

5 模擬信用損失分配

前面的章節中，我們由因子模型開始介紹，一路到傳染性因子模型，最後為連續型移轉矩陣修正無條件違約機率。在本章中，我們要利用上述的兩個因子模型配以修正後的無條件違約機率來模擬出信用損失分配。由相關性的概念，我們預期加入傳染性效果後的因子模型，其模擬出的信用預期損失會大於沒有傳染性效果的因子模型。另外，我們也將發現加入傳染性效果後，各種衡量尾端損失的信用風險指標也會大於未加入傳染性效果的因子模型。以下先對蒙地卡羅模擬所需資料進行說明。

5.1 資料說明

本文的模型估計和蒙地卡羅模擬將以台灣地區具有季股價資料以及季信用評等的上市櫃公司為對象。由於本文採用的信用評等為 TCRI，資料時間範圍為 2000 年 3 月至 2008 年 9 月共 35 季。依此，我們最後採取的樣本公司共有 537 家上市櫃公司。另外，本文採用以 1996 年為基期的臺灣股價加權指數作為共同因子。再者，無條件違約機率則採取第四章中的連續型移轉矩陣得出的季無條件違約機率，結果可參閱表 1 (頁 35)。最後，為了計算傳染性因子模型中的產業違約比率，我們還尚需為樣本中的 537 家上市櫃公司分成不同產業，各產業下再以各公司的違約曝顯額細分為 I 類公司與 C 類公司⁷。

針對產業分類，我們將 537 家上市櫃公司共分成 9 大產業，產業內容如下

- 產業 1:
食品、罐頭加工、油脂飼料、飲料乳品、其他食品。
- 產業 2:
水泥、石化、塑膠、運輸、汽車陸運業、貨運倉儲業、空運業、其他運輸業。
- 產業 3:

⁷本文中的違約曝顯額定義為金融性負債，其內容為以下各項加總：(1) 短期借款、(2) 應付商業本票、(3) 一年內到期長期負債，以及 (4) 長期負債。

其他紡織、人織、棉紡、成衣、毛紡。

- 產業 4

機械業、電機製品、家電製品、其他電製品、電線、橡膠輪胎、輪胎、橡膠、橡膠原料、汽車、汽機車、汽車買賣。

- 產業 5

化學、玻璃、造紙、紙漿。

- 產業 6

鋼鐵、金屬基本、金屬製品。

- 產業 7

資訊、系統製品、主機板系、I/O 準系統、電子零組件、網路數據機、IC 產製、通訊網路、通路、消費性電子、軟體服務、其他電子。

- 產業 8

建設、營造、工程承攬。

- 產業 9

觀光、百貨、百貨批發、貿易業、其它。

進一步地，針對上述 9 大產業，每一個產業皆以 2008 年 9 月違約曝顯額的前 20% 大的公司設定為 I 類公司，該產業的其餘公司則為 C 類公司，我們將 537 家樣本上市櫃公司的分類情形以下表羅列

表 2: 產業分組下的 I 類及 C 類公司分布

| 產業別 | I 類公司 | C 類公司 | 產業內公司數 |
|-----|-------|-------|--------|
| 1 | 5 | 16 | 21 |
| 2 | 10 | 39 | 49 |
| 3 | 10 | 36 | 46 |
| 4 | 10 | 37 | 47 |
| 5 | 10 | 38 | 48 |
| 6 | 6 | 21 | 27 |
| 7 | 42 | 166 | 208 |
| 8 | 9 | 33 | 42 |
| 9 | 10 | 39 | 49 |
| 總和 | 112 | 425 | 537 |

將 9 大產業內的 I 類及 C 類公司決定好後, 即可再以 TCRI 的評等資料得到產業違約比率此變數。至此, 我們得到所有估計以及蒙地卡羅模擬所需資料。

5.2 模型估計

由上述的資料, 我們先估計第二章的單因子模型並將估計結果以 2008 年 9 月的信用評等, 分成 9 組表示如下

表 3: 無傳染性效果因子模型以評等分組之平均估計值*

| TCRI | 截距項 | 共同因子參數 | 標準差 | 相關係數 | 門檻值 |
|------|--------|--------|--------|--------|---------|
| 1 | 0.0305 | 0.5505 | 0.0977 | 0.5665 | -0.6453 |
| 2 | 0.0345 | 0.7659 | 0.1129 | 0.6774 | -0.7584 |
| 3 | 0.0501 | 0.9784 | 0.1596 | 0.6089 | -0.8792 |
| 4 | 0.0449 | 0.9585 | 0.1652 | 0.5915 | -0.7992 |
| 5 | 0.0424 | 1.0211 | 0.1807 | 0.5862 | -0.7606 |
| 6 | 0.0336 | 1.1571 | 0.1901 | 0.6118 | -0.7517 |
| 7 | 0.0379 | 1.2881 | 0.2330 | 0.5713 | -0.7452 |
| 8 | 0.0334 | 1.4421 | 0.2457 | 0.6004 | -0.7234 |
| 9 | 0.0186 | 1.2246 | 0.2423 | 0.5314 | -0.5869 |

* 以評等分組之估計值, 意指個別公司估計後, 再將同評等下的模型估計值加以平均。

由表 3 我們可以看出, 評等越高的公司, 共同因子的參數估計值似乎越小, 這意味著評等越好的公司受共同因子雖會受共同因子影響, 但是影響程度比低評等公司小。另外, 評等較高公司的標準差較小, 這表示評等較好的公司其股價報酬的個別波動性會比評等較差公司來的小。再者, 就相關性來說, 普遍顯示評等較高的公司相關係數較大。最後, 就門檻臨界值來看, 評等較高的公司其門檻值較低, 顯示高評等公司較低評等公司不易違約。以下, 我們再將有傳染性效果的因子模型, 同樣以評等分組方式表示平均參數估計值, 如下表所示

表 4: 傳染性效果因子模型以評等分組之平均估計值

| TCRI | 截距項 | 共同因子參數 | 傳染性效果參數 | 標準差 | 相關係數 | 門檻值 |
|------|--------|--------|---------|--------|--------|---------|
| 1 | 0.0305 | 0.5504 | 0 | 0.0977 | 0.5665 | -0.6453 |
| 2 | 0.0353 | 0.7634 | -0.1239 | 0.1129 | 0.6750 | -0.7572 |
| 3 | 0.0432 | 0.9829 | 0.5813 | 0.1582 | 0.6177 | -0.8836 |
| 4 | 0.0432 | 0.9608 | -0.0380 | 0.1652 | 0.5928 | -0.8013 |
| 5 | 0.0401 | 1.0229 | 0.0550 | 0.1806 | 0.5871 | -0.7630 |
| 6 | 0.0312 | 1.1644 | -0.4572 | 0.1899 | 0.6164 | -0.7563 |
| 7 | 0.0344 | 1.3017 | -0.8432 | 0.2317 | 0.5829 | -0.7513 |
| 8 | 0.0309 | 1.4420 | -0.8579 | 0.2458 | 0.6007 | -0.7245 |
| 9 | 0.0152 | 1.2265 | -0.3261 | 0.2427 | 0.5333 | -0.5887 |

由表 4 可看出, 加入傳染性效果後之共同因子參數估計值和無傳染性效果時一致。亦即, 高評等的公司在加入傳染性效果後之共同因子參數較低評等公司為低。另外, 評等為 1 的公司之傳染性效果參數平均估計值為 0, 顯示評為第 1 等的公司, 於其所屬產業皆無違約的歷史經驗, 而其他評等則有 6 個評等之傳染性效果估計值為負, 其他 2 個為正。顯示傳染性效果在不同評等的公司存在一定影響力, 因此也會造成整體資產組合損失率的改變。就標準差而言, 則普遍也顯示高評等公司的個別變異較低, 和無傳染性效果時的估計結果一致, 門檻值亦同。最後, 就相關性來看, 我們先將表 3 以及表 4 的相關係數萃取出來, 以下列簡表呈現

表 5: 有無傳染性效果的相關性以評等分組之比較

| TCRI | 傳染性之相關係數 | 無傳染性之相關係數 |
|------|----------|-----------|
| 1 | 0.5665 | 0.5665 |
| 2 | 0.6750 | 0.6774 |
| 3 | 0.6177 | 0.6089 |
| 4 | 0.5928 | 0.5915 |
| 5 | 0.5871 | 0.5862 |
| 6 | 0.6164 | 0.6118 |
| 7 | 0.5829 | 0.5713 |
| 8 | 0.6007 | 0.6004 |
| 9 | 0.5333 | 0.5314 |

由表 5 可以很清楚地看出, 加入傳染性效果後, 除評等為第 2 等的公司外, 其餘評等下的公司皆呈現了更高的相關, 這也映證我們在第三章時曾說過, 傳染性效果因子模型設計就是要為了加強相關性, 並檢視增加相關性後對信用風險之各風險指標有何影響。

以下, 我們再將傳染性效果因子模型的估計結果以產業分組, 如下表所示

表 6: 傳染性效果因子模型以產業分組之平均估計值

| 產業 | 截距項 | 共同因子參數 | 傳染性效果參數 | 標準差 | 相關係數 |
|----|--------|--------|---------|--------|--------|
| 1 | 0.0386 | 0.7346 | 0 | 0.1418 | 0.5289 |
| 2 | 0.0581 | 1.0261 | -1.0605 | 0.1819 | 0.5684 |
| 3 | 0.0217 | 1.0317 | -5.0059 | 0.1715 | 0.6159 |
| 4 | 0.0357 | 0.7972 | 0 | 0.1577 | 0.5193 |
| 5 | 0.0268 | 1.0497 | 1.9811 | 0.1751 | 0.6210 |
| 6 | 0.0148 | 1.0055 | 1.2574 | 0.2529 | 0.4654 |
| 7 | 0.0320 | 1.3487 | 0 | 0.2057 | 0.6632 |
| 8 | 0.0633 | 1.2943 | 0 | 0.2433 | 0.5594 |
| 9 | 0.0375 | 0.7736 | 0 | 0.1662 | 0.4971 |

由表 6 可看出, 在截距項或共同因子參數沒有特別的趨勢, 但在傳染性效果參數有 5 個產業的平均估計值為零, 顯示這 5 個產業中, 在本文的觀察期間皆無出現違約事件亦或

參數估計值在加總過程中相互消去。另外，第 2 產業以及第 3 產業的傳染性效果為負，且第 2 產業的傳染性效果相對於第 5 和第 6 產業的效果大很多，因此就產業來看，傳染性效果確實會造成公司股價報酬降低，進而使得整體組合資產損失率增加。最後，就相關性來看，我們再將無傳染性效果下，以產業分組的相關性和表 6 有傳染性的相關性做比較，已下表呈現之

表 7: 有無傳染性效果的相關性以產業分組比較

| 產業 | 傳染性之相關係數 | 無傳染性之相關係數 |
|----|----------|-----------|
| 1 | 0.5289 | 0.5289 |
| 2 | 0.5684 | 0.5604 |
| 3 | 0.6159 | 0.6138 |
| 4 | 0.5193 | 0.5193 |
| 5 | 0.6210 | 0.5977 |
| 6 | 0.4654 | 0.4495 |
| 7 | 0.6632 | 0.6632 |
| 8 | 0.5594 | 0.5594 |
| 9 | 0.4971 | 0.4971 |

由表 7 可知，第 1、4、7、8、9 個產業，不論有無傳染效果，相關性皆一樣。這是因為在這 5 個產業中，皆無違約事件的發生，因此沒有傳染性效果的參數估計值，以致無法增加相關性，但其他產業確實在有傳染性效果下，相關性確實有增加，這又一再印證不論是以產業亦或以評等來看，加入傳染性效果後的因子模型無疑地增加了相關性。有了各參數估計值後，以下我們進行蒙地卡羅模擬損失率分配。

5.3 蒙地卡羅模擬整體資產組合損失分配

上一節中我們大致了解加入傳染性效果後，相關性會因此增加。在本節中，我們要利用之前所估計出的參數來模擬整體資產組合損失分配，我們將會看到，加入傳染性效果後，各

信用風險統計值將會比無傳染性效果來的大。我們重述整體資產組合損失率分配如下

$$L = \sum_{i=1}^N w_i LGD_i L_i \quad (5-1)$$

其中, LGD_i 為違約損失率。 w_i 為違約曝顯額占總曝顯額比率, 若另單一交易對手的曝顯額為 EAD_i , 則 $w_i = \frac{EAD_i}{\sum_{i=1}^N EAD_i}$ 。(5-1) 式正是我們要用來模擬損失分配的數學式。在此, 我們仍然要強調, (5-1) 式所使用的違約損失率概假設為 100%, 違約曝顯額則由外生決定。本文中的模擬步驟如下

步驟 1 估計未知參數 (已在 5.2 節中估計完畢。)

步驟 2 模擬適用於全體公司的共同因子。

步驟 3 模擬適用於個別公司的個別因子。

步驟 4 模擬出兩個因子模型的共同和個別因子, 再配以參數估計值得到 537 間公司股價報酬率模擬值。

步驟 5 依本文兩個因子模型決定是否違約, 並計算損失率為何⁸。

步驟 6 加總兩個因子模型下的個別公司損失, 則得到兩個因子模型下的 1 個整體資產組合損失率。

步驟 7 重複步驟 2 至步驟 6 共 10000 次, 則得到兩個因子模型的整體資產組合損失率分配。

模擬結果如下圖所示

⁸此步驟中, 我們模擬的是年損失率。作法為透過季資料來模擬 4 季中公司是否違約, 將這 4 季當做一年的結果。公司於 4 季中任一季違約, 則視該公司於該年違約。

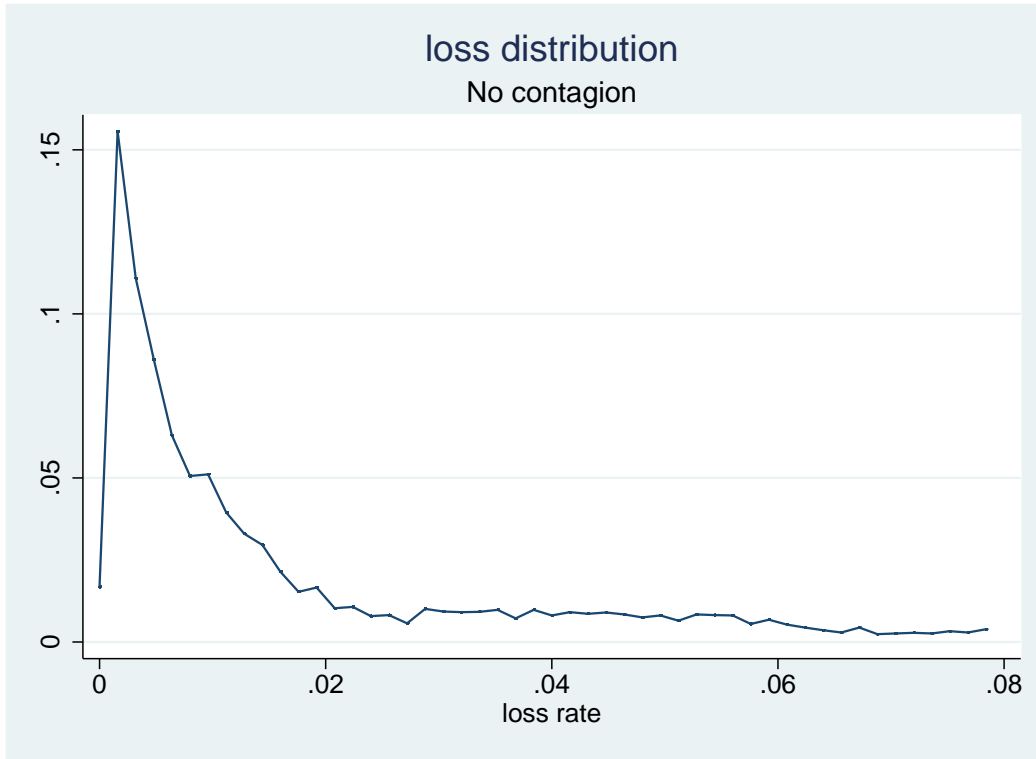


圖 1: 無傳染性風險之損失分配

圖 1 中，可清楚的看見整體資產組合損失率分配呈現右偏分配。這說明了整體資產組合中的交易對手之違約機率大都低於 0.5，以致分配呈現不對稱且右偏的情形。而圖 1 的繪製採取對損失率分組的作法，亦即圖 1 中的橫軸表示將模擬 10000 個損失率的結果進行分組，每組代表不同的損失率，這種作法得以使某些發生頻率較小的損失和其他發生頻率較大的損失合併處理。最後，我們以各組中每個損失的次數加總所計算出的損失發生比例作為圖 1 的縱軸。

另外，圖 1 的損失率分配出現最高峰後，又出現一些較小的高峰情形，其中的可能原因來自某些違約曝顯額較大的交易對手其違約機率較高時，整體資產組合中的違約次數將透過違約機率增加而升高，同時較大損失出現的次數也因此增加，以致帶動損失分配的另一個高峰出現在較大的損失上，此乃「集中度風險」之概念。針對考慮傳染性效果的損失率分配，我們將其呈現在圖 2 中。情形和圖 1 類似，在此並不贅述。

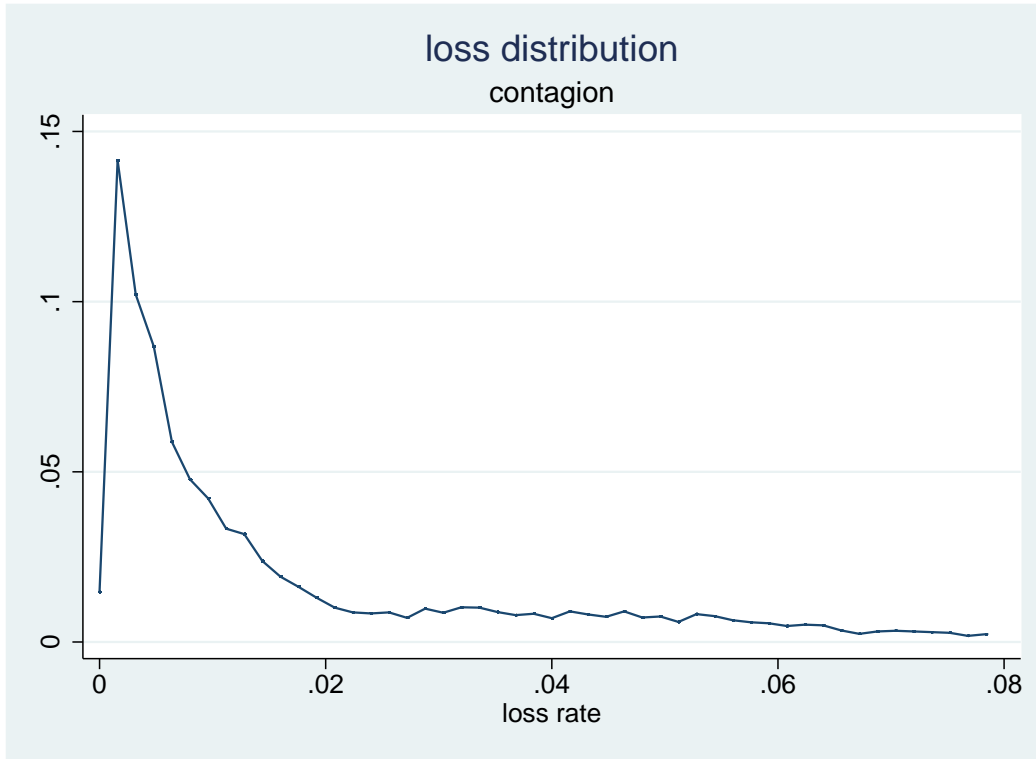


圖 2: 有傳染性風險之損失分配

爲了比較兩個不同損失分配的特性，我們將兩個分配所蘊藏的風險指標以表 8 羅列。

表 8: 各風險指標模擬結果

| 模型 | EL | UL | VaR _{0.999} | EC _{0.999} | ES _{0.999} |
|------|--------|--------|----------------------|---------------------|---------------------|
| 無傳染性 | 0.0217 | 0.0312 | 0.2221 | 0.2005 | 0.2563 |
| 有傳染性 | 0.022 | 0.0320 | 0.2484 | 0.2264 | 0.2951 |

表 8 中的 EC_α 爲經濟資本，其大小端視風險值而定。給定越高的風險值，將會提列越高的經濟資本。在本文中，經濟資本和風險值的關係爲 $EC_\alpha = VaR_\alpha - EL$ 。另外， ES_α 爲 expected shortfall，其衡量的是當損失率大於風險值時的條件預期損失。亦即， $ES_\alpha = E(L | L > VaR_\alpha)$ 。不論是 EC_α 亦或 ES_α 皆是如同 VaR_α 一般，是用以衡量極端損失的風險指標。而由表 8 可以看出，只要傳染性效果存在，各風險指標所呈現的數據都較大。因此，我們由風險指標可以判斷，具有傳染性效果的整體資產組合損失率分配，將更

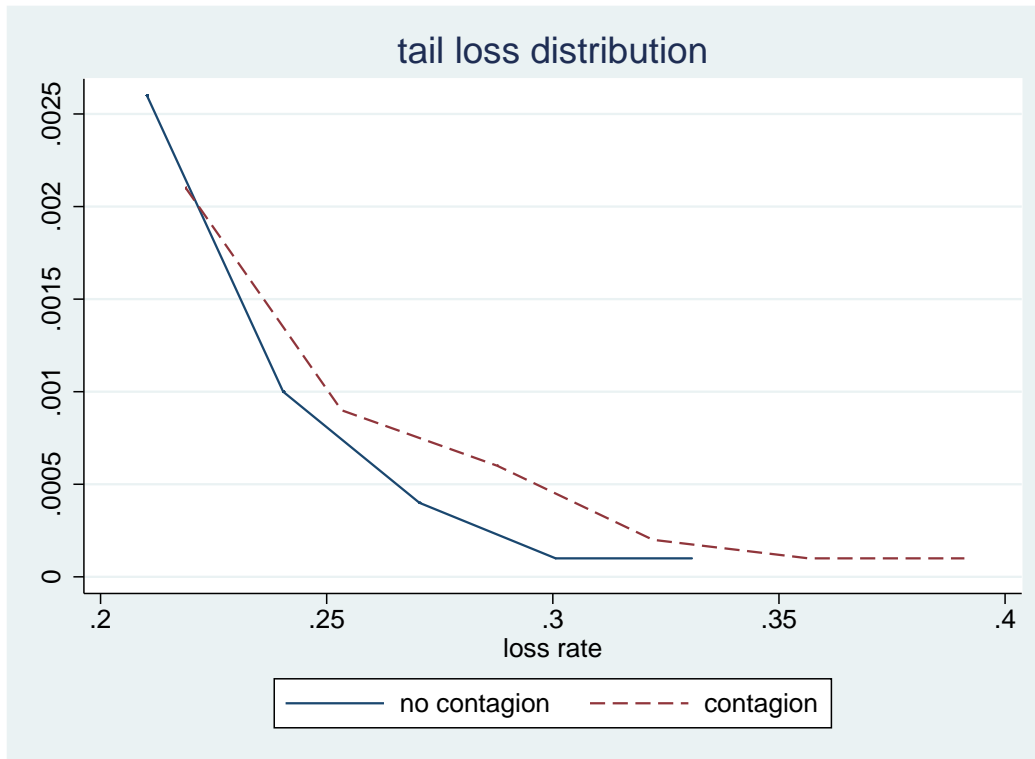


圖 3: 有無傳染性風險之尾端損失比較

為右偏。主要原因是我們加入傳染性效果後，使得因子模型最重要的相關性增加，一旦有 I 類公司違約後，C 類公司違約的家數也會增加，進而提高整體資產組合損失率，致使各風險指標的值上升。由此可見，若銀行針對整體資產組合損失若無考慮傳染性效果時，將會低估損失的嚴重性。最後，我們將兩種不同損失配的尾端部分合併繪製於圖 3，藉此已證明加入傳染性效果後的損失率分配，其衡量極端損失的風險指標較大，並且分配將更為右偏。