left(\frac{\int_a^d x[f(x)-g(x)]dx}{\int_a^d [f(x)-g(x)]dx},\ \frac{\frac{1}{2}\int_a^d [f^2(x)-g^2(x)]dx}{\int_a^d [f(x)-g(x)]dx}\right) \tag{2.7}$$

$$\left(f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-a}{b-a} & a\le x\le b\\ 1 & b\le x\le c\\ \dfrac{d-x}{d-c} & c\le x\le d\end{cases},\ g(x)=0\ 。\right)$$

與原點之間的距離 $D(A)=\sqrt{\bar{x}^2+\bar{y}^2}$ 。

例 2.7 梯形隸屬度模糊數之重心值

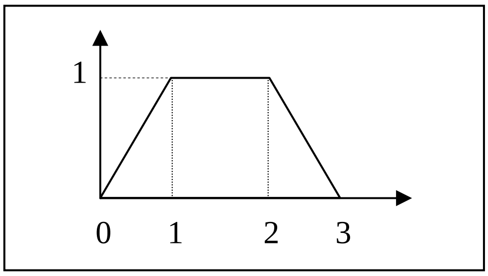
設 $A=[0,1,2,3]$ 為一梯形模糊樣本，其重心值

$$W(A)=(\bar{x},\bar{y})=\left(\frac{\int_0^3 x[f(x)-g(x)]dx}{\int_0^3 [f(x)-g(x)]dx},\ \frac{\frac{1}{2}\int_0^3 [f^2(x)-g^2(x)]dx}{\int_0^3 [f(x)-g(x)]dx}\right)=(1.50,0.42)$$

$$\left(f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-0}{1-0} & 0\le x\le 1\\ 1 & 1\le x\le 2\\ \dfrac{3-x}{3-2} & 2\le x\le 3\end{cases},\ g(x)=0\ 。\right)$$

$$D(A)=\sqrt{\bar{x}^2+\bar{y}^2}=1.56$$

圖 2.1 梯形隸屬度模糊數 A



定義 2.8　連續型模糊排序（梯形隸屬度函數）

A_i 與 A_j 為兩個梯形隸屬度模糊樣本，若 $D(A_i) \le D(A_j)$，則 $A_i \leqq A_j$。若 $D(A_i) = D(A_j)$ 時，我們稱 $A_i = A_j$ ， 即 $\{A_i\}$ 與 $\{A_j\}$ 形成相持(tie)。

2.5 模糊檢定

2.5.1 模糊排序法應用於 Sign Test 檢定

符號檢定可說是起源最早的統計檢定方法，通常用來檢定兩母體 X, Y 是否相等，這裡相等的意思是指中位數沒有差異的情形。

符號檢定也可以推廣用來檢定單一母體的中位數。例如若要檢定母體的中位數是否爲某特定值 M_0 時，其統計假設 $H_0: M_x = M_0$, $H_1: M_x \ne M_0$ 。再由隨機從母體抽取 n 個樣本，然後比較樣本值跟 M_0 之大小。若 $X_i > M_0$ 時，記以"＋"，若 $X_i < M_0$ 時，記以"－"（捨去 $X_i = M_0$ ）。如果該母體 X 的中位數確實是 M_0 ，那麼出現"＋"的總數應與"－"的總數差不多。如果相差頗大時，則我們可以說母體 X 的中位數不等於某特定值 M_0 。

本研究所使用之梯形隸屬度模糊樣本，正可以利用 2.4 節中所述之排序方法。檢定單一母體的中位數，將所得之值與 M_0 的大小作比較，所得之符號檢定法。另外爲了簡潔起見，本節之檢定法均介紹雙尾檢定過程，單尾檢定的情形，均可比類推。

梯形模糊樣本符號檢定程序

1. 樣本：一組隨機的梯形隸屬度模糊樣本 $\{A_i\}$

2. 統計假設： $H_0: M_x = M_0$, $H_1: M_x \ne M_0$

3. 統計量：T＝（出現 $D(A_i) > D(M_0)$ 的總數）

4. 決策法則：在顯著水準 α 下的雙尾檢定

$$當 \quad P(T \le C_\alpha) = \sum_{i=0}^{C_\alpha} C_i^{n'} (\frac{1}{2})^{n'} < \frac{\alpha}{2}$$

$$或者 \quad P(T \ge C_\alpha) = \sum_{i=C}^{C_\alpha} C_i^{n'} (\frac{1}{2})^{n'} < \frac{\alpha}{2}$$

則拒絕 H_0　　（n' 為 $D(A_i) \ne D(M_0)$ 的總數）

例 2.9 梯形隸屬度函數應用於公車等待時間調查

公車營運處欲調查一般民眾在車站時等待的時間，是否能符合他們的公車間隔時間。然而尖峰跟離峰時間，公車的隔間時間並不一致。故無法使用一般問卷調查方式，我們可利用梯形隸屬度來做調查。調查民眾等待的時間是否與 $M_0 = [0, 0.5, 5, 15]$（單位：分）相等。隨機抽取 10 位民眾，得到資料如下：

表 2.5 公車等待時間(梯形模糊樣本符號檢定)

編號	a	b	c	d	$(\bar{x}, \bar{y})$	$D(A_i)$	$D(M_0)$	sign
1	1	2	3	5	(2.80, 0.40)	2.83	5.57	−
2	0	1	5	15	(5.68, 0.40)	5.70	5.57	+
3	0	0.5	10	30	(10.97, 0.41)	10.98	5.57	+
4	2	3	10	10	(6.24, 0.49)	6.26	5.57	+
5	1.5	1	10	15	(6.97, 0.47)	6.98	5.57	+
6	0	0.2	2	5	(1.91, 0.42)	1.96	5.57	−
7	0.5	0.5	5	10	(4.15, 0.44)	4.17	5.57	−
8	0.2	1	3	12	(4.54, 0.38)	4.55	5.57	−
9	0	1	5	10	(4.14, 0.43)	4.16	5.57	−
10	2	3	10	30	(12.2, 0.40)	12.20	5.57	+

統計假設：$H_0: M_x = M_0$, $H_1: M_x \ne M_0$

由表 2.7 可得到正號總數 $T = 5$ ，$n = 10 - 0 = 10$ ，相持(tie)不記。用雙尾檢定

在 $\alpha = 0.01$ 顯著水準下，

$$P(T \le 5) = 0.623 > \frac{\alpha}{2} = 0.005$$

$$P(T \ge 5) = 0.623 > \frac{\alpha}{2} = 0.005$$

故接受 H_0 ，即公車營運處所預估的時間與民眾真實感受的到時間差不多。

2.5.2 模糊排序法應用於 Wilcoxon Sign-Rank Test 檢定

符號檢定法僅利用到樣本中位數的差異方向（正或負），並沒有考慮差量大小。因此在檢定過程中，可能會失去一些重要的資料訊息。威克生(1945)提出符號等級檢定方法，將差量大小與符號方向同時納入考慮。也就是對差量愈大的配對，給予愈大的權值，如此也提高了檢定方法之檢定力。

在檢定單一母體時，威克生符號等級檢定方法的概念為：假設我們由隨機樣本 $\{A_i, i = 1, 2, \cdots, n\}$，檢定其中位數是否與特定值M₀有差異。令 $d_i = D(A_i) - D(M_0)$ ，對 d_i 取絕對值，將｜ d_i ｜由小到大排列，給予等級 $1, 2, \cdots, n$ ，若有數個｜ d_i ｜值相等，則取其在不同值下所對應等級的平均值。且｜ d_i ｜等級和為 $\frac{n(n+1)}{2}$ 。

令 T^+ 為所有 d_i 為正數的等級和，T^- 為所有 d_i 為負數的等級和。則在統計假設 $H_0: M_x = M_0$, $H_1: M_x \ne M_0$ 下，若 T^+ 或 T^- 接近 $\frac{n(n+1)}{4}$ ，則我們可以接受 H_0 。反之，若 T^+ 或 T^- 接近 0 或 $\frac{n(n+1)}{2}$ ，則我們拒絕 H_0 。

梯形模糊樣本威克生等級檢定程序

1. 樣本：一組隨機的梯形隸屬度模糊樣本｛ A_i ｝。

2. 統計假設： $H_0: M_x = M_0$, $H_1: M_x \ne M_0$

3. 統計量： $T = T^+$ 或 T^- 中較小值

4. 決策法則：在顯著水準 α 下的雙尾檢定，查表，若 $T < T_{\frac{\alpha}{2}}$ ，則拒絕 H_0 。

例 2.10 梯形隸屬度函數應用於公車等待時間調查

由例 2.9，我們可以更進一步去使用威克生等級檢定方式：

表 2.6 公車等待時間(梯形模糊樣本威克生等級檢定)

編號	a	b	c	d	$(\bar{x}, \bar{y})$	$D(A_i)$	$D(M_0)$	$D(A_i)-D(M_0)$	等級
1	1	2	3	5	(2.80, 0.40)	2.83	5.57	-2.74	7
2	0	1	5	15	(5.68, 0.40)	5.70	5.57	0.13	1
3	0	0.5	10	30	(10.97, 0.41)	10.98	5.57	5.41	9
4	2	3	10	10	(6.24, 0.49)	6.26	5.57	0.70	2
5	1.5	1	10	15	(6.97, 0.47)	6.98	5.57	1.42	6
6	0	0.2	2	5	(1.91, 0.42)	1.96	5.57	-3.61	8
7	0.5	0.5	5	10	(4.15, 0.44)	4.17	5.57	-1.39	4
8	0.2	1	3	12	(4.54, 0.38)	4.55	5.57	-1.02	3
9	0	1	5	10	(4.14, 0.43)	4.16	5.57	-1.40	5
10	2	3	10	30	(12.2, 0.40)	12.20	5.57	6.64	10

統計假設：$H_0 : M_x = M_0$, $H_1 : M_x \neq M_0$

由表 2.7 可得到正號總和$T^+ = 1+9+2+6+10 = 28$

負號總和$T^- = 7+8+4+3+5 = 27$，$n = 10-0 = 10$，相持(tie)不記。用雙尾檢定

在$\alpha = 0.01$顯著水準下，查表可得$T_{0.005} = 3$

所以$T^- = 27 > T_{0.005} = 3$，故接受H_0

即在進一步檢定中，公車營運處所預估的時間亦與民眾真實感受的到時間差不多。