

第一章 緒論

數學的教學課程中，曾經提到凸 n 邊形的內角和的問題。對於這個問題，我們利用凸 n 邊形內不相交的對角線，將凸 n 邊形分割成 $(n-2)$ 個三角形，再由三角形的內角和是 180° ，得知凸 n 邊形的內角和為 $180^\circ \times (n-2)$ 。

進一步去深入了解，發現凸多邊形利用不相交的對角線分割成三角形的方法不是只有一種方式，例如四邊形有二種方式，而五邊形則有五種方式；將凸 n 邊形利用不相交的對角線分割出 $(n-2)$ 個三角形的方法稱為凸多邊形的三角化，在離散的課程中，利用生成函數的方式，計算凸 $(n+2)$ 邊形三角化的方法數，求得答案為 $\frac{1}{n+1} \cdot \frac{(2n)!}{n!n!} = \frac{1}{n+1} C_n^{2n}$ ，這個數字是由比利時數學家 Catalan 在 1838 年解決問題時候所提出，因此我們將它稱之為 *Catalan number*。

在 $n \times n$ 的正方形街道中，由 $(0, 0) \rightarrow (n, n)$ 走 n 步 \bar{i} ， n 步 \bar{j} 且沿途中 \bar{j} 不超過 \bar{i} 的數目的捷徑走法，我們將它稱之為好路徑，其解答亦是 $\frac{1}{n+1} C_n^{2n}$ ，由於好路徑方法數的計算，可透過簡單的組合運算得到(詳見附錄二)，但生成函數的方法較為困難不易讓學生接受，所以興起了一個念頭，想找出這二者彼此間的一對一的對應關係，來使學生容易接受這個解答，才促成了這篇論文。

在第二章，我將先利用生成函數找到凸 $(n+2)$ 邊形三角化的方法數的答案是 $\frac{1}{n+1} \cdot \frac{(2n)!}{n!n!}$ ，再建立二者之間彼此的對應關係，並透過對射函數的方式，證明對應關係是可行的。

在第三章，證明對應關係成立後，我們給予實例證明，利用對應關係將五邊形的三角化和 3×3 的正方形街道的好路徑做一對一對應，接著針對本篇論文文章做簡單的感想和結語當做最後的總結。