第二章 模型文獻回顧

財務的實證研究上，時間序列的資料普遍具有以下性質:

(1) 波動 (Volatility) 會隨時間變動而改變。

(2) 波動具有很強的持續性，即「叢集效應」(Volatility Clustering)。

(3) 資料分配具厚尾性質，即峰度大於 3。

首先，波動之測度即為條件變異數 (Conditional Variance)。資產報酬的波動應該要隨著不同時空下所發生的不同事件而有著不同的變化。如同財務上的槓桿效果 (Leverage Effect)，股價在景氣差時會震盪的比較大，景氣好時則震盪比較小。其次，所謂的「叢集效應」表示即使在不同市場或資產下，波動皆會隨著時間具有群聚的現象，換句話說，大波動會跟著大波動而小波動跟著小波動。最後，厚尾性質表示財務資料的波動幅度較大，較容易出現極端值，分布比常態分配還高聳且狹窄屬於高狹峰分配 (leptokurtic distribution)。

在瞭解了上述性質後，美國諾貝爾經濟學獎得主 Robert F. Engle 於 1982 年提出一個描繪時間序列資料波動特性的計量模型─自我迴歸條件變異數模型 (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model, ARCH Model)。自此之後，衍生擴展出許多探討波動、條件共變異數和條件相關係數的模型，從 ARCH 到一般化的自我迴歸條件變異數模型 (General ARCH, GARCH)；再從多變量的 GARCH 模型 (Multivariate GARCH, MGARCH) 到多變量的條件相關係數矩陣模型。本篇文章所利用的動態條件相關係數模型 (Dynamic Conditional Correlation Model, DCC) 即屬於多變量條件相關係數模型之一。

以下我們將分五個層次來處理此模型，其中第一節和第二節分別介紹單變量和多變量的 GARCH 及其衍伸模型，而最後三個小節分別針對三個不同動態假設一次處理相關係數模型。

第一節 單變量 GARCH 模型

ARCH Model Engle(1982) 提出 ARCH(q) 模型，我們將簡單介紹 q=1 的情形。考慮一個定態的序列 y_t 如下:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

$$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

其中，第一式爲均數方程式 (Mean Equation)、第二式爲變異數方程式 (Variance Equation)、$h_t = \sigma_t^2 = \mathrm{var}(y_t | \Omega_{t-1})$ 爲條件變異數、$\Omega_{t-1} = \{y_{t-1}, y_{t-2}, \cdots\}$ 爲 t-1 期所有可利用的資訊集合。爲了符合變異數永遠大於或等於零的性質，我們限定 $\alpha_0 \geq 0$ 和 $0 < \alpha_1 < 1$ ，σ_t^2 便會隨著前期的殘差 (ε_{t-1}) 變大而跟著變大，我們即可藉此預測時間序列的波動。在上述限制成立下，以下性質將同時成立:

(1) ARCH 模型由均數方程式和變異數方程式所組成

(2) 條件的變異數隨時間而改變。

(3) 波動具有叢集效應。

(4) 模型所導出的峰度係數大於三。

我們期望能夠透過 ARCH(1) 模型解釋時間序列資料在實證上的性質。最後，如果 ARCH(1) 模型無法解釋每個 ε_t^2 的相關性，我們就需將模型擴充成 ARCH(q) 模型如下:

$$h_t = E[\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1}] = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$$

且限制式 $\alpha_0 \geq 0$ 和 $0 < \alpha_i < 1,\ \forall i \in [1, q]$ 依然成立。

GARCH Model 雖然 ARCH 模型簡單，在實證上卻遇到需要階數 q 很大才能配適成功，容易導致估計上自由度不足的問題。因此 Bollerslev(1986) 利用 ARMA 的觀念，更進一步將 ARCH 模型擴展出一般化自我回歸條件異質變異模型 (GARCH)。其中最普遍用的爲 GARCH(1,1) 模型如下：

$$y_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t|\Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 h_{t-1}$$

相對於 ARCH(q) 模型只利用 q 期之前的殘差平方來估計本期的條件變異數，GARCH 模型則是考慮過去每一期的殘差平方，利用加入 h_{t-1} 解決 ARCH(q) 模型的高落後項問題。在限制所有參數皆爲正及 $\alpha_1 + \alpha_2 < 1$ 下，動態波動、叢集效應和厚尾性質的特性仍可被描繪出來。最後，雖然 GARCH(1,1) 已足夠配適大部份的時間序列資料，但也可將 GARCH(1,1) 擴展到更高階數，即 GARCH(p,q)，其中 p 和 q 分別爲 h_t 和 ε_t^2 的落後階數。設定如下：

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j h_{t-j}$$

EGARCH Model 雖然 GARCH 模型可配適許多時間序列資料，仍無法描繪出資料具有槓桿效果的特性。就統計上而言，槓桿效果表示負向衝擊對資產造成的可預測波動遠比正向衝擊來的大。因此 Nelson(1991) 建構出非對稱波動的 GARCH 模型，即 Exponential GARCH，又稱 EGARCH，內容如下:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t|\Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$\log h_t = \omega + \frac{1+\alpha(L)}{1-\beta(L)}\left[\theta_1 \cdot \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \theta_2\left(\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{h_{t-1}}} - E\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}\right|\right)\right]$$

$$E\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}\right| = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

其中 L 爲 lag operator、$\varepsilon_{t-1}/\sqrt{h_{t-1}}$ 爲標準化後的殘差、$E\left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}\right|$ 會隨著模型分配不同而不同，在常態下爲 $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$。就模型的式子來看，$\theta_1\varepsilon_{t-1}/\sqrt{h_{t-1}}$ 描繪資料的 sign effect 而 $\theta_2\left(\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{h_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)$ 則表示 magnitude effect。利用指數化轉換的 EGARCH 模型，無論 $\log h_t$ 的值爲正或負，皆保證 $h_t > 0$，所以我們不用對模型設立任何限制。又如果是 θ_1 小於零，則負向衝擊會比正向衝擊產生更大的波動，此即槓桿效果。

GJR－GARCH Model 在探討不對稱波動的 GARCH 模型時，較常用的除了 EGARCH 之外，另一個就是 Glosten, Jagannathan, and Runkle(1993) 所提出的 GJR GARCH 模型，不同於 EGARCH 利用絕對值將正向和負向衝擊給分開，GJR 模型則是利用虛擬變數的手法。其模型內容如下:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t|\Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^{Q}\left(\alpha_i\varepsilon_{t-i}^2 + \gamma_i \cdot S_{t-i}^- \cdot \varepsilon_{t-i}^2\right) + \sum_{j=1}^{P}\beta_j h_{t-j}$$

其中虛擬變數 $S_t^- = \begin{cases}1, & \varepsilon_t < 0 \\ 0, & otherwise\end{cases}$

第二節 多變量 GARCH 模型

其實在做財務分析時，相關係數、變異數和共變異數都是一些很好的參考指標，我們可透過他們瞭解資產報酬的波動性、風險性及彼此之間的相關性。但是怎樣的估計才算準確? 舉例來說，若直接由樣本計算出變異數 (unconditional variance)，得到的是波動的平均值，故呈現出現實世界的瞬息萬變。因此可以考慮加入動態性，透過 GARCH 模型可以達此目的。

除此之外，還可利用多變量 GARCH 模型瞭解及詮釋現實世界中許多跨市場的商品波動之連動關係。據 Silvennoinen et al. (2008) 之研究將 MGARCH 模型主要分成以下四類:

(1) 條件共變異數矩陣之模型 (Conditional Covariance Matrix Models)，如 VEC 模型、Diagonal VEC 模型和 BEKK 模型。

(2) 要素模型 (Factor Models)。

(3) 條件變異數和相關係數之模型 (Conditional Variance and Correlation Models)，如固定條件相關係數模型 (Constant Conditional Correlation, CCC Model)和動態條件相關係數模型 (Dynamic Conditional Correlation, DCC Model)。

(4) 無母數或半母數之多變量 GARCH 模型

本文重點側重於 DCC 模型，故此節將簡略介紹條件共變異數矩陣之模型，並將條件變異數和相關係數之模型的回顧置於最後三節。

VEC Model Bollerslev, Engle, and Wooldridge(1988) 將 VEC 模型爲單變量 GARCH 模型的延伸和一般化。其中，條件變異數矩陣 H_t 中的每個元素皆是前期殘差平方、不同期殘差乘積和前期條件變異數矩陣，三者的線性組合。假設 N 個市場的模型設定如下:

$$Y_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t|\boldsymbol{\Omega}_{t-1} \sim \text{Multivariate Normal}(\mathbf{0}, H_t)$$

$$\text{vech}(H_t) = \boldsymbol{\omega} + \sum_{i=1}^{Q} \boldsymbol{\alpha}_i \text{vech}(\boldsymbol{\varepsilon}_{t-i}\boldsymbol{\varepsilon}'_{t-i}) + \sum_{j=1}^{P} \boldsymbol{\beta}_j \text{vech}(H_{t-j})$$

其中 $Y_t = [y_{1t}, \cdots, y_{Nt}]'$、$\boldsymbol{\mu} = [\mu_1, \cdots, \mu_N]'$、$\boldsymbol{\varepsilon}_t = [\varepsilon_{1t}, \cdots, \varepsilon_{Nt}]'$、vech(·) 表示將矩陣下三角的部份堆疊成行向量、$\boldsymbol{\omega}$ 為 N(N+1)/2 x 1 的行向量、$\boldsymbol{\alpha}_i$ 和 $\boldsymbol{\beta}_j$ 為 N(N+1)/2 x N(N+1)/2 的參數估計矩陣。

雖然 VEC GARCH 模型可有很多變化 (flexible)，但缺點是無法保證每一期的條件變異數矩陣皆為正定；而且參數數目過多，為 (P+Q)$[N(N+1)/2]^2$+ N(N+1)/2 、估計具一定程度複雜度、小樣本下參數不具效率性且偏誤相當嚴重。

Diagonal VEC Model Bollerslev et al.(1988) 的 Diagonal VEC Model ，藉由假設 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 和 $\boldsymbol{\beta}_j$ 為主對角矩陣來克服 VEC 模型參數過多的問題。雖然對角化的 VEC 模型將參數估計的數目減少至 (P+Q+1)N(N+1)/2，但是 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 和 $\boldsymbol{\beta}_j$ 為主對角矩陣的假設表示不同的條件變異數和共變數之間沒有交互作用，變數間缺乏共變異的關係將導致我們無法探討不同市場之間的關連性或外溢效果。

BEKK Model 不同於 VEC 模型，Engle and Kroner (1995) 提出一個確保條件變異數矩陣 $\mathbf{H}_t$ 永遠為正定的模型如下:

$$Y_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t|\boldsymbol{\Omega}_{t-1} \sim \text{Multivariate Normal}(\mathbf{0}, H_t)$$

$$H_t = \mathbf{CC'} + \sum_{i=1}^{Q}\sum_{k=1}^{K} \mathbf{A}'_{ki}\boldsymbol{\varepsilon}_{t-i}\boldsymbol{\varepsilon}'_{t-i}\mathbf{A}_{ki} + \sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{K} \mathbf{B}'_{kj}H_{t-j}\mathbf{B}_{kj}$$

其中 $\mathbf{A}_{ki}$、$\mathbf{B}_{kj}$ 和 $\mathbf{C}$ 皆爲 N x N 矩陣，且 $\mathbf{C}$ 爲下三角矩陣。BEKK 模型將截距項分解成兩個下三角形矩陣相乘以確保 H_t 的正定性質，雖然參數估計數目減少許多，但仍高達 $(P+Q)KN^2+N(N+1)/2$，此乃 BEKK 模型唯一美中不足之處。

第三節 固定條件相關係數模型

前述的條件共變異數之模型(如 VEC、Diagonal VEC 和 BEKK 模型)皆面臨兩個共通的問題，即模型參數估計的數目和條件共變異數矩陣的正定。因此當我們討論 MGARCH 模型時，大部份會轉而採用條件變異數和相關係數之模型。通常，相關係數模型會將共變異數矩陣 (H_t) 分解成條件標準差主對角矩陣 (D_t) 和相關係數矩陣 (R)，其中以 Bollerslev(1990) 的固定條件相關係數模型爲最基礎也最簡易。考慮 N 個市場下的 CCC 模型爲:

$$\mathbf{r}_t|\mathbf{\Omega}_{t-1} \sim \text{Multivariate Normal}(\mathbf{0}, H_t)$$

$$H_t \equiv D_t R D_t$$

$$D_t = \text{diag}({h_{1t}}^{1/2}, \cdots, {h_{Nt}}^{1/2}) = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{1t}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{2t}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{h_{Nt}} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & \rho_{NN} \end{bmatrix}, \rho_{ij} = \rho_{ji} \; \forall i, j$$

$$h_{it} = w_i + \sum_{p=1}^{P_i} \alpha_{ip} r_{it-p}^2 + \sum_{q=1}^{Q_i} \beta_{iq} h_{it-q} \quad , i = 1 \ldots N$$

其中 $\mathbf{r}_t = [r_1, \cdots, r_N]'$ 爲 N 個資產的殘差 (同 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$)、R 爲相關係數矩陣、$D_t$ 爲條件標準差主對角方陣，即第 i 階主對角元素爲 $\sqrt{h_{it}}$ 、h_{it} 亦爲條件變異數。

CCC 模型中，首先估計出個別市場的條件變異數 $(h_{it}, i = 1 \cdots N)$，接著再

估計出所有市場之間的相關係數（ρ_{ij} ,$\forall ij$)，最後我們得模型變異數矩陣 H_t 中每個元素 ($[H_t]_{ij} = \sqrt{h_{it}}\rho_{ij}\sqrt{h_{jt}}$)。不同於之前，CCC 模型能有效減少參數的估計數目，也保留了變數間的共變異關係。雖然藉由此模型能瞭解不同市場間的動態共變異關係 ($\sigma_{ij,t}$)，但假設相關係數 (ρ_{ij}) 不隨時間變動而改變，隱含著共變異的變動，皆來自於自身波動變化所致 ($\sqrt{h_{it}}$ 或 $\sqrt{h_{jt}}$)。此種假設，無法真正反映變數間相關係數實際地變動所造成的共變異變動。在實務分析上，此情形也與現實世界不太符合，無法反映在全球化的背景下各國金融體系皆相互影響變動的事實。也因此以下我們將介紹假設相關係數爲動態的 DCC 模型。

第四節 動態條件相關係數模型

Bollerslev(1990) 的 CCC 模型，雖然考慮了動態性，但爲了簡化起見假設相關係數爲固定不變。 Tse and Tsui(2002) 和 Engle and Sheppard(2001) 的 DCC 模型都修正了 CCC 相關係數爲固定不變的假設。但是 Engle and Sheppard (2001) 進一步將 DCC 的估計簡化成兩步驟，Engle(2002) 更將 DCC 模型給一般化。作者首先設立模型如下:

$$\mathbf{r}_t|\mathbf{\Omega}_{t-1} \sim \text{Multivariate Normal}(\mathbf{0}, H_t)$$

$$H_t \equiv D_t R_t D_t$$

如同 CCC 模型般，DCC 模型亦假設 N 個資產的 Filtered 時間序列 $(\mathbf{r}_t|\mathbf{\Omega}_{t-1})$ 服從均數爲零、變異數-共變異數矩陣爲 H_t 的多變量常態分配。同時相關係數矩陣 (R_t) 設定成隨時間變動而改變，考慮了相關係數矩陣的動態性。

接著，Engle 提供兩階段的模型估計方法，第一階段利用單變量的 GARCH 模型估計出 N 個市場的條件變異數，第二階段則是利用標準化後的殘差估計動態條件相關係數模型的參數。其主要估計可略述如下:

(1) 第一階段：條件變異數估計

首先藉由估計出所有市場的條件標準差 $\sqrt{h_{it}}$, $\forall i \in [1, N]$ 以求得條件標準差主對角矩陣 (D_t)，模型如下:

$$h_{it} = \omega_i + \sum_{p=1}^{P_i} \alpha_{ip} h_{it-p} + \sum_{q=1}^{Q_i} \beta_{iq}\, r_{it-q}^2 \qquad i=1\ldots N$$

Engle 設定每個市場的 h_{it} 皆是由單變量 GARCH(P_i, Q_i) 模型產生，又由於 h_{it} 爲條件變異數，因此須符合 Stationary 和 non-negativity 的限制，即 $\sum_{p=1}^{P_i} \alpha_{ip} + \sum_{q=1}^{Q_i} \beta_{iq} < 1$ 和 $h_{it} \geq 0$。

(2) 第二階段：相關係數矩陣估計

此階段由 MGARCH 估出動態的條件相關係數矩陣 (R_t)，方式如下:

$$Q_t = (1 - \sum_{m=1}^{M} \alpha_m - \sum_{n=1}^{N} \beta_n)\bar{Q} + \sum_{m=1}^{M} \alpha_m Q_{t-m} + \sum_{n=1}^{N} \beta_n (\epsilon_{t-n}\epsilon'_{t-n})$$

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1}$$

其中 $\epsilon_t = D_t^{-1} r_t$ 為標準化後的殘差 (Standardized Residual)、$\bar{Q} = T^{-1}\sum_{t=1}^{T} \epsilon_t \epsilon'_t$ 為標準化殘差 (ϵ_t) 所得的樣本共變異數矩陣(unconditional covariance of Standardized Residual) ，因為 $\epsilon_t \sim N(0, R_t)$，所以 $\bar{Q}$ 亦為 $\mathbf{r}_t$ 的相關係數矩陣=$\begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & \rho_{NN} \end{bmatrix}$、$Q_t^* = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{q_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{q_{NN}} \end{bmatrix}$

且 R_t 矩陣的元素 $\rho_{ijt} = \frac{q_{ijt}}{\sqrt{q_{ii}q_{jj}}}$。

因為相關係數矩陣對角線的元素需為 1 ，但 MGARCH(N,M) 估出的 Q_t 矩陣其主對角元素並不一定等於 1，因此我們再將 Q_t 兩邊乘上 Q_t^{*-1} 得主對角皆為 1 的矩陣 R_t。又 Q_t 為正定的 $\bar{Q}$ 、半正定的 $\epsilon_t\epsilon'_t$ 和正定的 Q_{t-1} ，三者的加權平均，所以 Q_t 為正定，故 R_t 亦正定。

相關係數矩陣定義為實數、對稱、半正定矩陣且對角線為元素 1。由於透過第二階段估計所得的矩陣 R_t ，其元素為 $\rho_{ijt} = q_{ijt}/\sqrt{q_{ii}q_{jj}}$ 且又符合相關係數矩陣的定義，因此我們可視矩陣 R_t 為動態相關係數矩陣。

除此之外，為了讓 Q_t 保有 Correlation Targeting 的特性，因此設立 MGARCH 模型的截距項為 $\left(1 - \sum_{m=1}^{M} \alpha_m - \sum_{n=1}^{N} \beta_n\right)\bar{Q}$ 而非我們一般所看到矩陣 $\boldsymbol{\omega}$ 。所謂的 Correlation Targeting 就是指利用樣本所求算的非條件相關係數

矩陣去估計出條件相關係數矩陣。

最後，對應於 MGARCH(M,N) 的參數爲常數，Engle(2002) 將之擴展到更一般的型式，如下:

$$Q_t = \bar{Q} \circ (\text{u}' - A - B) + A \circ \epsilon_{t-1}\epsilon'_{t-1} + B \circ Q_{t-1}$$

其中 u' 爲元素皆爲 1 的方陣、A 和 B 皆是 N x N 的參數矩陣[1]。

雖然此一般化的 DCC 模型與常理最符合，但由於參數數量太過龐大，以致於非常棘手，無法處理。也正因如此，Engle(2001) 的 DCC 模型比 Engle(2002) 一般化的 DCC 模型更能普遍應用於實務上。

[1] ∘ 爲 Hadamard product，表示相同 size 方陣其對應的元素相乘積

第五節 橢圓分配的動態條件相關係數模型

由於時間序列資料容易出現極端值，因此分佈具有厚尾性質且峰度大於三，此性質正好與 Engle 的 DCC 模型假設資料爲常態分配相違背。於是，Pelagatti and Stefania(2006) 提出橢圓分配 (Elliptical Distribution) 的 DCC 模型，用於配適於高狹峰分配的資料。由於 T 分配爲高狹峰分配家族的成員之一，因此對應於不屬於常態分配的時間序列資料 $\mathbf{r}_t$，若進一步假設其服從 Multivariate Student 分配，則 Pelagatti 的模型可修改如下:

$$\mathbf{r}_t|\mathbf{\Omega}_{t-1} \sim \text{Multivariate Student}(\mathbf{0}, H_t, g)$$

$$H_t \equiv D_t R_t D_t$$

$$D_t^2 = \text{diag}\{\boldsymbol{\omega}\} + \text{diag}\{\mathscr{k}\} \circ r_{t-1} r'_{t-1} + \text{diag}\{\lambda\} \circ D_{t-1}^2$$

$$\epsilon_t = D_t^{-1} r_t$$

$$Q_t = (1 - \sum_{m=1}^{M} \alpha_m - \sum_{n=1}^{N} \beta_n)\bar{Q} + \sum_{m=1}^{M} \alpha_m Q_{t-m} + \sum_{n=1}^{N} \beta_n (\epsilon_{t-n} \epsilon'_{t-n})$$

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1}$$

其中，E($\mathbf{r}_t$)=$\mathbf{0}$、Cov($\mathbf{r}_t$)= H_t、g 爲多變量 t 分配的自由度。

由上述模型設定可知，Pelagatti 和 Engle 的模型只有分配的假設不同，也因此兩個模型除了概似函數爲唯一差別之外，其餘皆同。估計方法皆是先以最大概似法估出各變數的單變量 GARCH 模型並求得 D_t^2，接著利用標準化後的殘差 (ϵ_t) 求算共變異數矩陣 Q_t，最後估出動態條件相關係數矩陣 R_t。也因如此，即使假設資料服從多變量 T 分配，我們仍可依照 Engle 的兩階段步驟完成橢圓分配的 DCC 模型估計。

本文將針對以上模型之特性，以實證資料分別估計中國、香港、台灣、南韓和新加坡的動態相關係數矩陣，探討人民幣與亞洲四小龍貨幣的相關性及印證理論上模型的特性。