

第四章 數值計算

第一節 數值計算假設

依保險法一百四十六條⁸之規定，保險公司之資金運用項目包含存款、有價證券、不動產、放款、辦理經主管機關核准之專案運用、公共及社會福利事業投資，國外投資，投資保險相關事業，從事衍生性商品交易及其他經主管機關核准之資金運用。本研究為簡化投資內容，假設投資標的為國內之股票及債券。

本文假設投資之債券共 5 種類型，到期日分別為 6 年到 10 年，隨評估期間不同而改變；例：評估期間為 7 年，可投資之債券為到期日 8 年到 10 年之債券。利率為本研究主要之變動因素，藉由模擬利率 1,000 次，觀察利率改變對資產配置之影響。為能使模擬之利率更貼近現況，Vasicek 單因子利率模型之各參數，使用台灣 1999-2009 年 30 天期商業本票之季資料做參數校準⁹(calibration)，給定 $\kappa=0.30$ 、 $\theta=0.01$ 以及 $\sigma_r=0.01$ ，而模擬利率之起始值給定為 2%；其他參數則依國外實證研究給定如下。

股票之波動程度 σ_s 給定為 0.2，債券與股票收益之相關性參考 Fama 與 French(1989)、Shiller 與 Beltratti(1992)及 Campbell(1987)等人之研究，給定股價與利率之相關係數 $\rho=-0.25$ 。股票價值變動則參考 Cambell 以 1959-1983 美國股市與利率月資料之實證結果，給定股票及利率之風險溢酬分別為 $\lambda_s=0.03$ 、 $\lambda_r=0.00075$ 。

⁸ 保險法第 146 條條文內容詳見附錄二。

⁹ 參數校準之方法詳見附錄三。

表 4-1：數值計算之模型參數設定

參數	κ	θ	σ_r	σ_s	ρ	λ_s	λ_r
參數值	0.30	0.01	0.01	0.2	-0.25	0.03	0.0075

數值計算之情境設定如下：評估期間 T 為 5、7 及 9 年，且於評估期間內每 3 個月調整一次投資組合。保險法第 146-1 條¹⁰中規範公司債及股票之總額不得超過資金之 35%，因本文假設之投資標的並未包含公司債，故將股票之投資上限設為 35%。利用擬似動態規畫法求出各時間點之最適投資組合，本文假設之債券存續期間隨時間經過而減少，亦即 10 年期之債券經過 1 年後其存續期間為 9 年。畫出各時間點之各投資標的配置比例的分布情形，觀察不同之風險趨避程度(分別為 $\gamma=2$ 、5 及 10)對投資組合之最適配置比例有何影響。

第二節 風險趨避程度對投資配置之影響

首先，給定評估期間 5 年並以箱型圖(box plot)呈現 1,000 種不同利率情境下之最適化結果。 $\gamma=2$ 時，各期之最適投資組合皆為 10 年期債券以及股票；且股票投資比例於各時間點皆達到投資上限 35%，10 年期債券於各時間點比例皆為 65%。

圖 4-1 至圖 4-3 為 $\gamma=5$ 時，評估期間 5 年中每季之各投資標的比例。期初之最適投資組合為 10 年期債券以及股票，各佔 86%、14%；但於 $t=3$ 開始，最適投資組合中除了 10 年期債券(存續期間為 7)及股票外，還包含 6 年期債券(存續期間為 3)；且隨時間經過 10 年期債券之持有比例開始減少，而 6 年期債券之持有比例增加，各時點之股票投資比例變動很小，大約在 $14\% \pm 0.4\%$ 間變動。

¹⁰ 保險法第 146-1 條條文內容詳見附錄四。

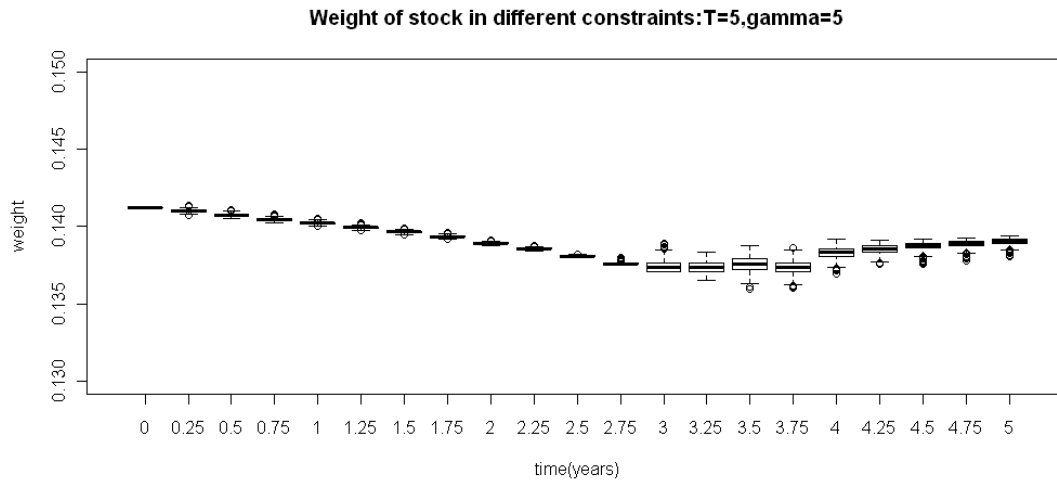


圖 4-1：給定 $T=5$ 、 $\gamma=5$ ，各時點股票部位佔投資金額之比例

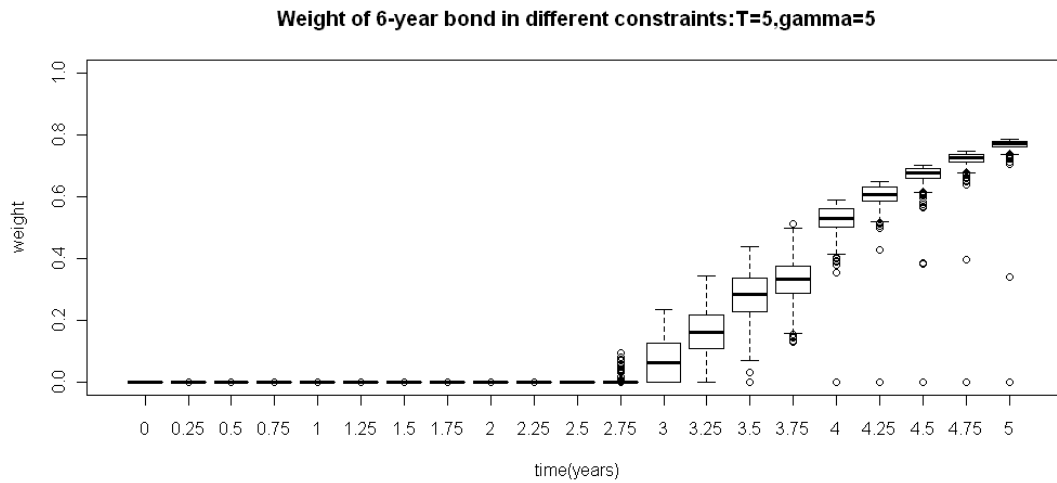


圖 4-2：給定 $T=5$ 、 $\gamma=5$ ，各時點之 6 年期債券部位佔投資金額之比例

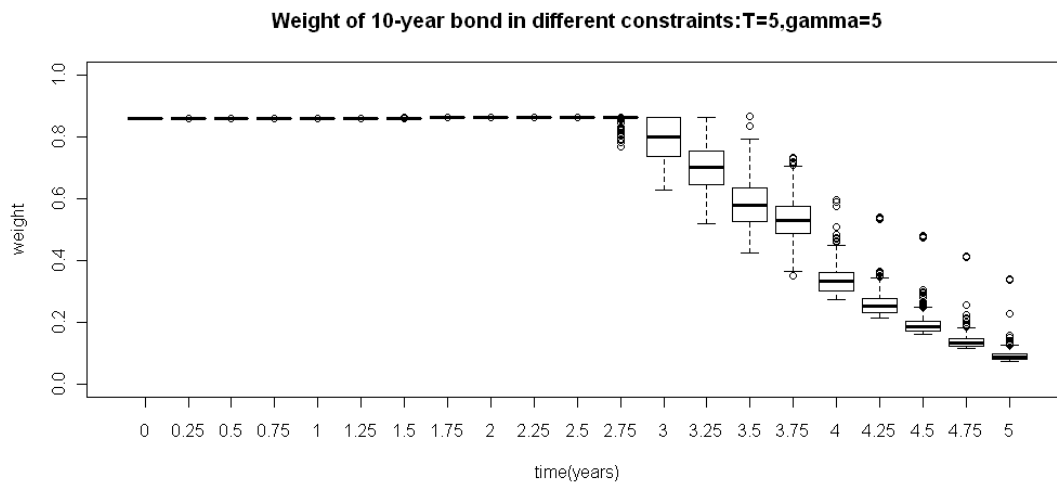


圖 4-3：給定 $T=5$ 、 $\gamma=5$ ，各時點之 10 年期債券部位佔投資金額之比例

圖 4-4 至圖 4-6 為風險趨避程度提高($\gamma=10$)之各投資標的於各時點之配置比例，期初最適投資組合仍為 10 年期債券及股票，其比例分別為 93%、7%。投資於股票之比例變動很小，變動範圍約為 6.6%至 7.0%間。

10 年期債券之比例於 $t=1.75$ 時開始減少(此時 10 年期債券之存續期間為 8.25)，最適投資組合為 6 年期、10 年期債券以及股票； $t=4.25$ 時 10 年期債券之比例減少至 0%(其存續期間為 5.75)，而投資組合中之債券部位全為 6 年期債券。從該時點至評估期間結束，最適投資組合皆為 6 年期債券以及股票，比例約為 93%與 7%。

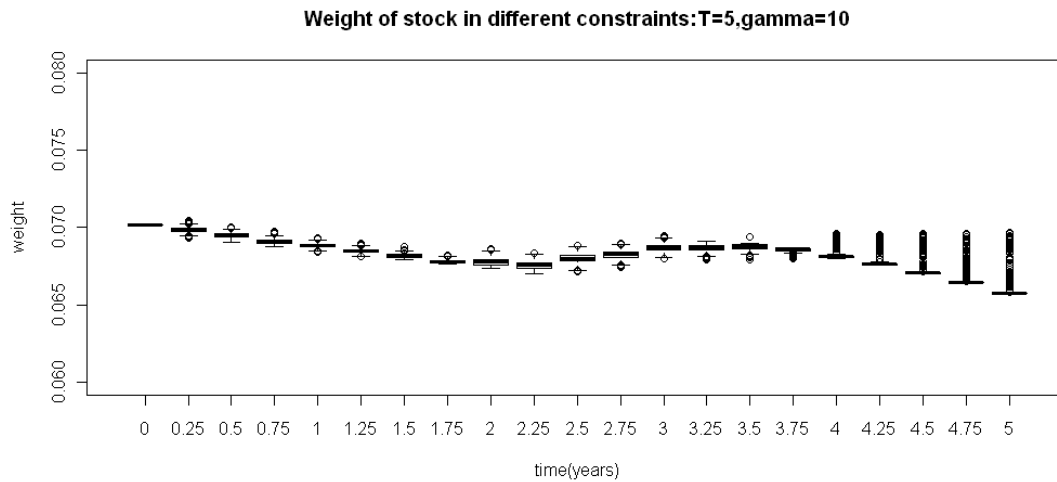


圖 4-4：給定 $T=5$ 、 $\gamma=10$ ，各時點之股票部位佔投資金額之比例

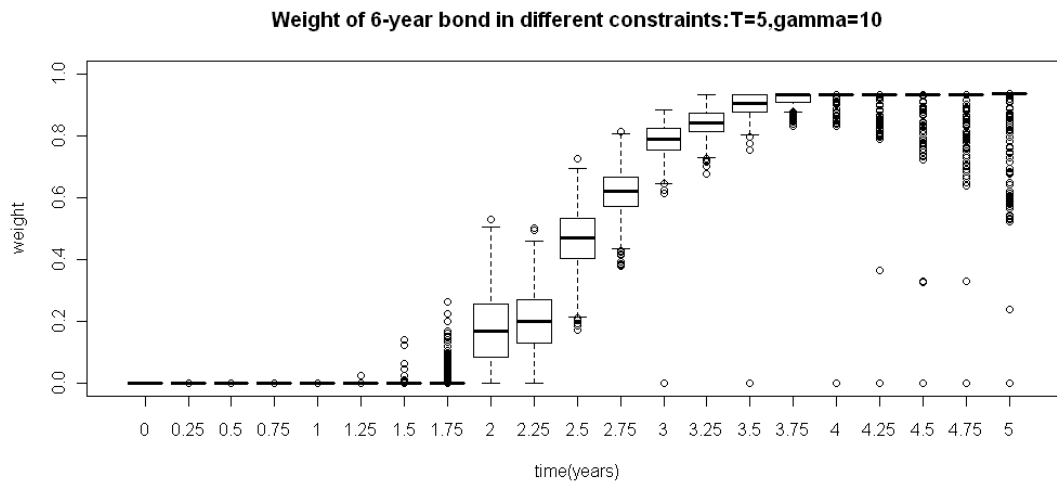


圖 4-5：給定 $T=5$ 、 $\gamma=10$ ，各時點之 6 年期債券部位佔投資金額之比例

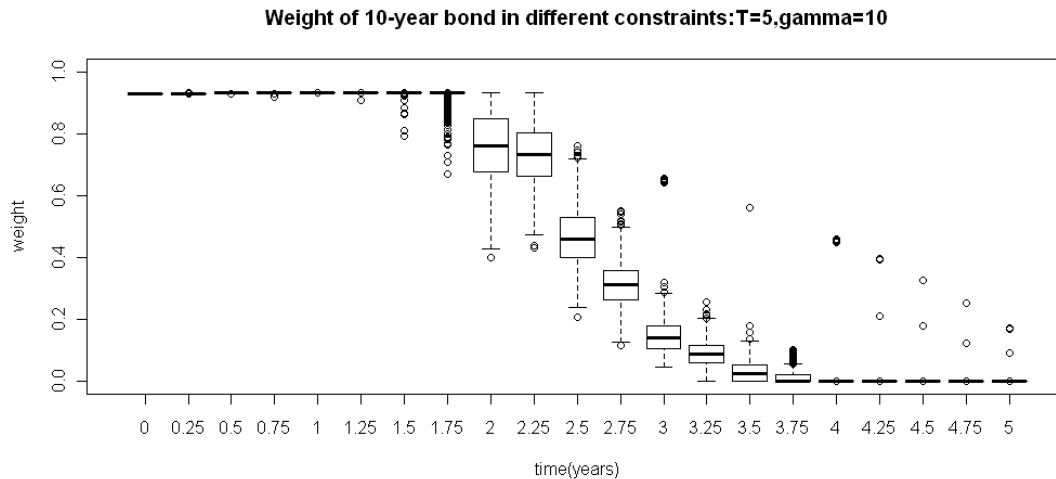


圖 4-6：給定 $T=5$ 、 $\gamma=10$ ，各時點之 10 年期債券部位佔投資金額之比例

為清楚呈現風險趨避程度對資產配置之影響，表 4-2 與表 4-3 列出評估期間 5 年於不同風險趨避程度下，各時點投資配置之 1,000 種模擬情境之中位數。首先，觀察股票期初配置比例在 $\gamma=2$ 、5 及 10 時有何不同；隨著風險趨避程度的增加，股票的比例從 35% 降到 14%，而當投資人極為風險趨避時，股票投資比例為約 7%；這是因為股票的風險較高 ($\sigma_s=0.4$ ，而 $\sigma_r=0.01$)。且在風險態度固定之情形下，股票投資比例隨時間調整的幅度極小。

接著觀察風險態度對債券部位之影響， $\gamma=2$ 時，於評估期間中僅投資 10 年期債券； $\gamma=5$ 及 10 時，期初最適之債券組合為可投資之最長年期債券(10 年期債券)，且隨時間經過，逐漸降低 10 年期債券之持有比例、增加 6 年期債券之持有比例。推測是因為長年期債券之風險較高，當風險趨避程度提高時，會將短年期之債券納入投資組合中。債券配置情形在不同的 γ 下最明顯的不同為：開始購買短年期債券之時間點隨 γ 值的提高而提早，且當 $\gamma=10$ 、 $t \geq 3.75$ 時，債券組合僅含最短年期之債券。

三種不同風險態度之投資配置結果皆顯示：債券之投資組合佔投資金額之比例變動程度很小(因股票比例變動程度小)；且債券組合中僅含最短及最長年期之

債券，因此隨時間而改變之投資標的比例為 6 年期與 10 年期債券兩者之消長。

表 4-2：給定 $T=5$ 、 $\gamma=5$ ，各時點投資標的佔投資金額比例之中位數

t(year)	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25
6-year Bond	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10-year bond	85.88	85.90	85.93	85.96	85.98	86.01	86.03	86.07	86.11	86.14
stock	14.12	14.10	14.07	14.04	14.02	13.99	13.97	13.93	13.89	13.86
	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
	0.00	0.00	6.20	16.32	28.32	33.19	52.97	60.76	67.55	72.67
	86.19	86.24	79.94	69.94	57.93	53.07	33.20	25.39	18.58	13.44
	13.81	13.76	13.74	13.74	13.76	13.74	13.83	13.86	13.88	13.89

表 4-3：給定 $T=5$ 、 $\gamma=10$ ，各時點投資標的佔投資金額比例之中位數

t(year)	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25
6-year bond	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	16.99	19.92
10-year bond	92.99	93.01	93.05	93.09	93.12	93.15	93.18	93.22	76.23	73.32
stock	7.01	6.99	6.95	6.91	6.88	6.85	6.82	6.78	6.78	6.75
	2.5	2.75	3	3.25	3.5	3.75	4	4.25	4.5	4.75
	47.11	62.02	78.95	84.21	90.49	93.13	93.19	93.24	93.29	93.35
	46.08	31.15	14.18	8.92	2.63	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6.80	6.83	6.87	6.87	6.88	6.86	6.81	6.76	6.71	6.65

第三節 評估期間長度對投資配置之影響

本文考量 5、7 及 9 年三種評估期間對於投資配置的影響¹¹；即使三種評估期間所能投資之債券到期日不同，但在不同評估期間及風險趨避程度共 9 種情境設定下，期初最適之投資配置皆為最長年期債券(10 年)及股票。 $\gamma=2$ 時，三種投資期間之最適投資組合皆為 65% 之 10 年期債券及 35% 之股票； $\gamma=5$ 、10 時，期

¹¹ 評估期間 7 年及 9 年之數值結果詳見附錄五。

初之最適配置也不因評估期間長短而有很大差異，如表 4-4 所示。

表 4-4：不同評估期間及不同風險趨避程度之期初最適投資組合

	T=5		T=7		T=9	
	10-year bond	stock	10-year bond	stock	10-year bond	stock
$\gamma = 2$	65.00%	35.00%	65.00%	35.00%	65.00%	35.00%
$\gamma = 5$	85.88%	14.12%	85.71%	14.29%	85.62%	14.38%
$\gamma = 10$	92.99%	7.01%	92.80%	7.20%	92.70%	7.30%

第四節 負債複製投資組合與策略性資產配置

策略性資產配置除了業主權益的投資部份外，還需加入負債之複製投資組合。本文參考張士傑與黃美慧(2003)模擬之人壽保險公司資料¹²，保險人期初模擬之資產負債表以及現金流量預估數值如表 4-5 及 4-6(皆以新台幣表示)：

表 4-5：期初之模擬資產負債表

資產	負債	業主權益
1,600 億元	1,520 億元	80 億元

表 4-6：現金流量預估數 (單位：億元)¹³

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CF	-17.10	-9.85	-13.78	-24.47	88.34	95.06	142.38	101.27	121.43	118.98

由於上節顯示不同評估期間之期初配置比例並無明顯差異，亦即業主權益的投資部份在給定不同評估期間下差異很小。負債複製投資組合之概念為於第 n 年有現金流出，買 n 年期債券支應即可；且負債之複製投資組合隨著評估時間增加，而增加債券之部位，例：評估期間為 5 年，負債之複製投資組合為 4 年期、

¹² 模擬之壽險公司相關假設節錄於附錄六。

¹³ 表中之 CF 代表現金流量；數值部分-代表現金流入，+代表現金流出。

5 年期債券；評估期間為 7 年，負債之複製投資組合為 4 年期、5 年期、6 年期及 7 年期債券。故評估期間越長，策略性資產配置之債券部位越大。依第一節所設定之參數($r_f=0.02$, $\kappa=0.30$, $\theta=0.01$, $\sigma_r=0.01$)可得之各年期債券價格如表 4-7 所示(幣別以新台幣表示)：

表 4-7：不同到期日之債券價格 (單位：元)

τ (year)	4	5	6	7	8	9
債券價格	93.50	92.18	90.93	89.74	88.59	87.47

綜上所述，不同評估期間及不同風險趨避態度之期初策略性資產配置如表 4-8 所示¹⁴，且債券與股票之比例整理於表 4-9，本文結果與台灣壽險公司之資產配置於下節比較。

表 4-8：不同評估期間及不同風險趨避程度之策略性資產配置

	T=5		T=7		T=9	
	bond	stock	bond	stock	bond	stock
$\gamma=2$	68.72%	31.28%	73.54%	26.46%	78.17%	21.83%
$\gamma=5$	87.38%	12.62%	89.20%	10.80%	91.03%	8.97%
$\gamma=10$	93.74%	6.26%	94.56%	5.44%	95.45%	4.55%

表 4-9：不同評估期間及不同風險趨避程度之債券與股票比例

	T=5	T=7	T=9
$\gamma=2$	2.20	2.78	3.58
$\gamma=5$	6.93	8.26	10.15
$\gamma=10$	14.96	17.37	20.97

表 4-8 為不同評估期間以及風險趨避程度下，策略性資產配置中債券及股票之配置比例。壽險公司之風險態度越趨避，投資於債券之比例越多而股票之比例

¹⁴ 策略性資產配置之計算方式詳細說明如下(僅以評估期間 5 年為例)：期初之負債為新台幣 1,520 億元，期初負債複製投資組合約為 83 億之 4 年期債券以及 88 億之 5 年期債券。因本文所使用之現金流量假設為 20 年之預估，但評估投資期間為 5 年，無法涵蓋所有負債金額(期初負債為 1,520 億，負債複製組合約 171 億)。期初負債與負債複製組合間之差距，本研究將其併入業主權益中做投資配置。

越少。由表 4-9 可觀察到評估期間固定下，隨著風險趨避程度增加，債券與股票之比率也增加。

第五節 研究結果與現況之比較

壽險業因具有長期負債需要長期資產予以支應之特性，固定收益類資產應佔投資之大部分，但因國內債券市場不甚活絡，故壽險業者轉往投資國外固定收益類資產。有研究顯示，台灣壽險業者是以中長期投資的方式從事國外投資，且固定收益資產為國外投資之大部分；其中有評等之固定收益類資產約佔台灣大型壽險公司可運用資金之 9 成。以下做研究結果與現況之比較時，將分為僅考慮國內債券以及債券部位同時考量國內公債與國外公債兩部份分析，比較本研究之結果與台灣現況之債券與股票比例(ratio of bond/stock)。

一、債券部位僅考慮國內公債

為能清楚比較研究結果與台灣壽險公司資金運用之現況，以表 4-10 與 4-11 分別呈現本資與外資公司¹⁵之債券與股票比¹⁶。

表 4-10：本資公司之債券與股票比(僅考慮國內公債)

公司別	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
ratio	1.49	4.43	9.70	1.01	3.24	0.71	0.94	1.02	1.29	0.33	0.54	2.10	0.19

表 4-11：外資公司之債券與股票比(僅考慮國內公債)

公司別	a	b	c	d	e	f	g	h	I	j	k	l
ratio	16.72	14.91	8.33	24.83	17.08	19.65	23.07	189	22.71	15.13	15.63	109

給定評估時間為 5 年時，風險態度較為積極($\gamma=2$)時，債券與股票比為 2.2；風險態度較趨避($\gamma=10$)時，債券與股票比為 14.96。我國本資公司之債券與股票

¹⁵ 有 5 家外資公司投資於股票比例為 0%，無法計算債券與股票比，故此部分比較刪去 5 筆資料。

¹⁶ 表 4-10 及表 4-11 原始資料來自保發中心，本研究自行整理成表。

比僅有 4 家超過 2.2，顯示我國大多數本資壽險公司之風險態度較本研究之設定更為積極；但外資壽險公司僅有一家低於 14.96，表示我國大多數外資公司之風險態度相對於本資公司較為趨避。給定評估期間為 7 及 9 年時，比較研究結果與台灣壽險公司資產配置之現況，結果仍顯示大多數本資壽險公司之風險態度較本研究之設定更為積極；而外資公司之風險態度仍為較趨避。

在債券部位僅考慮國內公債時，比較本資與外資公司之債券與股票比，結果顯示本資公司較外資公司風險愛好，且差異程度很大。

二、債券部位同時考慮國內及國外債券

本研究在不考慮匯率風險下將國外債券與國內公債同時納入債券部位計算債券與股票比，重新計算本資公司與外資公司之債券與股票比如表 4-12 及 4-13。

表 4-12：本資公司之債券與股票比(同時考慮國內外債券)

公司別	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
ratio	1.74	4.62	10.86	1.01	3.28	1.15	0.95	1.02	1.29	0.33	0.57	2.39	0.19

表 4-13：外資公司之債券與股票比(同時考慮國內外債券)

公司別	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
ratio	18.15	18.56	8.39	25.02	17.08	19.87	23.65	189	23.58	15.13	15.63	109

在債券部位同時考量國內外債券時，比較國內壽險公司之實際資料與本研究之結果，發現給定評估期間為 5 年時，本資公司之債券與股票比有 9 家公司低於 2.2($\gamma=2$)至 6.93($\gamma=5$)間；有 3 家公司介於 2.2($\gamma=2$) 至 6.93($\gamma=5$) 間；而有 1 家公司大於 6.93($\gamma=5$)。但外資公司之債券與股票比只有 1 家公司介於 6.93 ($\gamma=5$) 至 14.96($\gamma=10$)間；有 11 家公司大於 14.96($\gamma=10$)。由上述之比較可發現本資公司之風險趨避程度較外資公司低。

比較表 4-12 及表 4-13，結果顯示即使將國外債券也加入債券部位考慮，外

資公司與本資公司之風險態度仍然差異很大。觀察本資公司之股票佔可運用資金總額比率，有 5 家超過 10% 且最高比例約為 12%，本資公司投資於股票比例不算太高，且與外資公司持有之股票比例差異不大，若本資公司欲提高債券與股票比，應提高公司之債券持有比例。在比較壽險公司與研究結果之資產配置情形後，可以發現本資公司與外資公司債券與股票比率差異很大，此結果係因資產配置迷思，亦或是存在其他原因？

Bajeux-Besnainou et al. (2001) 提出兩個假設解釋資產配置迷思，一為投資者的投資期間大於現金到期日，另一為投資者可以 rebalance 投資策略。其主要概念為：當投資者的投資期間超過現金之到期日時，現金不再是無風險的資產，只有到期日與投資者的投資期間相同之零息債券才是無風險性資產。在市場完備的情況下，投資者又可 rebalance 投資組合，則他們可用現金與風險性資產中的債券複製零息債券。此時，風險趨避程度不同的投資者投資於債券與股票的比率會不同，可用下列兩個理論說明之。

1. Cass-Stiglitz Separation Theory (1970)

假設完備市場下投資者的投資期限為 T ，現金到期日為 ε ，可投資標的為現金、存續期間為 K 之債券基金及股票。投資期間與現金到期日之關係，為影響資產配置迷思之因素：(1)當 $T = \varepsilon$ 時，現金為無風險資產。投資者可投資現金及風險性資產(包含債券與股票)，風險性資產中債券及股票的權重隨著風險態度而改變，資產配置迷思是存在的；(2)當 $T > \varepsilon$ 時，分離基金可以圖 4-7 表示，其中 C 為現金、 B_K 為存續期間為 K 的債券、 B_T 為到期日為 T 的債券、 S 為股票。風險性資產中之債券與股票比率為固定值，但較風險趨避之投資者投資於合成的無險基金(synthetic riskless fund)之比重會增加。因此，整個投資組合的債券部位會增加，而債券與股票之比率也增加。



圖 4-7：Cass-Stiglitz Separation Theory¹⁷

2. Merton Separation Theory (1973)

Merton 採用連續時間的跨期消費模型推導最適之投資部位，其最佳投資策略包含三個共同基金：無風險基金(riskless fund)、最適成長基金(growth-optimal fund)以及避險基金(hedging fund)，可以圖 4-8 表示之。

風險性資產中的債券與股票比率為固定值，但較風險趨避的投資人投資於風險性基金的比重會下降(B_K 及 S 都減少)，而投資於避險基金的比重增加(B_K 增加)。因此，整個投資組合之債券與股票比率會上升。此結果與 Cass-Stiglitz Separation Theory 之結論相同，證明沒有資產配置迷思之存在。

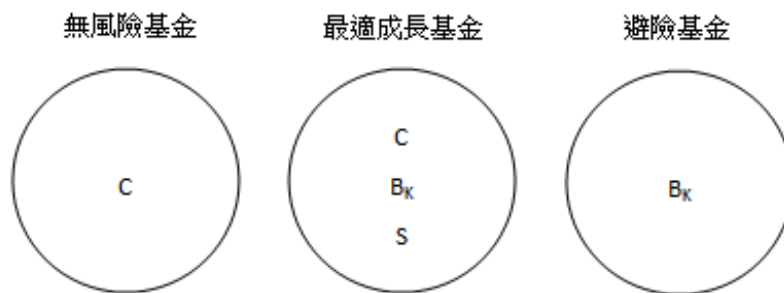


圖 4-8：Merton Fund Separation

本研究採用 Bajeux-Besnainou et al. (2001)所提出關於資產配置迷思之解釋來說明本資公司與外資公司之債券與股票比率差異很大的現象。亦即本資公司與外資公司持有之風險性資產的債券與股票比率應相同，但由於其經理人風險態度之

¹⁷ 參考 Bajeux-Besnainou(2001)自行繪製。

¹⁸ 參考 Bajeux-Besnainou(2001)自行繪製。

差異導致整體資產配置之債券與股票比率有所不同。從比較結果看來，本資公司之股票與債券比率高於外資公司，故本資公司之風險態度確實較外資公司來的風險愛好。