

# 適應性學習與均衡篩選： 遺傳規畫在整合性賽局的應用\*

陳樹衡<sup>1</sup> 葉佳炫<sup>2</sup>

## 摘 要

本文利用遺傳規畫(Genetic Programming)作為有限理性模型(models of bounded rationality)的建構基礎來研究多元均衡(multiple equilibria)下均衡篩選(equilibrium selection)的問題。我們將以 Van Huyck, Cook and Battalio (1994)作為研究對象。Van Huyck, Cook and Battalio (1994)探討的是一個整合性賽局(coordination game)。在這個整合性賽局中存在著多元均衡，若是將有限理性分析納入，則非但多元均衡的數目不會減少，反而可能隨著有限理性模型的多樣化而增加。在代表性個人(representative agent)假設的模型下，Van Huyck 等探討了兩種不同的學習動態(learning dynamics)，一種可以使賽局的結果收斂至靜態均衡(固定點均衡)，而另外一種則可以使賽局發展出奇異點(strange attractors)均衡。由於先驗的理論無法告訴我們該選擇何種適應行為，所以我們也無法進一步來對均衡進行篩選。於是 Van Huyck, Cook and Battalio (1994)利用晚近盛行的實驗經濟學的方法來解決均衡選擇的問題。他們發現在實驗經濟學的架構下，奇異點均衡並未出現，所有的結果都指向域內定點(interior fixed-

---

註\*：本文作者感謝國科會84-2415-H-004-001的研究補助。本文承蒙兩位匿名評審提出寶貴的意見，特此致謝。

註1：政治大學經濟系副教授

註2：政治大學經濟系博士班研究生

point)均衡。Van Huyck 等也指出要對這種現象進行更貼切的分析，最好使用異質決策者(多元決策者)的調適行為模型。但是，他們認為這是一項艱鉅的工作(a daunting task)。本文利用遺傳規畫作為多元決策者的調適行為模型。我們發現由遺傳規畫所發動的學習動態，在均衡的選擇及其所呈現的動態過程方面都與Van Huyck等所得到的實驗結果非常相近。因此遺傳規畫在未來研究中，應可以被考慮成用來做均衡篩選的分析工具。

關鍵字：整合性賽局，多元均衡，有限理性，學習動態，遺傳規畫

## 一、序 論

當我們所使用的經濟模型具有多元均衡時，靜態均衡分析在實証上的用處多少總會打些折扣。因此，如何減少均衡的數目，或對均衡進行某種形式的篩選，一直是經濟理論上一個重要的課題。至於要如何篩選？學術界在近來對這個問題似乎逐漸達成了一種共識。而有限理性(bounded rationality)在這個共識的基礎上扮演了相當重要的角色。基本上，這個共識認為，一個值得我們去考慮的均衡，必須是能為某種學習動態(learning dynamic)所能收斂到的均衡(註一)。雖然，在過去的文獻中，有好幾種學習動態，都被認真地研究過。但是，對於比較能夠真正代表個人或群體學習行為模型的研究，則是一直到最近，透過實驗經濟學的發展，才逐漸受到重視(註二)。

本文是著眼於 Van Huyck, Cook and Battalio(1994)所做一個有關整合性賽局 (coordination game)的實驗。Van Huyck 等(1994)透過以人為主的實驗，企圖比較那一種學習動態模式比較能說明實驗中所觀察到的現象，並進而希望能對此理出一些合理的學習動態。在 Van Huyck 等(1994)一文中，被用來比較的學習模式有兩種。一種是庫諾(Cournot)型的短視最佳反應動態(myopic best-response dynamic)程式，而另一則是慣性學習程式(inertial learning algorithm)。這兩種學習模式的主要差別在於記憶。前者僅根據短暫的記憶做立即的反應，而後者則依據

---

註 一：對這個方面回顧性的文獻，請參考 Kreps(1990), Sargent(1993)及 Marimon(1995)。

註 二：對於一些有關實驗的回顧，請參考 Kagel and Roth(1993)。

較長的記憶做緩慢的調整。事實上，這兩種學習程式都屬於在學習文獻(learning literature)中經常出現的鬆動程式(relaxation algorithms)(註三)。這兩種學習程式在某些參數下，會對同一個賽局中兩種 Nash 均衡的穩定性有著不同的預期。在這個不同的預期中，Van Huyck 等發現，相對於短視最佳反應程式而言，慣性學習程式比較能夠描述以人為主的實驗結果。

Van Huyck 等(1994)的實驗並不同於以往的其他整合性賽局實驗，諸如像是 Cooper, DeJong, Forsythe and Ross(1990)和 Van Huyck, Battalio and Beil(1990,1991)等。此乃是因為 Van Huyck 等(1994)的實驗考慮了更大的行動空間，而且他們認為實驗室中的參賽者可能用非線性的思考來擬定行動，所以，這也連帶使得他們的賽局中多元均衡的穩定性難以事前確定。由於這樣的差異，以往用來解釋整合性賽局中的學習模型，例如 Crawford(1991, 1995)的線性學習模型及 Arifovic(1995a)的遺傳程式，並不適合用在 Van Huyck 等(1994)的整合性賽局的環境中。

在本文中，我們利用遺傳規畫(genetic programming)來模擬 Van Huyck 等人整合性賽局中參賽者(player)的學習動態。這種以遺傳規畫為主的計算方法能比實驗方法在分析上提供我們更大的彈性。而且，不同於傳統機械性的學習模型，遺傳規畫下的參賽者有能力去進行線性或非線性的思考。當然，這自然也包括了 Van Huyck 等所考慮的兩種鬆動程式。我們的模擬發現在遺傳規畫架構下所得到的結果與 Van Huyck 等(1994)所得到的結論相似。由於，我們的模擬環境不論是就行動空間的量(cardinality)，或就參賽者的人數而言，都較 Van Huyck 等模擬的環境更加龐大，所以我們模擬所得出的結果也可以視為是對 Van Huyck 等結論的一個敏感度分析(sensitivity analysis)。

本文以下的章節安排如下：在第二節中，我們先對 Van Huyck 等(1994)的分析做一扼要的回顧。同時，我們也利用這個回顧點出遺傳規畫與此一整合性賽局的關係。第三節中，我們正式說明遺傳規畫如何應用在整合性賽局中，其中包括了對遺傳規畫簡單的介紹。第四節中，我們則根據第三節中對遺傳規畫的設定，進行整合性賽局的模擬，並陳列分析模擬結果。第五節則是結論。

---

註 三：其他常用的鬆動程式還包括了 Bray(1982)及 Lucas(1986)的歷史平均程式(past averaging algorithm)以及 Marcell and Sargent(1989)的最小平方學習程式(least squares learning algorithm)。

## 二、Van Huyck 等(1994)的整合性賽局的回顧

### 2.1 概述

Van Huyck 等(1994)所分析的整合性賽局是由  $n$  個參賽者所組成，他們一起進行一個  $T$  回合的賽局( $T$  可以是無限)。在每回合的賽局  $t$  中，每個參賽者  $i$  從其所被賦予的行動空間  $[0,1]$  中選擇一個行動  $e_t^i$  ( $e_t^i \in [0,1]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ) 而他所能得到的報酬，則是根據方程式(1)所揭示的報酬函數 (payoff function) 來決定。

$$\pi_{i,t}(e_t^i, e_t) = c_1 - c_2 |e_t^i - \omega M_t(e_t)|, \quad (1)$$

方程式(1)中的  $c_1$  與  $c_2$  為常數， $e$  代表向量  $[e^1, e^2, \dots, e^n]$ 。  $e^i$  代表向量  $[e^1, e^2, \dots, e^{i-1}, e^{i+1}, \dots, e^n]$  (註四)。  $M_t(e)$  則是  $\{e^i\}_i^n = 1$  這群行動的中位數 (註五)。至於  $w$ ，如我們後面所會看到的，它是整個賽局中的一個關鍵參數，它的值被允許在從 1 到 4 的半開半閉的區間中 ( $\omega \in (1,4)$ )。此一報酬函數方程式(1)和行動空間  $([0,1])$  是本賽局中的共同知識 (common knowledge)。從報酬函數(1)中，我們可以得知，參賽者若是追求最大報酬，那麼他一定要使方程式(1)中絕對值的部份為 0。也就是，在給定了當期的中位數後，參賽者的最適行動應是可以使絕對值為 0 的  $\omega M(1 - M)$ 。所以參賽者的最適反應函數 (best response function)  $b(M)$  可以寫成方程式(2)的形式：

$$b(M) = \omega M(1 - M). \quad (2)$$

註 四：本文以下，在不會引起誤解的情況下，我們均將下標  $t$  省略。

註 五：對於使用中位數而非平均數的原因，是因為中位數比平均數在小樣本時要頑韌 (robust)，正如我們稍後會見到的，Van Huyck 等(1994)的實驗都是小規模的(只有五個參賽者)，所以使用中位數自然有其必要性。

這種最佳的預測函數產生了兩個 Nash 均衡：其一為邊角均衡(corner equilibrium)，即  $e^i = 0, \forall i$ ，另一為域內均衡(interior equilibrium)，即  $e^i = 1 - \frac{1}{\omega} \forall i$ 。除此之外，我們也容易看出最佳反應函數  $b(M)$  是二次映射(quadratic map)，其曲度(the degree of curvature)是由參數  $\omega$  所決定。

## 2.2 兩種學習動態下的均衡選擇

Van Huyck 等(1994)認為在學習文獻中經常使用的一些鬆動程式(relaxation algorithms)，可以用來描述整合性賽局中行行為法則演化的過程。這些鬆動程式可以用簡單的動態系統描述如下：

$$M_t = b(\widehat{M}_t), \quad (3)$$

$$\widehat{M}_t = \widehat{M}_{t-1} + \alpha_t (M_{t-1} - \widehat{M}_{t-1}). \quad (4)$$

方程式(3)中的  $\widehat{M}_t$  是代表性個人在時間  $t$  時，對中位數的預期值，而  $\alpha_t \in (0,1)$  是所謂的記憶參數。根據不同記憶參數的設計，Van Huyck 等(1994)考慮了兩種鬆動的程式。一個他稱為短視最佳反應程式("myopic" best response algorithm)，在此程式中， $\alpha_t = 1, \forall t > 1$ 。另一個他稱為慣性程式("inertial" algorithm)，在此程式中， $\alpha_t = 1/t, \forall t > 1$ 。

短視最佳反應的學習透過方程式(2)，可以將中位數  $M_t$  的動態過程表示成如下的一階差分程式，

$$M_t = \omega M_{t-1} (1 - M_{t-1}). \quad (5)$$

方程式(5)是混沌動態系統(chaotic dynamic system)中有名的 logistic map。方程式(5)的動態性質直接受到了參數  $\omega$  的影響。在  $1 < \omega \leq 3$  時，方程式(5)中有兩個定點均衡。它們分別是域內定點  $1 - \frac{1}{\omega}$  及邊角定點 0，其中域內定點均衡是局部穩定的(locally stable)，但是邊角定點均衡則是局部不穩定的(locally unstable)。至於，當  $\omega > 3$  時，方程式(5)的動態性質會隨著  $\omega$  的增加而逐漸變的複雜起來，特別是在  $\omega = 3.839$  時，方程式(5)中出現了週期為 3 的

規律循環(periodic cycle with period 3)。根據 Li-Yorke 定理，我們可以得知這一性質的出現，即代表了方程式(5)中具有各種週期的循環，以及為數無限且不可數的混沌軌跡(chaotic trajectory)(註六)。

所以，當  $\omega > 3$  時，域內均衡  $(1 - 1/\omega)$  在短視最佳反應程式所衍生的動態中，將不再是穩定的。

至於慣性程式，將其代入方程式(2)，我們可以得到以下的動態系統：

$$M_t = b ( M_t ) \quad (6)$$

$$M_t = \frac{t-1}{t} M_{t-1} + \frac{1}{t} M_{t-1} \quad (7)$$

從方程式(7)中，我們可以看出，慣性學習程式與短視最佳反應程式不同在於前者將較多的權數置於前一期對中位數的預期值上，卻將較少的權數置於前一期中位數的真實值上。而後者則是將全部的權數置在前一期中位數的真實值上。透過方程式(7)，我們不難發現，域內均衡  $1 - 1/\omega$  在所有  $\omega$  值下 ( $1 < \omega < 4$ ) 都是全域吸子(global attractor)。

以上的分析可以簡結如下。當 Van Huyck 等整合性賽局中的  $w$  在 (1,3] 區間時，則短視最佳反應程式與慣性程式對於賽局均衡為何的判斷是一致的，也就是它們都會選擇域內均衡作為賽局的均衡。但是，當  $3 < \omega < 4$  時，兩種學習模式的選擇便出現了分歧。此時，短期最佳反應程式會判定域內均衡是不穩定的，而慣性學習程式會仍然認為域內均衡是穩定的。

### 2.3 Van Huyck 等的實驗設計

Van Huyck 等(1994)考慮兩個不同參數設定的整合性賽局  $\Gamma(\omega)$ ，一為  $\Gamma(2.47222)$ ，其域內均衡  $1 - 1/\omega$  在短視最佳反應及慣性學習程式下，皆為穩定的均衡。而另一為  $\Gamma(3.86957)$ ，在短視最佳反應程式下，其域內均衡  $1 - 1/\omega$  是不穩定的。也就是，在任何的初始中位數  $(M_1,$

註 六：詳細分析，請參見 Devaney(1989)。

$M_1 \in (0,1)$ )下，我們皆會得到混沌軌跡的結果。相反地，在慣性學習程式下，域內均衡卻依然是穩定的。兩個學習程式對賽局  $\Gamma$  (3.86957)在均衡預測上的南轅北轍，便使得  $\Gamma$  (3.86957)的實驗結果變得格外引人注目。

Van Huyck 等(1994)對於賽局  $\Gamma$  (2.47222)及賽局  $\Gamma$  (3.86957)各進行兩次及六次的實驗。每次實驗都由五位參賽者所組成。在這八次實驗中，所有參賽者所預期的中位數都很快地整合到了域內均衡  $1 - 1/\omega$  上，也就是說，域內均衡  $1 - 1/\omega$  在所有的實驗中都被判定為穩定均衡。然而，由於短視最佳反應程式並不能得出此一結果，而此一結果與慣性學習程式所預測的結果吻合，因此，Van Huyck 等認為，在此一整合性賽局中，慣性程式是比較適當的學習程式。

Van Huyck 等此一結論雖然很有趣，但仔細探究起來，仍不免有一些疑點。首先，雖然慣性學習程式在  $\Gamma$  (3.86957)能收斂到  $1 - 1/\omega$  的域內均衡，但是其收斂的過程與實驗的結果比較起來，顯得過於平滑(註七)。第二，Van Huyck 等所使用的是一個代表性個人的學習模式。在此一模式下，由於參賽者的預期相同，所以他們的行動也會一致。然而，實驗資料中所顯示的並非如此。尤其從 Van Huyck 等所附的實驗結果中，我們可以看出參賽者在所有實驗的初期，都採取了相當不一致的行動。所以，在實驗的一開始，就將整個賽局設成為一代表性個人的學習模式，似乎並不妥當。有鑑於此，本研究認為我們應該進一步嘗試其他的學習模式，特別是參賽者在預期上具有異質性的學習模式。所以，異質型的多元決策者學習模式(heterogeneous multi-agent system)便是一個值得考慮的方向。而遺傳規畫(genetic programming)正是鋪設與分析此一模型的有利工具。

遺傳規畫除了提供我們一種不同的學習模式外，就分析方法上而言，它也可以做為實驗方法的輔助性工具，進而用來處理實驗方法中所產生的一些限制，特別是一些使實驗設計與理論環境不盡吻合的限制。以 Van Huyck 等(1994)的實驗賽局為例，為了使實驗的進行比較簡易，Van Huyck 等對參賽者的行動空間(action space)做了某種程度的簡化，即他們將原來的 $[0,1]$ 連續行動空間改變成由 $\{1,2,\dots,90\}$ 等 90 個整數所組成的離散(discrete)行動空間。而在每

---

註 七：有關這點，請參考 Van Huyck 等(1994)的圖 3、圖 9-14 及附錄 B 中所附上的實驗結果。

一期賽局中，參賽者  $i$  從  $\{1,2,\dots,90\}$  中選擇一個整數  $e^i$ ，實驗者再將這個整數  $e^i$  透過轉換函數  $f(e^i) = \frac{90 - e^i}{89}$ ，將  $e^i$  映射到  $[0,1]$  的單位區間。這種離散化的處理對原來的賽局在  $\omega > 3$  時的性質，會產生一些相當大的改變。首先是，它排除原來賽局中可能會出現的混沌軌跡(chaotic trajectory)。這是因為行動空間經離散化後只有 90 個數字，所以中位數  $M_t$  至多每隔 90 期便會循環一次，因此我們不可能再得到混沌軌跡的結果。其次，行動空間的離散化也使得賽局  $\Gamma$  (3.86957) 中的域內均衡，在即使是短視最佳反應程式下，亦有可能成為靜態均衡。這種可能與中位數的初始值  $M_1$  有關。對於大多數的  $M_1$  而言 ( $M_1 \in \{1,2,\dots,90\}$ )，短視最佳反應動態會收斂到週期為七的循環中。這點雖然表示域內均衡仍然極有可能不是穩定的，但是，當  $M_1 \in \{24,67\}$  時，則域內均衡便是穩定的。而當  $M_1 \in \{1,90\}$  時，則邊角均衡也可以是穩定的。換句話說，原來在短視最佳反應程式中的不穩定均衡，如今因行動空間離散化的影響，都變成局部穩定了。這些影響，自然削弱了 Van Huyck 等的實驗在分辨慣性學習程式或是短視最佳反應程式上的能力(註八)。

在本文中，由於我們所使用的電腦程式可以處理連續性的行動空間，因此，我們不需要為了遷就實驗設計的方便而將行動空間離散化。這使得我們電腦模擬的環境，可以和 Van Huyck 等人一文理論上的環境更契合。也就是，混沌軌跡在我們模擬的環境中仍有出現的可能。也因此，在我們模擬環境中的人為參賽者(artificial players)要較 Van Huyck 等實驗室中的參賽者面對更複雜的環境。除此之外，經濟實驗往往受到要付參賽者費用的影響，不太容易進行人數眾多的賽局實驗。然而，在電腦模擬的環境中，我們並沒有這個限制。所以，以遺傳規畫所執行的電腦模擬可以用來做為一項輔助性檢定，來瞭解原來賽局中均衡的性質是否可能會因參賽者人數眾多而受到影響。

---

註八：特別值得注意的是，Van Huyck 等對賽局(3.86957)所做的六次實驗中，其中一次的初始中位數就是定在 24 上。在這種設定下，兩種學習模式自然都會選擇域內均衡  $1-1/\omega$ ，而這也是實驗的結果(請參見 Van Huyck 等的圖 13)。



### 三、遺傳規畫

在描述如何以遺傳規畫架構整合性賽局中參賽者的行為之前，我們先對遺傳規畫作一簡介。

#### 3.1 概要

遺傳規畫是近來人工智慧領域中，由史丹佛大學資訊科學系教授 Koza 在 1989 年所發展出來的。遺傳規畫是立基於族群遺傳法則的一種演化性計算技術。這些演化性的計算技術結合了達爾文物競天擇、適者生存的概念與執行這個概念的三個遺傳運作元：複製(reproduction)、交配 crossover)及突變(mutation)。雖然，遺傳規畫與其他的演化性計算技術已經廣泛地應用在工程或應用數學上，但是在經濟學上的應用卻仍不多見(註九)。

雖然遺傳規畫經常被視為 Holland(1975)的遺傳程式(genetic algorithm)的分支，但更正確的說法是遺傳規畫是遺傳程式的一般化。傳統上，遺傳程式是運作在一族群的二元字串(a string of bits)上。族群內的每個成員代表了最適化問題中不同的解。在給定最適化問題的目標函數下，遺傳程式計算每個成員的適合性，並且保留就平均而言有較高適合性的成員。交配與突變則運作在有較高適合性的成員，以創造出新的成員(解)。整個過程便如此反覆運作，而不斷地逼近於最適解。

在理論上的分析得知，遺傳程式能很快地在廣大且複雜的搜尋空間中找到極佳的近似解。這是因為在求最適化的過程中，遺傳程式的遺傳運作元在尋找新的解與使用在過去表現極佳的解上取得了平衡點(Holland, 1975)(註十)。

Koza 在發展遺傳規畫時的動機，便是希望能將遺傳程式進一步擴展，使得我們能將遺傳

---

註 九：遺傳規畫應用在經濟學上的例子有 Koza(1992a, 1995)、Andrews and Prager(1994)、Laing, Kimbrough and Dworman(1994)、Chen and Yeh(1996a,b,1997)、Dworman, Kimbrough and Laing (1996) 及 Oussaidene, Chopard, Pictet and Tomassini (1996) 等。

註 十：對於遺傳程式更詳細的介紹，請參見 Goldberg(1989)或 Mitchell(1996)。遺傳程式在經濟學上應用的例子如 Arifovic(1994, 1995a,b)、Sargent(1993)與 Birchenhall(1995)亦有所探討。另外，Journal of Computational Economics 在 1995 年八月號，Vol.8, No.3 中有專刊(special issue)介紹。

運作應用在電腦程式上，以產生更靈活的電腦程式。使用電腦程式比起二元字串有更多的優勢，第一、遺傳規畫中的電腦程式有很明確的動態結構，此結構可以決策樹(decision tree)的形式來表現。相反地，遺傳程式的二元字串僅能表現"是或非"此類型態的問題、事前設定好的參數值或靜態的函數形式。因此，遺傳規畫的動態本質可以用來解決複雜的非線性決策過程。第二、遺傳規畫的電腦程式是一個可直接執行的架構，它可被解釋成預測函數。例如，參賽者  $i$  在第  $t$  期的預測函數為：

$$gp_{i,t} = 0.31 + M_{t-1}(M_{t-1} - M_{t-2}) \quad (8)$$

此處的  $M_{t-j}$  代表前  $j$  期的中位數。在給定了落後期中位數的值後，上式即可直接計算而得知此參賽者的預期值。然而，遺傳程式的二元字串並非可以直接執行，它必須先行解碼(decode)以將其值應用在已經設定好的函數形式中，而且其在解釋上亦不甚清楚。另外，在多數應用下，遺傳程式所使用的二元字串是固定長度的，而遺傳規畫的長度卻是可以自由變動的，因此遺傳規畫比遺傳程式提供了更為廣大的搜尋空間。

Koza 選擇 LISP 程式語言來發展遺傳規畫，是因為 LISP 的語法架構可以將運作在二元字串上的法則應用在電腦程式上，於是可以將遺傳運作元直接應用在遺傳規畫電腦程式的架構上，而且經由遺傳運作所產生新的電腦程式，不會在語法上產生衝突，所以同樣地可以直接執行。

### 3.2 遺傳規畫與整合性賽局中的學習過程

遺傳規畫所要模擬的是一個演化過程(evolutionary process)。在本文中，它所要模擬的是一群參賽者對本期平均數所做之預期的演化過程(註一一)。這個演化過程展現了不同參賽者在

註一一：值得一提的是，此處我們採取平均數而非中位數，也就是說參賽者要預期當期的平均數而非當期的中位數，這點有別於 Van Huyck 等(1994)。要知道 Van Huyck 等(1994)之所以採取中位數的原因是因為實驗中僅有 5 個參賽者，若採取平均數的話，其值將很容易受到單獨一人的"異常"決策所影響。而在本研究中，我們的模型內有 500 個人為參賽者(表 1)，因此採平均數或中位數並不會有太大的差別。

不同時期對平均數所抱持的想法或信念(belief)。為了要說明這個過程，我們首先要介紹一個信念空間(belief space)的概念。信念空間，顧名思義，是一些信念的組合。每個信念就代表著一種對平均數的看法。假設每個信念就都可以由一個函數(平均數預期函數)來代表，則整個信念空間就是一個函數空間。用程式語言的方式來講，每一個信念或是一個平均數預測函數就是一棵 LISP 樹。因此，信念空間就是一個由一群 LISP 樹所組成的空間。

然而，要進一步了解信念空間的組成份子，就必須要了解一棵 LISP 樹的組成元素。LISP 樹是由函數、常數與變數所組成，其使用的函數乃從函數集中所選取，至於常數及變數是由終點集合所選取。在本文中，我們的函數集合是  $\{+, -, *, \%, Exp, Rlog, Sin, Cos\}$ (表 1)(註一二)。所謂的常數部份，通常是給定一個初始的浮點域。在本文中，此一浮點域是設定在由  $-9.99999$  到  $9.99999$  之間所有到小數點五位(含五位)的有理數。而變數部份，我們設定的變數有  $\{M_{t-1}, M_{t-2}, \dots, M_{t-h}\}$  也就是由落差到第  $h$  期的平均數所組成。

在給定的函數集合與終點集合下，參賽者的預期函數  $gp_{i,t}(M_{t-1}, M_{t-2}, \dots, M_{t-h})$ (註一三)。便可依此而產生。如果我們不對  $gp_{i,t}$  的值做限制的話，其值域將為  $(-\infty, \infty)$ 。然而參與者的行動空間是在  $[0, 1]$ ，因此我們必須使用一個轉換函數將  $gp_{i,t}$  的值映射到  $[0, 1]$  中。我們採取兩種轉換函數。一為對稱 S 型函數(symmetric sigmoidal activation function)，其將  $(-\infty, \infty)$  映射到  $[0, 1]$  中：

$$\widehat{M}_{i,t} = \frac{1}{1 + e^{-gp_{i,t}}} \quad (9)$$

另一為節段線性轉換(truncated linear transformation)：

$$\widehat{M}_{i,t} = \begin{cases} gp_{i,t} & \text{if } 0 \leq gp_{i,t} \leq 1, \\ 1 & \text{if } gp_{i,t} > 1, \\ 0 & \text{if } gp_{i,t} < 0. \end{cases} \quad (10)$$

這種轉換能確保參賽者  $i$  對平均數的預期值落在  $[0, 1]$  中。

註一二：函數集合的 % 與 Rlog 就是一般的 ÷ 與 log。但是為了要保證其運算上的意義，我們需對其運做些「保護」。如令  $x/0 \equiv 1, \forall x \in R$ ，或  $\log(x) \equiv \log(-x)$  if  $x < 0$ ,  $\log(x) \equiv 0$  if  $x = 0$  等。為區別這種保護後的 ÷ 與 log，我們仿照 Koza 使用「%」與「Rlog」的符號為代表。

註一三：初期(第 0 期)參賽者的預測函數，我們採取 Koza(1992)的完整法與成長法所創造。

表 1:遺傳規畫的參數設定

信念子空間個體總數	500
原始信念子空間深度等級	2, 3, 4, 5, 6
每一等級完整法創造個體的數目	50
每一等級成長法創造個體的數目	50
函數集合的元素	{+, -, ×, %, EXP, RLOG, Sin, Cos}
終點集合的元素	{ $M_{t-1}, M_{t-2}, \dots, M_{t-10}, R$ }
複製的個數 (Pr)	50 (0.1)
交配的個數 (Pc)	350 (0.7)
突變的個數 (Pm)	100 (0.2)
突變的機率	0.0033
個體長度的限制	17
交配中終點被選到的機率	0.5
演化代數	1000
指數函數的定義域最大容許的值	1700
適合度(fitness)指標	利潤 (payoff)

$P_r, P_c, P_m$  是代表就比例而言， $GP_{t+1}$  的個體中，分別由複製、交配與突變等運作元所產生的比例。

一旦有了所有參賽者的行為決策  $\widehat{M}_{i,t}$  後，我們便可以計算出在第  $t$  期的真實平均數，即  $M_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \widehat{M}_{i,t}$ 。在得知真實平均數後，便可以計算參賽者的適合度。我們將每個參賽者預測函數的原始適合度(raw fitness)定義為其在第  $t$  期的利潤。為了避免負值的適合度，我們將每個原始適合度再加上一個常數，稱為調整後的適合度(adjusted fitness)：

$$\mu_{i,t} = \begin{cases} \pi_{i,t} + 0.25 & \text{if } \pi_{i,t} \geq -0.25, \\ 0 & \text{if } \pi_{i,t} < -0.25. \end{cases} \quad (11)$$

在作這樣的調整後，損失超過 \$0.25 的行動決策將會面臨淘汰的命運。這樣做的目的是基於以下的考慮：在賽局之始，參賽者對於整個環境並不熟悉，大多數的預測都是毫無意義的隨機猜測，因此，會有很多參賽者在初期的時候遭受損失。如果我們只考慮那些賺取正利潤的廠商，那麼這種篩選過程將很快地被初期幸運賺取利潤的參賽者(預測函數)所主導。然而，我們希望保持族群中某種程度的異質性，避免因缺乏適當的異質性而引發過早收斂的問題。基於這點考量，我們允許參賽者虧損，但仍限制損失不得超過 \$0.25(註一四)。只要在數代演化後，當多數的參賽者開始賺取利潤時，這樣的機制便不再起任何作用。這個參數的大小對於進化亦有影響。當此值過大時，便破壞了原先要表達出相對適合度的目的。在下一節中，我們將對這個問題作模擬探討。

一旦調整後適合度決定後，每個調整後適合度  $\mu_{i,t}$  將被標準化(normalized)而得到標準適合度(normalized fitness)  $p_{i,t}$ ，其值為：

$$p_{i,t} = \frac{\mu_{i,t}}{\sum_{i=1}^n \mu_{i,t}} \quad (12)$$

很明顯地，標準適合度是一個機率測度，與  $gp_{i,t}$  的績效(performance)有直接關係。表現較佳的預測函數(參賽者)，有較高的標準適合度。一旦標準適合度決定後，遺傳規畫便是依照三種遺傳運作元，即複製、交配與突變，來產生新族群的預測函數  $GP_{t+1}$ 。以下我們將描述這三種運作元。

## 1. 複製

複製就是將  $GP_t$  中的某一平均數預測函數原封不動的拷貝到  $GP_{t+1}$ 。所以，每一次複製都要先在  $GP_t$  中選一平均數預測函數，而這選取的標準就是我們上面所提到的機率分配  $\{p_{i,t}\}_{i=1}^{500}$ 。也就是  $GP_t$  中的每一預測函數  $gp_{i,t}^c$  都有一個相對應的機率  $p_{i,t}$  被選來用做複製的正

註一四：從表 2 及方程式(1)中，我們可以看出，參賽者損失的極限也不過是 \$0.5。

本。複製要重覆地進行直到完成其應負擔的配額。以本研究為例，複製需要進行 50 次，然而每一次複製的隨機取樣都是獨立進行的。

## 2. 交配

當複製完成後，下一個工作就是交配。交配可以視為遺傳規畫中最核心的運作元。交配運作的方式是先從  $GP_t$  中依據  $\{p_{i,t}\}_{i=1}^{500}$  獨立地進行兩次選樣，每一次選樣都會產生一個平均數預期方程式，因此每一次交配運作都會先產生兩個平均數預期方程式。這兩個平均數預期方程式稱為“配偶”或“父母”。父母在遺傳規畫中的責任，便是透過交配行為而產生下一代。從交配到產生下一代的過程可以分幾個步驟來說明。第一個步驟是選擇交配點(crossover point)：在一棵 LISP 樹上指定一個節點，用這個節點做根，從原來的 LISP 樹中創造出一棵分離的子樹(subtree)。這個被選定的結點便是交配點。至於交配點的決定也是隨機的。隨機的方式是先以白努利(Boumulli)實驗(機率 1/2)來決定交配點是終點(常數或變數)還是函數。一旦這個結果出來後，再進一步依據均勻分配來決定由那一個終點(或函數點)來做交配點。一旦交配點產生後，下一個步驟便是產生下一代。產生下一代的方式是將由交配點所決定的兩棵子樹互換至配偶子樹分離的位置。如此，一次交配的運作便已完成，而一次交配運作的結果是誕生兩棵 LISP 樹。這兩棵的 LISP 樹便加入  $GP_{t+1}$  的行列中。和複製一樣，交配必須反覆運作到完成其應有的配額。以本文為例，由於交配運作元一共要負責產生 350 棵樹，所以本文要重覆執行交配 175 次(表 1)。然而每一次的隨機選樣(父母)都是獨立進行的。

## 3、突變

交配之後的工作便是突變。突變的進行是先從  $GP_t$  中依  $\{p_{i,t}\}_{i=1}^{500}$  機率分配隨機選樣產生一棵樹。然後，這棵樹上的任一結點都有一固定的機率會產生改變。在本文中，此一機率設為 0.0033(請參見表 1)。當一終點要變化時，我們將從終點集合中按照均勻分配的方式產生一個變數或常數來替代原有之變數或常數。至於函數點，我們則分為兩種情形來處理。其中  $\{+, -, *, \%\}$  中的任何一函數可以被該一集合中的任一元素依均勻分配的方式所替代。至於  $\{Sin, Cos, Exp, Rlog\}$  中的任何一函數也可以被該集合中的任一元素依均勻分配的方式所替代。但

是，這兩個集合中的元素不可以彼此去替代另一個集合的元素。這樣子做的目的也是只在保護程式不失去其數學意義。至於，同一棵樹每一個結點其發生突變的機率在彼此之間是互相獨立的(mutually independent)。像複製與交配一樣，突變也一直要進行到它應有的配額為止。在本文中，突變要獨立的進行 100 次(表 1)。

一旦  $GP_{t+1}$  產生後，每個參賽者的的預測函數  $gp_{i,t+1}$ ，將經由轉換函數得到其對本期平均數  $M_{t+1}$  的預期  $\widehat{M}_{i,t+1}$ 。而真實平均數得知後，便可獲得每個預測函數的報酬，繼之原始適合性、調節適合性與正規適合性亦可計算得知。於是，遺傳運作元便又開始其運作而產生新族群的預測函數  $GP_{t+2}$ 。如此過程反覆進行，直到演化代數已達事前預定的目標為止。在本文中，設定演化代數為 1000(表 1)。

在以上參數設定的環境下，我們便在遺傳規畫的發動下，以電腦模擬的方式進行與 Van Huyck 等(1994)相同的兩個實驗。而與這兩個整合性賽局有關的參數設定列於表 2。

表 2:整合性賽局的參數設定

參數	Case 1	Case 2
$\omega$	2.47222	3.86957
$c_1$	0.5	0.5
$c_2$	1.0	1.0
$n$	500	500
$e^*_I$	0	0
$e^*_{II}$	0.59551	0.74157

$e^*_I$ : 在邊角均衡下的最適行動  $e^i = 0, \forall i$ .

$e^*_{II}$ : 在域內均衡下的最適行動  $e^i = 1 - 1 / \omega, \forall i$

表 3:使用對稱 S 型函數為轉換函數模擬結果

Case		模 擬				
		1	2	3	4	5
1	$\overline{M}_a$	0.5917	0.5897	0.5910	0.5907	0.5901
	$\delta_{M,a}$	0.0118	0.0107	0.0091	0.0094	0.0122
	$\delta_{M^*,a}$	0.0124	0.0122	0.0102	0.0105	0.0133
1	$\overline{M}_b$	0.5958	0.5925	0.5936	0.5933	0.5946
	$\delta_{M,b}$	0.0037	0.0026	0.0033	0.0028	0.0021
	$\delta_{M^*,b}$	0.0038	0.0039	0.0038	0.0035	0.0023
2	$\overline{M}_a$	0.7406	0.7411	0.7415	0.7450	0.7447
	$\delta_{M,a}$	0.0061	0.0067	0.0069	0.0064	0.0064
	$\delta_{M^*,a}$	0.0061	0.0067	0.0069	0.0073	0.0071
2	$M_b$	0.7394	0.7403	0.7399	0.7434	0.7431
	$\delta_{M,b}$	0.0033	0.0039	0.0040	0.0034	0.0024
	$\delta_{M^*,b}$	0.0039	0.0041	0.0043	0.0039	0.0029

$\overline{M}_a = M_t$  的平均(從第 1 代到第 1000 代)。

$\overline{M}_b = M_t$  的平均(從第 201 代到第 1000 代)。

$\delta_{M,a}$  = 相對於  $M_a$  的標準差(從第 1 代到第 1000 代)。

$\delta_{M,b}$  = 相對於  $M_b$  的標準差(從第 201 代到第 1000 代)。

$\delta_{M^*,a}$  = 相對於內部均衡  $1 - 1/\omega$  的標準差(從第 1 代到第 1000 代)。

$\delta_{M^*,b}$  = 相對於內部均衡  $1 - 1/\omega$  的標準差(從第 201 代到第 1000 代)。



## 四、模擬結果

在本節中，我們對於兩種賽局(Case1、Case2)在兩個不同的轉換函數下，各進行了五次模擬。而在 Case1 與 Case2 中，我們將其中一次模擬  $M_t$  的時間序列陳列於圖 1A(Case1)與 1B(Case2)中。我們可以清楚地從圖中看到  $M_t$  的時間序列在 Case1 與 Case2 裡，都是朝向內部均衡  $1 - 1/\omega$  的附近收斂。如果我們考慮  $1 - 1/\omega$  的鄰域為  $(0.99 - 1/\omega, 1.01 - 1/\omega)$ ，那麼在所有的模擬中， $M_t$  超過此鄰域的次數(期數)都沒有大於 50。

其次，嚴格來說， $M_t$  並沒有完全收斂到  $1 - 1/\omega$ 。這點是由於突變的機制所引起的，然而體系內似乎仍有一股力量將  $M_t$  穩定在內部均衡附近。換句話說，以遺傳規畫為基礎的整合性賽局，有一股自我穩定的功能。這些特性不難從表 3 中看出。正如表 3 所顯示的，在我們多數的模擬中， $M_t$  自 201 期到 1000 期的平均值  $M_b$ ，均沒有偏離內部均衡  $1 - 1/\omega$  達到 0.5%。另外，我們也可以從表 3 的標準差中可以看出， $\delta_{M,b}$  小於  $\delta_{M,a}$  且  $\delta_{M^*,b}$  小於  $\delta_{M^*,a}$ 。這代表著經過 200 期的學習後， $M_t$  已經逐漸穩定下來。

至於在短視最佳反應程式下，原本以為會在  $\Gamma(3.86957)$  賽局中出現的混沌軌跡的現象，並沒有在模擬中發生。然而我們可以從比較  $\delta_{M,b}$  與  $\delta_{M^*,b}$  中發現，在 Case2 中的標準差一般來說都是大於 Case1。事實上，在等級次序檢定(rank order test)中亦顯示  $\delta_{M^*,b}$ ，在 Case2 中顯著地大於 Case1 ( $p \leq 0.1$ )(註一五)。這樣的差異，亦可以從圖 1A 與 1B 中略見端倪。所以，我們遺傳規畫的模擬告訴我們，即使是在 500 人的賽局中，不論是  $\Gamma(2.47222)$  或  $\Gamma(3.86957)$ ，域內均衡都是比較有可能出現的均衡，而混沌軌跡出現的可能則似乎微乎其微。然而，我們也從遺傳規畫的模擬看出  $\Gamma(2.47222)$  與  $\Gamma(3.86957)$  整合到  $1 - 1/\omega$  域內均衡難易度上的差異。

至於在不同的調節適合性的設計下，是否會影響我們模擬的結果？針對此點，我們考慮了較大的調整因子 200(有別於先前的 0.25)，所以此時的調節適合性為：

$$\mu_{i,t} = \begin{cases} \pi_{i,t} + 200.00 \pi & \text{if } \pi_{i,t} \geq -200.00, \\ 0 & \text{if } \pi_{i,t} < -200.00 \end{cases} \quad (13)$$

註 一：至於  $\delta_{M,b}$  在 Case1 與 Case2 中，並沒有顯著的差異。對於無母數穩健的等級次序檢定(nonparametric, robust rank order test)的細節，可參見 Siegel and Castellan(1988)。

這樣調整的結果，便破壞了原先要表達出相對適合性的目的。原因是原始適合性  $\pi_{i,t}$  的值僅在  $[-0.5, 0.5]$  之間(這點可以從報酬函數及表 2 的參數中得知)。因此，當我們將原始適合性加上了 200 後，便使得不同報酬間的差異變得微不足道了。

這樣的調整亦可以讓我們瞭解到相對適合性在演化的過程中所扮演著的角色。圖 2 中陳列了 Case1 其中一個實驗結果的時間序列。我們可以從圖中發現，經過 1000 期的學習後，平均值仍然沒有穩定下來。特別是其並沒有朝向邊角均衡(0)或內部均衡(0.59551)收斂。在以上的實驗裡，我們清楚地看到，若是將原來依利潤所定篩選機制，改成不分青紅皂白、一律平等的均勻分配(uniform distribution)，則類似吃“大鍋飯”的心態就可以在我們系統中的人為參賽者中逐漸產生。而這些人為參賽者，也會因此而失去朝目標努力的誘因。每一個人都失去了目標，整個系統也就因而癱瘓。所以，從圖 2 中，我們可以清楚地看到，平均數有著一種隨機亂走的跡象。

從這個簡單的實驗中，我們也可以看出，遺傳規畫之所以會產生一些有意義的結果，並不是因為它是一種神奇的機器，它可以隨意產生任何我們想要的結果。相反地，只要我們揚棄了競爭的原則，而將競爭的壓力(selection pressure)凍結，則即使保留其他部份，遺傳規畫的運作也會照常失靈。所以，遺傳規畫中的精華是在於它所宣告的競爭原則和它所執行的汰換過程。是因為這原則和其執行，像極了我們經濟學中的基本力量(driving force)，所以，我們才能期望這樣一個系統能模擬並產生出與實驗相一致的結果。

除了 S 型轉換外，我們也考慮了另一類的轉換，即節段線性轉換。其運作方式如下：

$$\begin{aligned}\widehat{M}_{i,t} &= gp_{i,t} \quad \text{if } 0 \leq gp_{i,t} \leq 1, \\ &= 1 \quad \text{if } gp_{i,t} > 1, \\ &= 0 \quad \text{if } gp_{i,t} < 0.\end{aligned}$$

不同於對稱 S 型函數的非線性映射，截斷的線性函數是將值“線性”地映射到  $[0, 1]$  區間內。因此在映射的過程中，除了值超過  $[0, 1]$  而被指定為 0 外，其值若落於  $[0, 1]$  間，則在映射過程中並未受到“扭曲”。

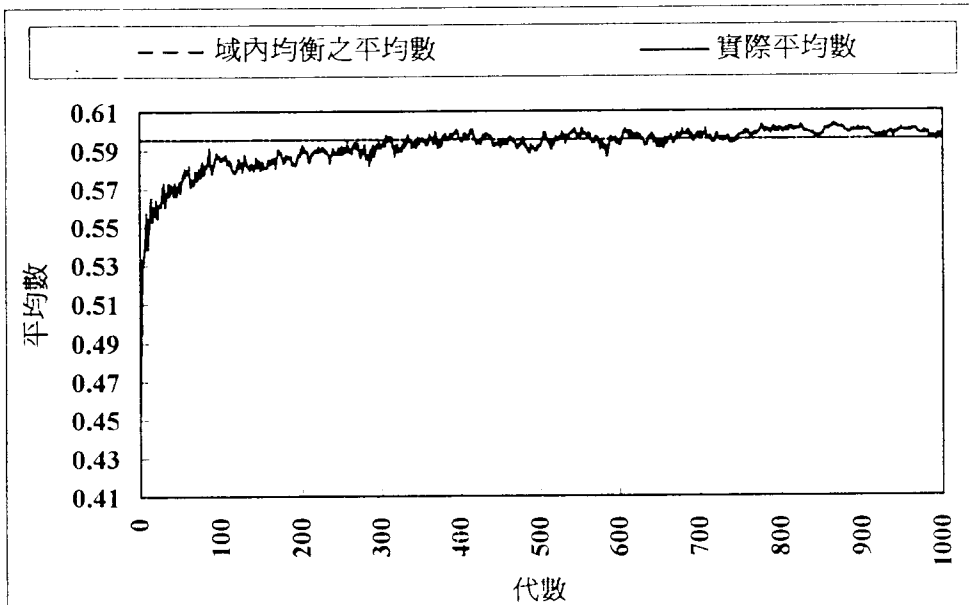


圖 1A：整合性賽局中行動平均數之時間序列  
(Case1) (S型轉換) (模擬 1.1)

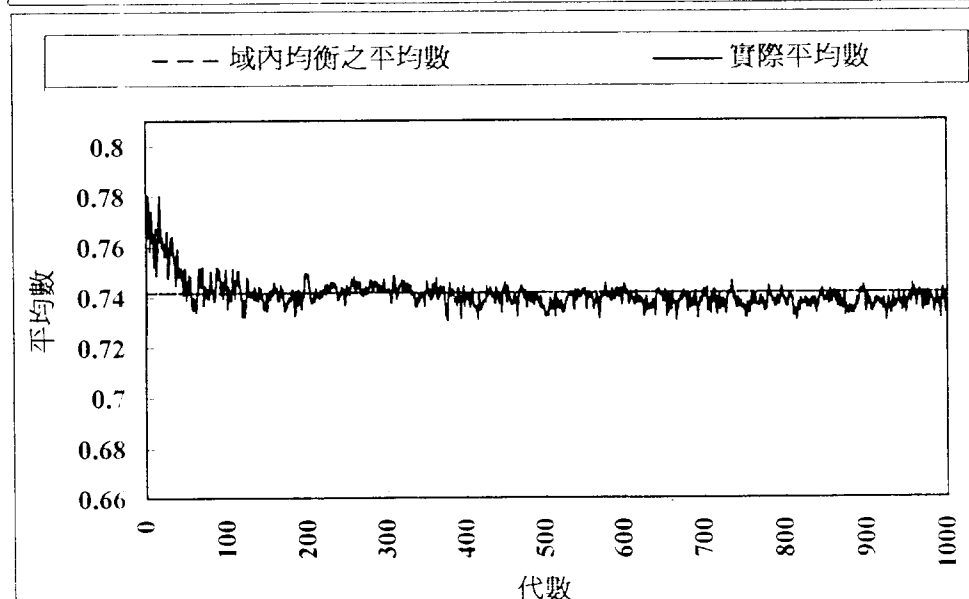


圖 1B：整合性賽局中行動平均數之時間序列  
(Case2) (S型轉換) (模擬 2.1)

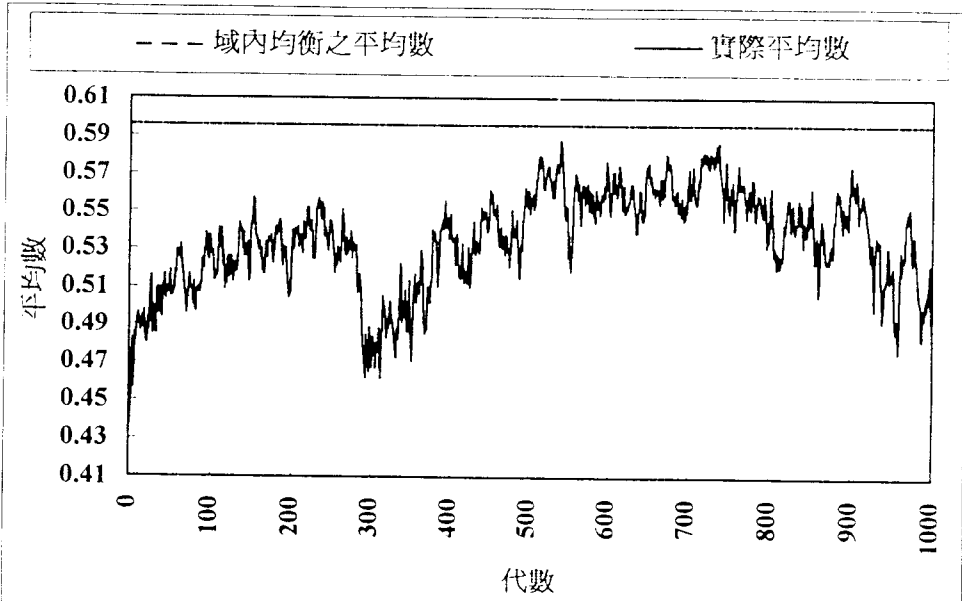


圖 2：整合性賽局中平均數之時間序列  
(Case1) (S型轉換) (利潤調整因子=200)

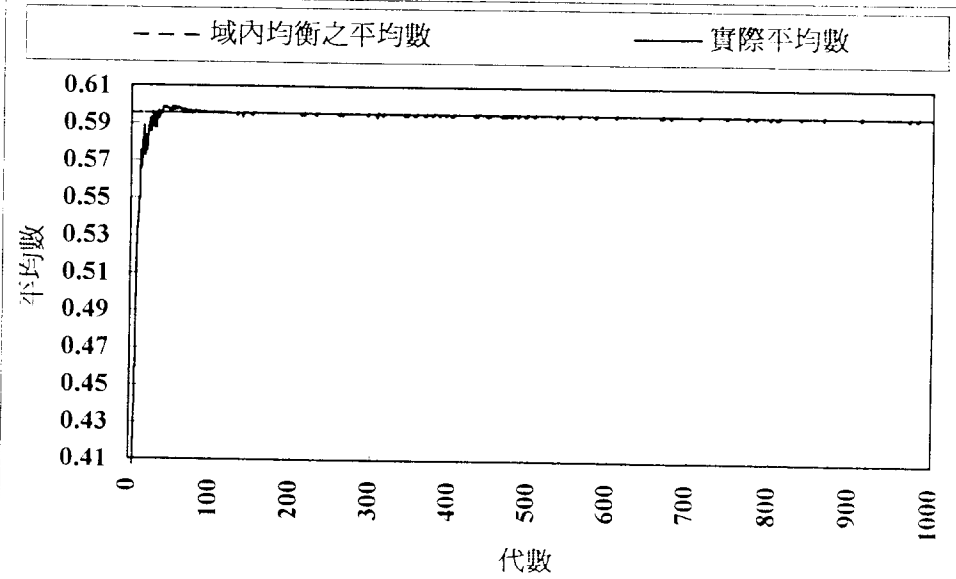
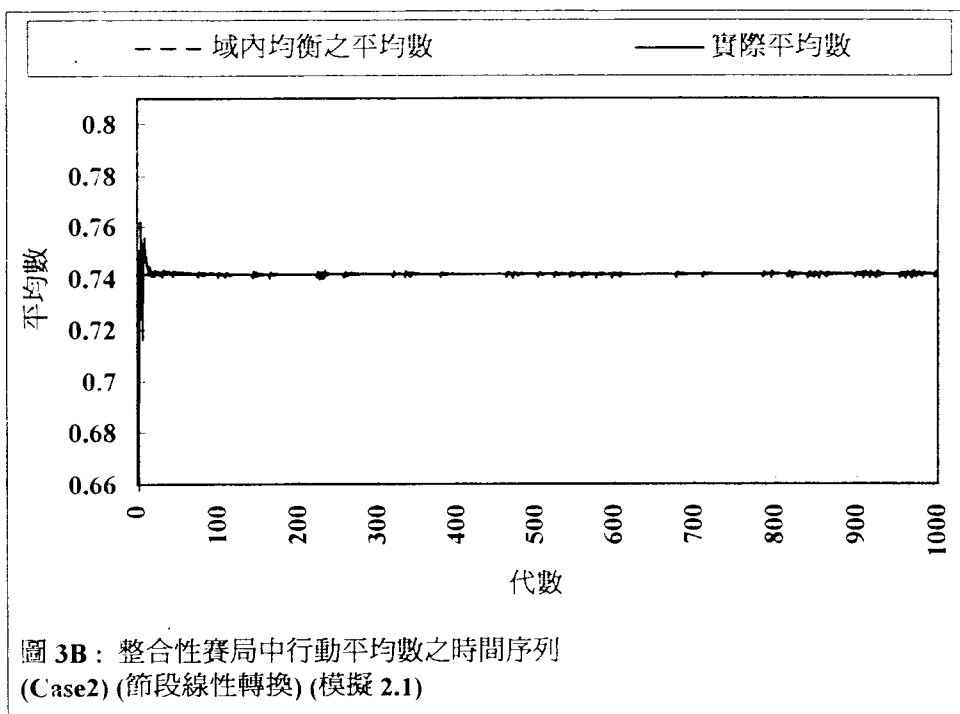


圖 3A：整合性賽局中行動平均數之時間序列  
(Case1) (節段線性轉換) (模擬 1.1)

在截斷的線性函數轉換下，我們同樣地對 Case1 與 Case2 分別進行五次的模擬(註一六)。各次模擬的平均值與標準差陳列於表 4。圖 3A-3B 則分別為 Case1 與 Case2 其中一次模擬的  $M_t$  時間序列。從表 4 與圖 3A-3B 中，我們發現其結果與使用對稱 S 型函數有幾點顯著的差異。首先，從圖 3A-3B 與圖 1A-1B 間及表 4 與表 3 間可知，在 1000 代的演化後，若轉換函數為截斷的線性函數，則  $M_t$  的時間序列將更趨近於且更快地收斂到內部均衡。這點與 Van Huyck 等(1994)的實驗所發現的現象頗為一致。其次，真實平均值與內部均衡  $1-1/\omega$  的差距，在 Case1 與 Case2 中，都是遠小於在對稱 S 型函數下所得到的值。而  $M_t$  的平均值  $M_b$  並沒有偏離內部均衡  $1-1/\omega$  超過 0.01%。這個現象亦與 Van Huyck et al(1994)實驗的結果相一致(註一七)。



註一六：此處所使用的調整因子為 0.25。

註一七：實際上不太可能在實驗結果與 GP 架構下的模擬結果做更為直接的比較。原因是兩者在實驗的設計上有些差異。例如，在 GP 的環境中，允許連續性的行動集合。而在真實實驗中的參與者，被限制在離散性的行動空間上。

表 4:使用節段線性函數為轉換函數的模擬的結果

Case		模 擬				
		1	2	3	4	5
1	$\overline{M}_a$	0.59281308	0.59279258	0.59328333	0.59295982	0.59249145
	$\delta_{M,a}$	0.02706819	0.02707828	0.02422021	0.02663368	0.02761726
	$\delta_{M^*,a}$	0.02720234	0.02721443	0.02432245	0.02675562	0.02778190
1	$\overline{M}_b$	0.59543389	0.59544433	0.59546691	0.59546368	0.59545463
	$\delta_{M,b}$	0.00033369	0.00033578	0.00025092	0.00028152	0.00029720
	$\delta_{M^*,b}$	0.00034227	0.00034215	0.00025460	0.00028531	0.00030232
2	$\overline{M}_a$	0.74079979	0.74081541	0.74069191	0.74081630	0.74080296
	$\delta_{M,a}$	0.01710630	0.01744866	0.01870916	0.01680324	0.01777976
	$\delta_{M^*,a}$	0.01712365	0.01746498	0.01872978	0.01682015	0.01779631
2	$\overline{M}_b$	0.74154575	0.74154649	0.74155158	0.74155041	0.74154058
	$\delta_{M,b}$	0.00043555	0.00045807	0.00044765	0.00048606	0.00050182
	$\delta_{M^*,b}$	0.00043622	0.00045867	0.00044803	0.00048645	0.00050268

$\overline{M}_a = M_t$ 的平均(從第 1 代到第 1000 代)。

$\overline{M}_b = M_t$ 的平均(從第 201 代到第 1000 代)。

$\delta_{M,a}$  = 相對於  $M_a$  的標準差(從第 1 代到第 1000 代)。

$\delta_{M,b}$  = 相對於  $M_b$  的標準差(從第 201 代到第 1000 代)。

$\delta_{M^*,a}$  = 相對於內部均衡  $1 - 1/\omega$  的標準差(從第 1 代到第 1000 代)。

$\delta_{M^*,b}$  = 相對於內部均衡  $1 - 1/\omega$  的標準差(從第 201 代到第 1000 代)。

雖然有以上幾點不同，但是兩者在對均衡的篩選上並沒有明顯的差別。如同在對稱 S 型函數轉換，由短視最佳反應動態所預期的混動軌跡(在賽局  $\Gamma$  (3.86957) 下)並沒有在我們的模擬中出現。同時，等級次序的檢定中亦支持 ( $p \leq 0.01$ ) Case2 中的標準差  $\delta_{M,b}$  與  $\delta_{M^*,b}$  大於 Case1 中的標準差。這樣的差異，亦多少可以從圖 3A 與 3B 中看出。這點又再次地顯示整合性問題在 Case2 的環境下要比在 Case1 為困難。

## 五、結 論

在本文中，我們使用遺傳規畫架構整合性賽局中參賽者的行為。以遺傳規畫為學習基礎的整合性賽局容允了更大彈性的實驗設計，特別是我們不必受限在有限的離散性行動空間上，而且參賽者的數目也不會因實驗成本的影響而受限。除此之外，參賽者可以擁有線性與非線性思考的空間。在這樣更加寬鬆而具彈性的架構下，我們模擬的結果與 Van Huyck 等(1994)的實驗結果相類似。即使在 Case2 中，平均的行動決策終究收斂到域內均衡。同時在我們模擬中，亦顯示整合性問題在 Case2 中比在 Case1 中更加困難，這點可以由對標準差的檢定中得到驗證。

雖然模擬的結果讓我們質疑短視最佳反應動態的合理性(或其他認為域內均衡為不穩定的學習程式)，但對於是否該接受慣性的學習程式，我們則持保留的態度。慣性學習動態雖然亦認為域內均衡為穩定的，但是其動態軌跡相對於實驗結果而言太過於平滑。而且代表性個人的學習程式，與以人為主體的實驗在初期時具有異質性的信念相違背。而遺傳規畫模擬的結果除了在收斂性上與 Van Huyck 等(1994)的相似外，在模擬初期亦是具有異質性信念的特性。因此，遺傳規畫作為架構整合性賽局上，更有其合理性。

以遺傳規畫為學習模型的模擬結果，相當適合用來與最近由 Van Huyck, Battalio and Rankin (1996)所進行的幾個整合性賽局來做對照。這幾個新的實驗不同於先前 Van Huyck 等(1994)所做的實驗，其中參賽者並未被告知報酬函數，參賽者所擁有的資訊就是過去的行動決策、報酬與一個離散的行動空間。這樣設計的目的是為了將參賽者盡可能地置於一個與人工學習程式相似的環境中，例如遺傳規畫。在這種新的環境下，參賽者更快地整合到域內均衡上。

在代表性個人的假設下，Van Huyck, Battalio and Rankin(1996)同時比較了以線性隨機程式(linear stochastic reinforcement algorithm)為學習模式的結果。雖然其最終仍到達域內均衡附近，但相對於實驗的結果卻花費了更多的時間(750期)。而在我們以遺傳規畫為主的多決策者系統中，所有的模擬結果都能很快地收斂到域內均衡的鄰近(neighborhood)(通常不超過 50期)。所以，相較於目前我們所熟知的鬆動程式而言，遺傳規畫似乎更值得嚐試用來模擬或描述實驗中參賽者的行為。因此，在未來的研究中，我們應該更慎重來考慮遺傳規畫作為均衡篩選以及進一步解決多元均衡的可能性。

此外，本文的模擬結果也與文獻上其他的一些整合性實驗結論(coordination experiments)相一致。譬如說，在 Marimon, Spear and Sunder(1993)的世代交替模型(overlapping generation model)中，理論上可存在兩個均衡，其中一個為靜態均衡，而另一個則是週期為二的循環均衡(periodic cycle with period 2)。後者也是 Marimon 等人所稱的太陽黑子均衡(sunspot equilibrium)。Marimon 等用實驗方法進行均衡篩選，結果他們發現實驗的結果多數是收斂至靜態均衡，而很難收斂到太陽黑子均衡。另外，在 Bullard and Duffy(1995)所分析的一個具有無限多均衡的世代交替模型中，他們利用遺傳程式的模擬也發現其結果不是收斂到靜態均衡，就是收斂到期數極低(不超過 4)的規律循環。雖然本文可以視為這些文獻在均衡篩選結果上的一個延續，但是這是否就意味著「週期較高的規律循環或混沌軌跡，出現的可能性較低」以及我們是否能夠逕行依此判準來縮減多元均衡的數目，仍然是一個尚待深入研究的課題。

## 參考文獻

- [1] Andrews, M and R. Prager (1994), "Genetic Programming for the Acquisition of Double Auction Market Strategies," in K.E. Kinnear, Jr., (eds.), *Advances in Genetic Programming*, Chapter 16, 355--368, (Cambridge, MA: MIT Press).
- [2] Arifovic, J. (1994), "Genetic Algorithm Learning and the Cobweb Model," *Journal of Economic Dynamics and Control* 18, 3-28.
- [3] Arifovic, J. (1995a), "Strategic Uncertainty and the Genetic Algorithm Adaptation," working paper, Simon Fraser University.
- [4] Arifovic, J. (1995b), "Genetic Algorithms and Inflationary Economies," *Journal of Monetary Economics* 36, 219-243.



- [5] Birchenhall, C.R. (1995), "Genetic Algorithms, Classifier Systems and Genetic Programming and Their Use in Models of Adaptive Behavior and Learning," *Economic Journal* 105, 788-795.
- [6] Bray, M. (1982), "Learning, Estimation, and the Stability of Rational Expectations," *Journal of Economic Theory* 26, 318-339.
- [7] Bullard, J. and J. Duffy (1995), "On Learning and the Stability of Cycles," working paper, University of Pittsburgh.
- [8] Chen, S., and C. Yeh (1996a), "Genetic Programming Learning and the Cobweb Model," in P. Angeline and K.E. Kinnear, Jr., (eds.) *Advances in Genetic Programming 2*, Chapter 22, 443-466, (Cambridge, MA: MIT Press).
- [9] Chen, S. and C. Yeh (1996c), "Genetic Programming and the Efficient Market Hypothesis," in J. R. Koza, D. E. Goldberg, D. B. Fogel, and R. L. Riolo (eds.). 1996. *Genetic Programming 1996: Proceedings of the First Annual Conference*, July 28-31, 1996, Stanford University, 45-53, (Cambridge, MA: The MIT Press).
- [10] Chen, S. and C. Yeh (1997), "Toward a Computable Approach to the Efficient Market Hypothesis: An Application of Genetic Programming", *Journal of Economic Dynamics and Control*. 21, 1043-1063
- [11] Cooper, R., D. DeJong, R. Forsythe and T. Ross (1990), "Selection Criterion in Coordination Games: Some Experimental Results," *American Economic Review* 80, 218-233.
- [12] Crawford, V.P. (1991), "An Evolutionary Interpretation of Van Huyck, Battalio and Beil's Experimental Results on Coordination," *Games and Economic Behavior* 3, 25-59.
- [13] Crawford, V.P. (1995), "Adaptive Dynamics in Coordination Games," *Econometrica* 63, 103-143.
- [14] Devaney, R.L. (1989), *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, 2nd Ed., (Reading, MA: Addison-Wesley).
- [15] Dworman, G. S. O. Kimbrough and J. D. Laing (1996), "Bargaining by Artificial Agents in Two Coalition Games: A Study in Genetic Programming for Electronic Commerce," in J. R. Koza, D. E. Goldberg, D. B. Fogel, and R. L. Riolo (eds.). 1996. *Genetic Programming 1996: Proceedings of the First Annual Conference*, July 28-31, 1996, Stanford University, 54-62, (Cambridge, MA: The MIT Press).
- [16] Goldberg (1989), *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, (Reading, MA: Addison-Wesley).
- [17] Holland, J. H. (1975), *Adaptation in Natural and Artificial System*, University of Michigan Press.
- [18] Kagel, J. H. and Roth, A. E. (1995), eds., *Handbook of Experimental Economics*, (Princeton, NJ: Princeton University Press).
- [19] Koza, J. R. (1992a), "A Genetic Approach to Econometric Modeling," in P. Bourguine and B. Walliser (eds.), *Economics and Cognitive Science*, (Pergamon Press).
- [20] Koza, J. R. (1992b), *Genetic Programming*, (Cambridge, MA: MIT Press).
- [21] Koza, J.R. (1994), *Genetic Programming II*, (Cambridge, MA: MIT Press).

- [22] Koza, J. R. (1996), "Genetic Programming for Economic Modeling," in Goonatilake and Treleven (eds.), *Intelligence Systems for Finance and Business*, (John Wiley and Sons).
- [23] Kreps, D.M. (1990), *Game Theory and Economic Modelling*, (New York: Oxford University Press).
- [24] Laing, J.D., S.O. Kimbrough and G. Dworman (1994), "On Automated Discovery of Models Using Genetic Programming in Game-Theoretic Contexts," working paper, the Wharton School Department of Operations and Information Management working paper no. 94-07-02.
- [25] Lucas, R.E. Jr. (1986), "Adaptive Behavior and Economic Theory," *Journal of Business* 59, S401-S426.
- [26] Marcet, A. and T.J. Sargent (1989), "Convergence of Least Squares Learning Mechanisms in Self Referential Linear Stochastic Models," *Journal of Economic Theory* 48, 337-368.
- [27] Marimon, R., (1995), "Learning from Learning in Economics (Towards a Theory of the Learnable in Economics)," working paper, European University Institute and Universitat Pompeu Fabra.
- [28] Marimon, R., S.E. Spear and S. Sunder (1993), "Expectationally Driven Market Volatility: An Experimental Study," *Journal of Economic Theory* 61, 74-103.
- [29] Mitchell, Melanie (1996), *An Introduction to Genetic Algorithms*, (Cambridge, MA: MIT Press).
- [30] Oussaidene, M, B. Chopard, O. V. Pictet and M. Tomassini (1996), "Parallel Genetic Programming: An Application to Trading Models Evolution," in J. R. Koza, D. E. Goldberg, D. B. Fogel, and R. L. Riolo (eds.). 1996. *Genetic Programming 1996: Proceedings of the First Annual Conference*, July 28-31, 1996, Stanford University, 357-362, (Cambridge, MA: The MIT Press).
- [31] Sargent, T.J. (1993), *Bounded Rationality in Macroeconomics*, (New York: Oxford University Press).
- [32] Siegel, S. and N.J. Castellan, Jr. (1988), *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*, 2nd Ed, (New York: McGraw Hill).
- [33] Van Huyck, J.B., R.C. Battalio, and R. Beil (1990), "Tacit Coordination Games, Strategic Uncertainty and Coordination Failure," *American Economic Review* 80, 234-248.
- [34] Van Huyck, J.B., R.C. Battalio, and R. Beil (1991), "Strategic Uncertainty, Equilibrium Selection Principles and Coordination Failure in Average Opinion Games," *Quarterly Journal of Economics* 106, 885-910.
- [35] Van Huyck, J.B., J.P. Cook, and R.C. Battalio (1994), "Selection Dynamics, Asymptotic Stability, and Adaptive Behavior," *Journal of Political Economy* 102, 975-1005.
- [36] Van Huyck, J.B., R.C. Battalio, and F.W. Rankin (1996), "Selection Dynamics and Adaptive Behavior Without Much Information," working paper, Texas A&M University.