第四章　數值分析

在第三章中，本文推導出保險人在t時的最適跨期投資組合的各項資產之權重。有上述的理論解之後，本章將利用數值分析方法模擬匯率走勢可能為正、負或其他的情況下，風險趨避程度變動下對最適投資組合的影響，以及針對匯率風險波動度的不同，研究投資組合權重的改變。各風險的波動度和市場價值之參數設定參考 Brennan & Xia(2002)。其他參數如匯率風險的參數、本國短期利率和外國短期利率等，本文將自行給定。

表 3：基本參數設定表

參數的敘述		參數名稱(符號)	參數數值
資產的動態過程	本國與外國間匯率 $\frac{de(t)}{e(t)} = \mu_e(t)dt + \sigma_e' d\vec{Z} = (a+bt)dt + \sigma_e dZ_e$	匯率風險的參數(a、b)	a=0.02 b<0 或 b>0
		瞬間標準差(σ_e)	0.1
	本國現金帳戶 $\frac{dB_d(t)}{B_d(t)} = r_d dt$	本國利率(r_d)	0.0264[3]
	本國指數型股票基金 $\frac{dS_d(t)}{S_d(t)} = (\bar{\mu}_d + r_d)dt + \sigma_d' d\vec{Z}$	本國市場風險的市場價值(λ_d)	0.1
		瞬間標準差(σ_d)	0.2
	外國現金帳戶 $\frac{d\hat{B}_f(t)}{\hat{B}_f(t)} = (\mu_e(t) + r_f)dt + \sigma_e' d\vec{Z}$	外國利率(r_f)	0.04647[4]

[3] 中央銀行截至 98 年 **6** 月 27 日所公布的國內五大行庫平均基準利率

[4] 2009 年第一季的美國國庫券利率

	外國指數型股票基金 $\frac{d\hat{S}_f(t)}{\hat{S}_f(t)} = (\xi_f + r_f)dt + \chi_f{}' d\vec{Z}$	外國市場風險的市場價值(λ_f)	0.4
		瞬間標準差(σ_f)	0.2
各風險間的相關係數	匯率風險與本國市場風險	ρ_{ed}	-0.2
	匯率風險與外國市場風險	ρ_{ef}	0.1
	本國市場風險與外國市場風險	ρ_{df}	-0.1

接下來將假設投資期間爲 3 年，並考慮保險人每一個月都會調整一次資產配置。另外，於往後的分析中，本國指數型股票基金和外國指數型股票基金將分別簡稱爲本國股票與外國股票。

第一節　匯率風險的增量爲正---a=0.02,b=0.00056

首先，本節將研究當兩國匯率間走勢爲正，即爲本國貨幣呈現貶值的情況下，不同風險趨避程度的保險人所擁有的投資組合之改變。如下圖所示，爲美元 2007 年 1 月到 2009 年 6 月對日圓的走勢，可以發現日圓呈現升值的趨勢，意謂著美元呈現貶值。此爲本節所要探討的情形：當本國對外國的匯率持續走高時，對不同風險趨避程度之保險人所擁有的投資組合之影響。

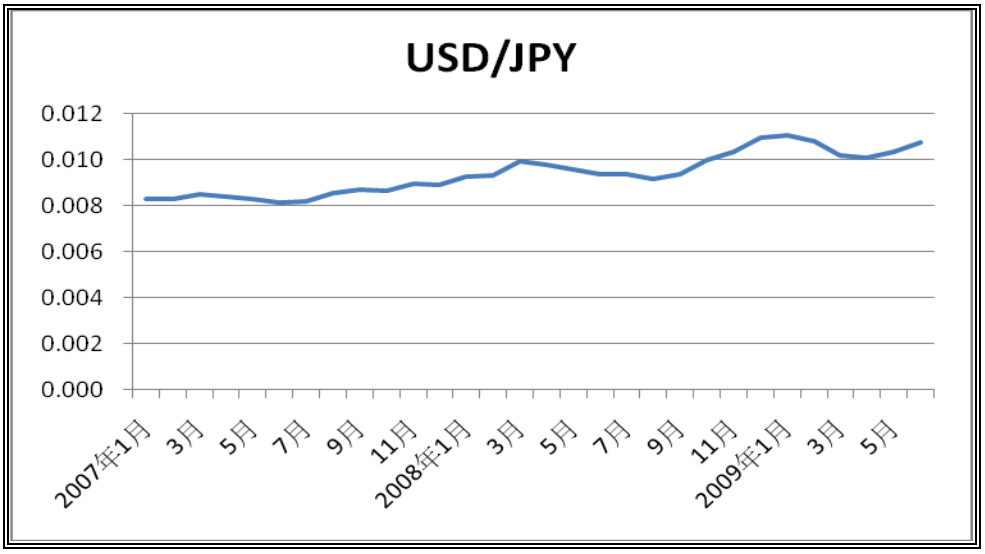

圖 2：2007 年 1 月到 2009 年 6 月的美元對日圓走勢

表 4 爲相關變動參數之設定。

表 4：變動參數設定表

參數的敘述	參數名稱(符號)	參數數值
匯率風險的參數(a、b)	a、b	a=0.02 b=0.00056
三種風險趨避程度	γ	0.01
	γ	0.05
	γ	0.1

以下圖 3 到圖 5 爲不同風險趨避程度的保險人所擁有的最適跨期投資組合。

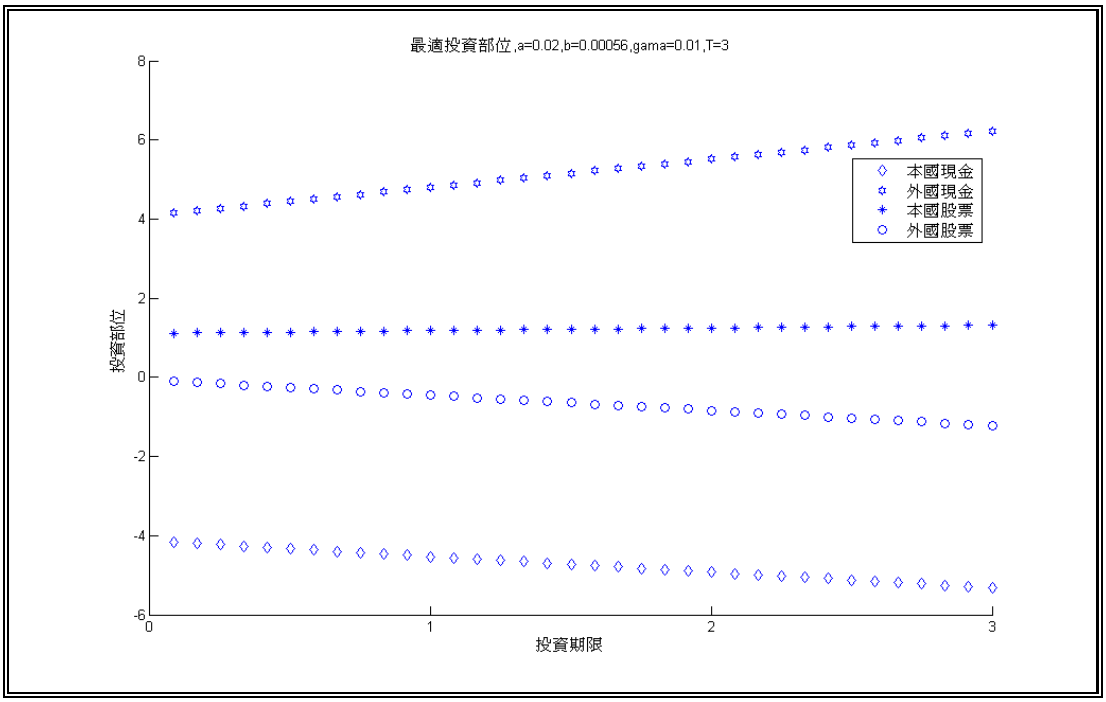

圖 3：最適投資組合(γ=0.01，T=3)

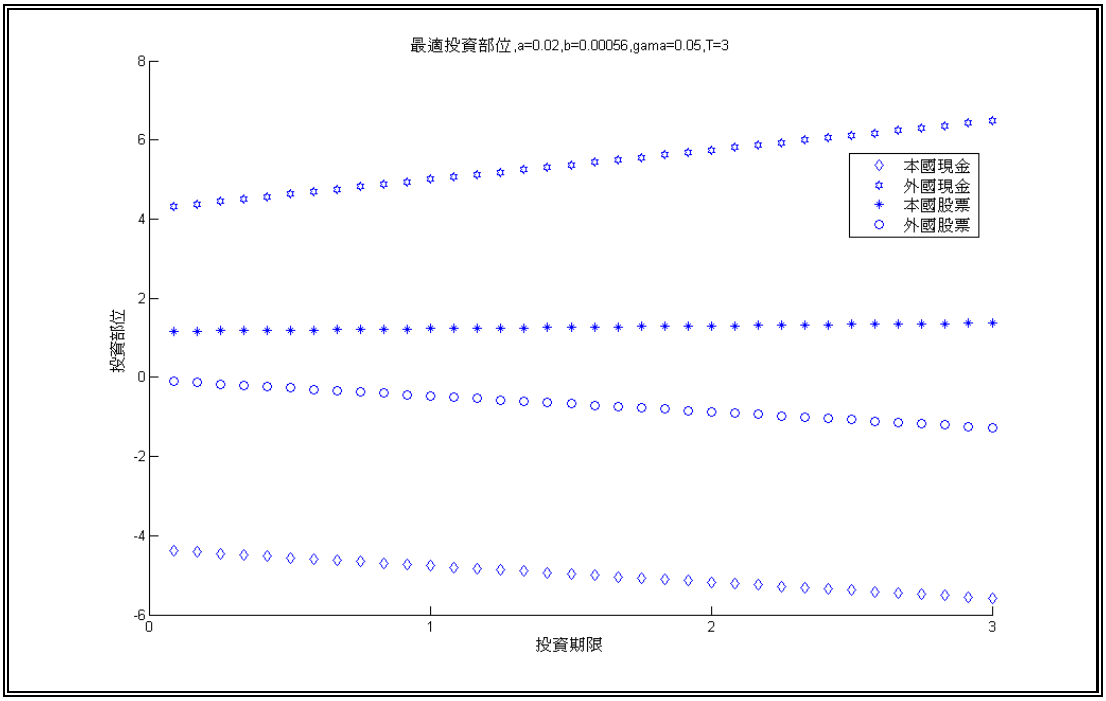

圖 4：最適投資組合(γ=0.05，T=3)

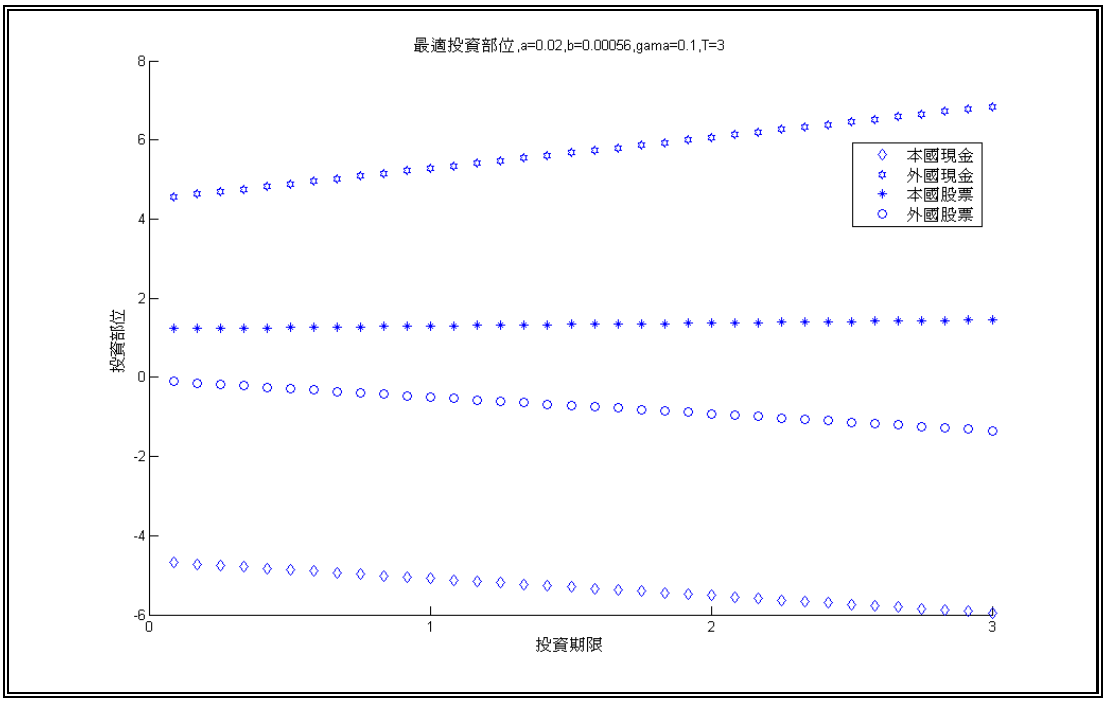

圖 5：最適投資組合(γ=0.1，T=3)

圖 3 到圖 5 分別爲當匯率風險的增量爲正時，風險趨度程度爲 0.01、0.05 和 0.1 的保險人所擁有的投資組合。從這三圖中，我們可以發現保險人在匯率增量走勢爲正的情況下，無論其風險趨避程度爲何，皆具有相同走勢的資產配置。

本國資產部分：保險人選擇放空本國現金，於本國貨幣市場中融資。本國股票的溢酬雖然是常數，不過先前參數設定時，設定本國市場風險與匯率風險具有相關性。因此部位受匯率風險的增量呈現成長趨勢的影響，有些許的改變，但變動幅度很小。

外國資產部分：保險人在外國現金擁有較高的部位。另外，在參數設定方面，爲符合跨國保險人的期待，一開始即假設外國市場的風險價值高於本國，保險人才願意能承擔匯率風險以換得高報酬。但是外國市場風險高於匯率風險，所以投資在外國股票部位較外國現金少。值得注意的是，外國股票與外國現金呈現相反的走勢，原因與匯率風險、市場風險的波動度與相關係數的參數設定有關。

然而風險趨避程度的不同仍是保險人在投資比例上的考量之一。γ 越大表示是風險喜好者，可以發現圖 5 中，放空無風險性資產---本國現金的部位增加。外國現金部位的比例調高，但相對比例無太大明顯變化。詳細數值請見表 5。

表 5：於不同風險趨避程度下持有部位數值表

	gama=0.01	gama=0.05	gama=0.1
	最高值	最高值	最高值
本國現金	-4.1669	-4.3845	-4.6836
本國股票	1.3167	1.3721	1.4484
外國現金	6.2252	6.4873	6.8477
外國股票	-0.0995	-0.1037	-0.1094

第二節　匯率風險的增量爲負---a=0.02,b=-0.00056

相較於前一節，本節探討兩國匯率間走勢爲負，即爲本國貨幣呈現升值的情

況下，不同風險趨避程度的保險人所擁有的投資組合之改變。設定 a=0.02，b=-0.00056，在最後一期時，匯率的增量將接近爲 0，與前一節最後匯率的增量達到 0.04 相比較。表 6 爲相關變動參數之設定。

表 6：變動參數設定表

參數的敘述	參數名稱(符號)	參數數值
匯率風險的參數(a、b)	a、b	a=0.02 b=-0.00056
三種風險趨避程度	γ	0.01
	γ	0.05
	γ	0.1

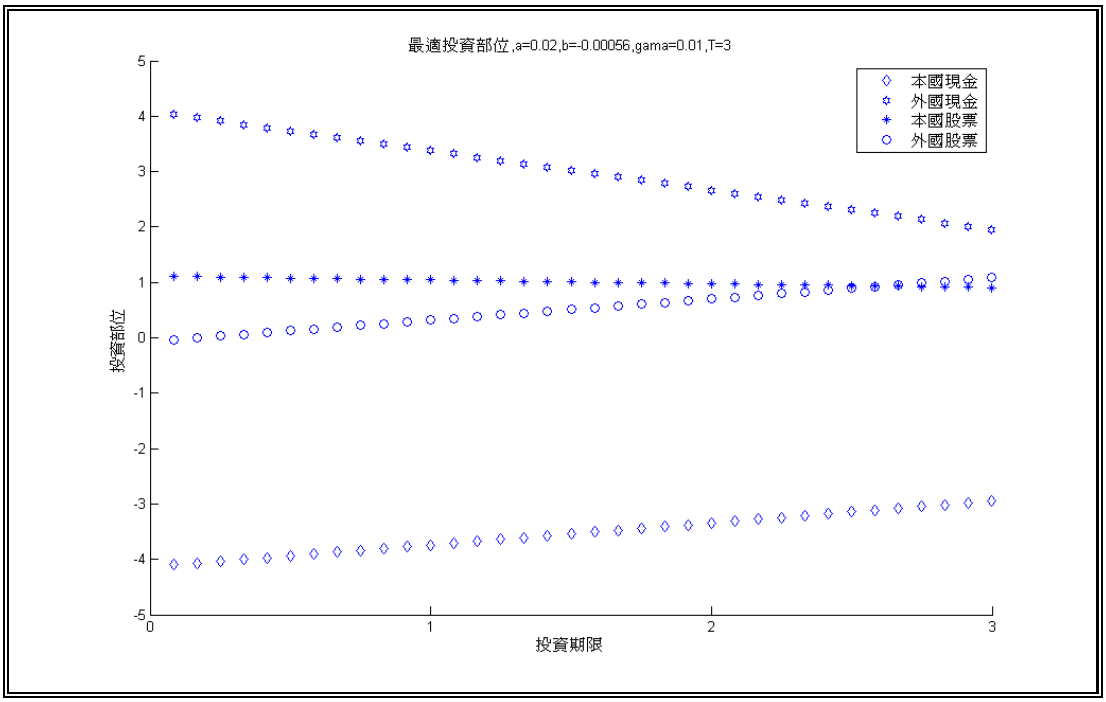

圖 6：最適投資組合(γ=0.01，T=3)

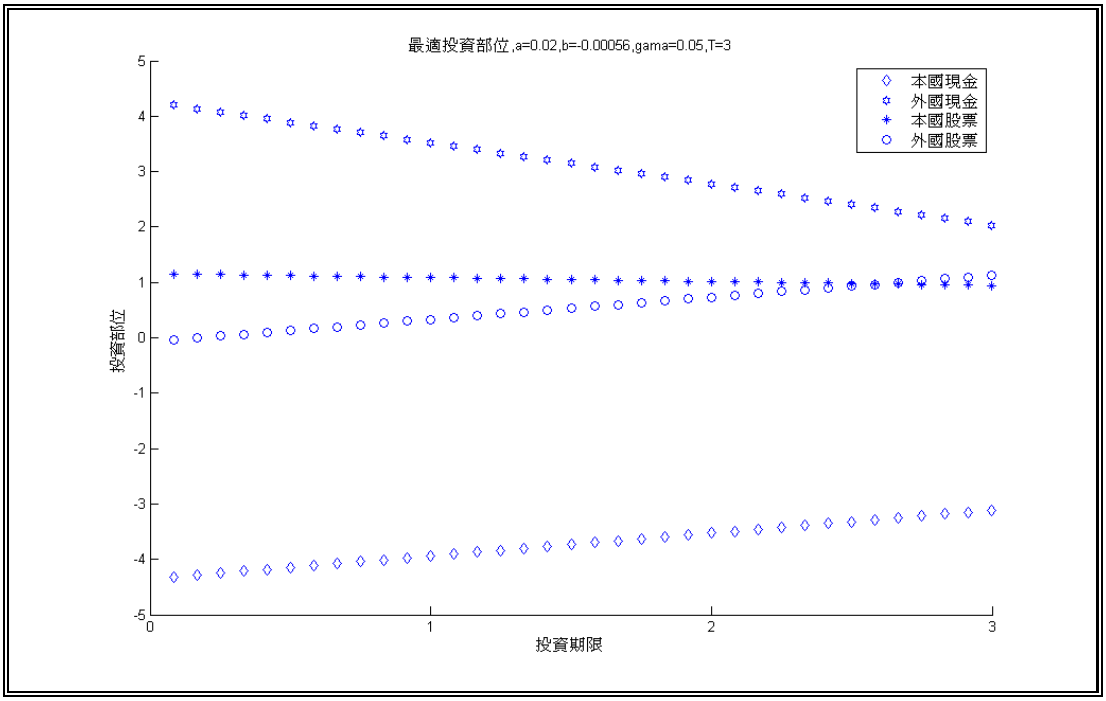

圖 7：最適投資組合(γ=0.05，T=3)

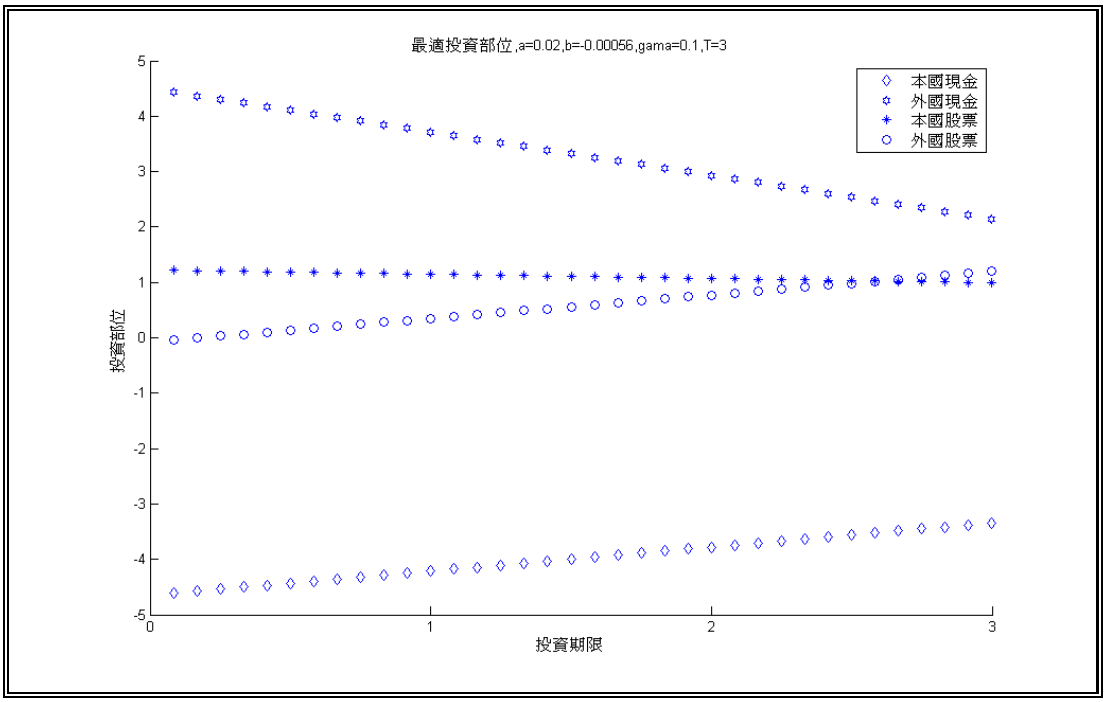

圖 8：最適投資組合(γ=0.1，T=3)

圖 6 到圖 8 分別爲當匯率風險的增量爲負時，風險趨度程度爲 0.01、0.05 和 0.1 的保險人所擁有的投資組合。類似於上節情況，從這三圖中我們可以發現保險人在匯率增量走勢爲負的情況下，無論其風險趨避程度爲何，皆具有相同走勢的資產配置。

本國資產部分：由於匯率呈現負成長的趨勢，本國貨幣爲升值狀態。保險人漸漸減少放空本國現金的部位。同上一節的情形，本國股票的溢酬雖然是常數，不過先前參數設定時，設定本國市場風險與匯率風險具有相關性。因此部位受匯率風險的增量呈現負成長趨勢的影響，仍有幅度很小的改變。

外國資產部分：保險人開始不持有那麼多的外國現金部位。另外，回顧本章敘述，對於參數的設定是外國市場的風險溢酬大於本國，所以保險人仍繼續持有外國股票。但是因爲到最後一期匯率的增量爲零，漸漸地與本國股票持有相同部位。值得注意的是，外國股票與外國現金呈現相反的走勢，原因與匯率風險、市場風險的波動度與相關係數的參數設定有關。

風險趨避程度的不同依舊會影響保險人在投資比例上的考量。γ 越大表示是風險喜好者，可以發現保險人減少持有外國現金的速度變快。詳細數值請見表 7。

表 7：於不同風險趨避程度下外國現金持有部位數值表

	gama=0.01		gama=0.05		gama=0.1	
	最高值	最低值	最高值	最低值	最高值	最低值
外國現金	4.0303	1.9540	4.2000	2.0363	4.4333	2.1494
相距	2.0763		2.1637		2.2839	

第三節　匯率風險的增量以多項式表達

Hui et al.(2008)曾經利用具有均數復歸(mean reverting)的匯率動態過程研究美元兌港幣的外匯選擇權。許多文獻也指出匯率走勢具有均數復歸的性質，如

Rose & Svensson(1994)、Anyhony & MacDonald(1998)。本節亦嘗試假設當匯率的增量非一次式，而是二次多項式，研究保險人的最適跨期投資變化。

觀察歷年來我國貨幣對美元的走勢(圖 1)，呈現上下震盪的情形。若能假設匯率增量爲多項式更能符合現況。因此本節將假設匯率隨機過程的增量爲二次多項式，即 $\mu_e(t) = a + b*t + c*t$^2，此方程式呈現出匯率的增量具有會回歸到某一常數的性質。本國短期利率、外國短期利率，和各風險的風險溢酬等參數與第一節的相同，不同之參數列於表 8 中。

表 8：變動參數設定表

參數的敘述	參數名稱(符號)	參數數值
匯率風險的參數(a、b、c)	a、b、c	a=0 b=0.0044 c=-0.0001235
三種風險趨避程度	γ	0.01
	γ	0.05
	γ	0.1

若依照表 8 給定相關的匯率風險參數，可以畫出匯率增量的走勢，如下圖所示：

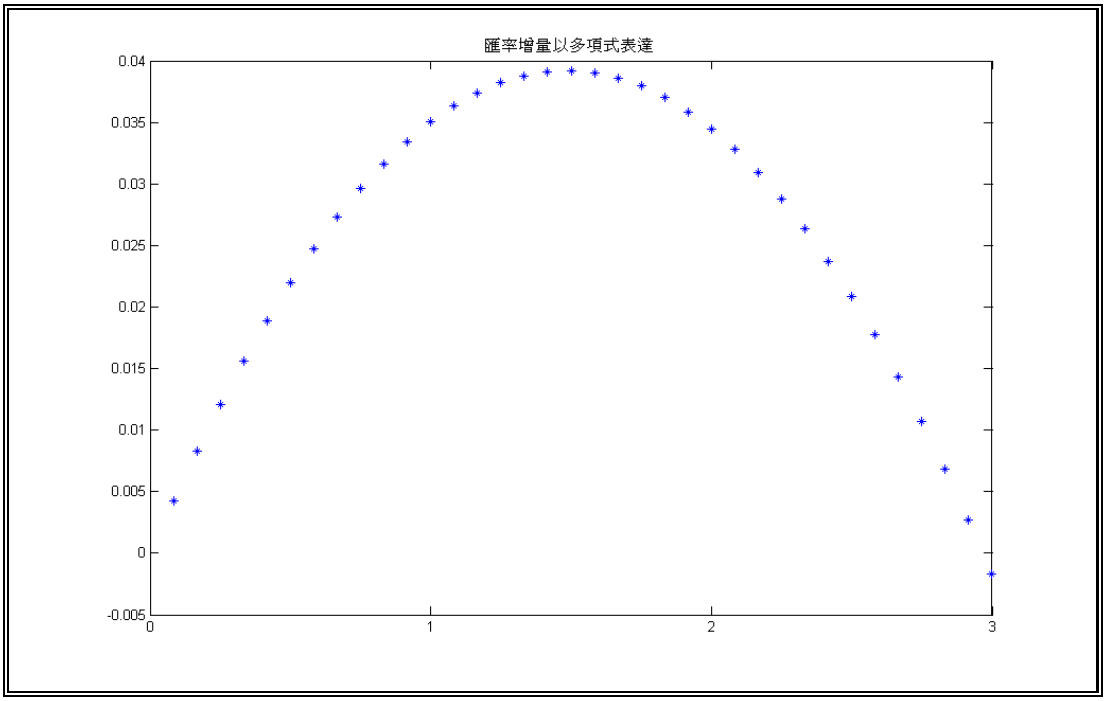

圖 9：當 a=0、b=0.0044、c=-0.0001235 的匯率增量走勢

以下各圖呈現不同風險趨避程度的保險人之最適跨期投資組合。

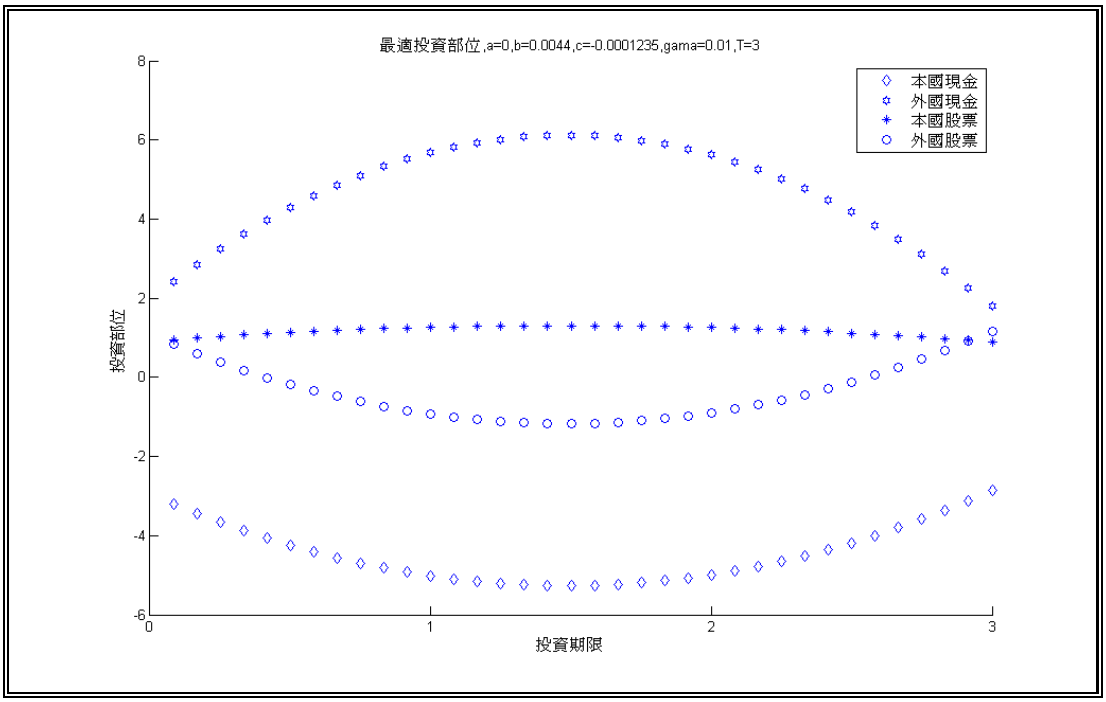

圖 10：最適投資組合(γ=0.01，T=3)

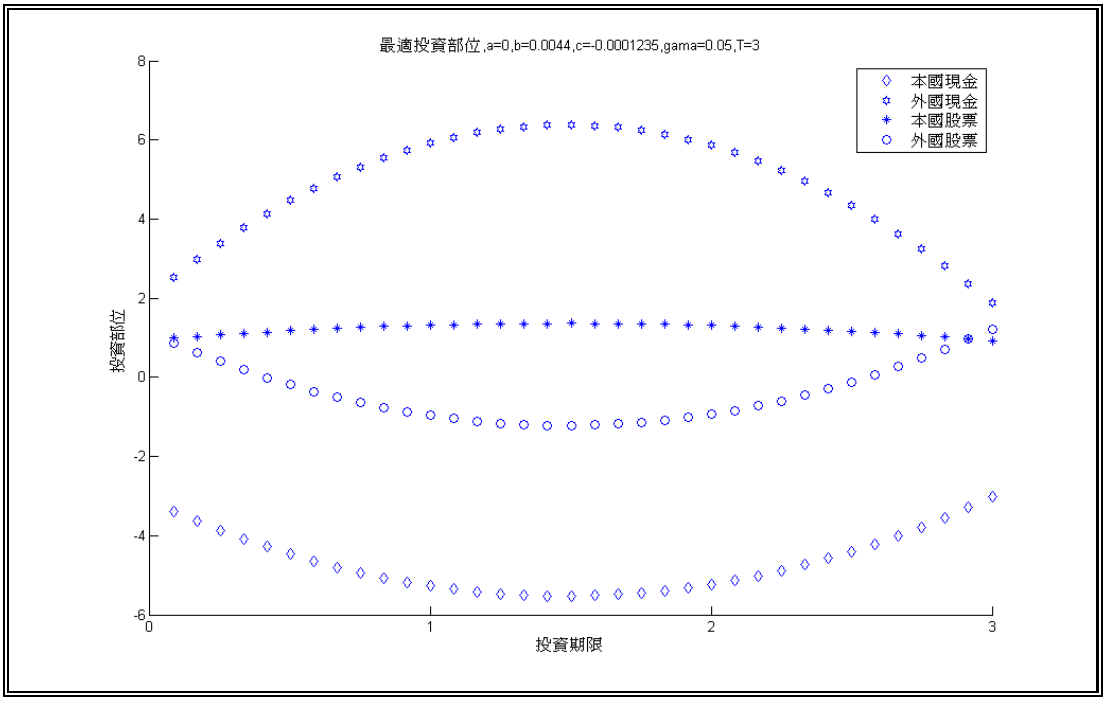

圖 11：最適投資組合(γ=0.05，T=3)

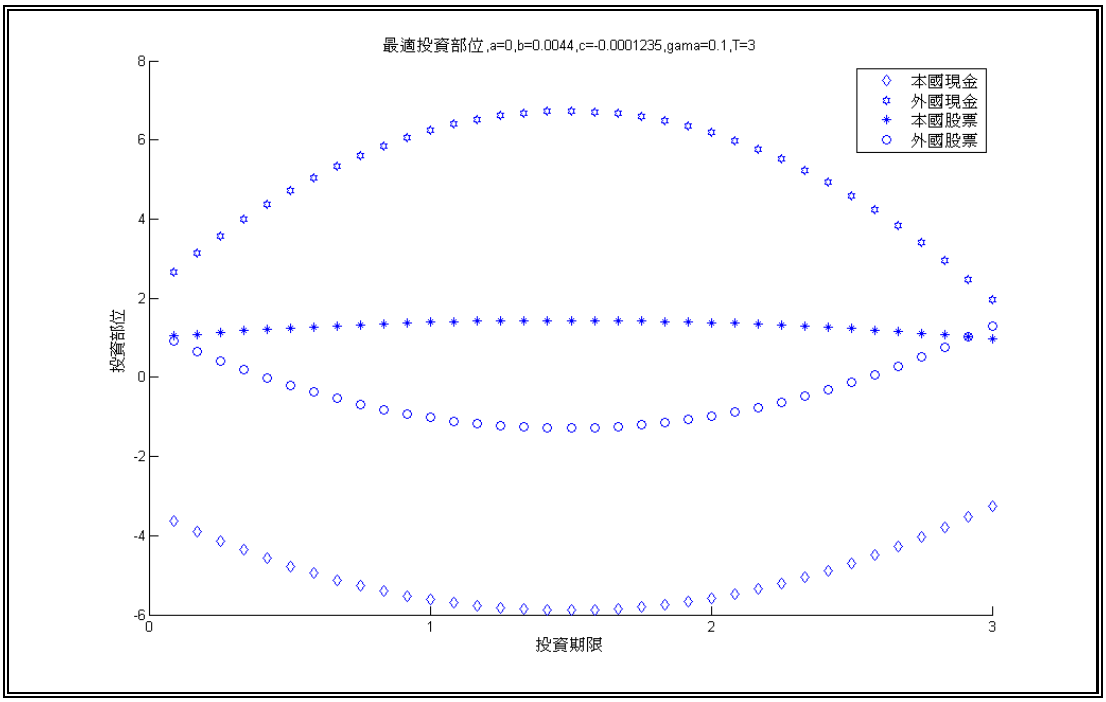

圖 12：最適投資組合(γ=0.1，T=3)

圖 10 到圖 12 分別爲當匯率風險的增量以二次多項式表達時，風險趨度程度爲 0.01、0.05 和 0.1 的保險人所擁有的投資組合。類似於前幾節的情況，先不論其風險趨避程度爲何，保險人皆具有相同走勢的資產配置。不過由於匯率增量走勢由線性變成拋口向下的拋物線，使得各項資產持有部位也跟著改變。

本國資產部分：由於匯率呈現由正轉負的成長趨勢，保險人放空本國現金部位亦由多轉少。同上節中的情形，本國股票的溢酬雖然是常數，不過先前參數設定時，設定本國市場風險與匯率風險具有相關性。因此部位受匯率風險的增量呈現負成長趨勢的影響，仍有幅度很小的改變。

外國資產部分：從圖中可以看出保險人持有外國現金部位的比例之圖形與匯率風險增量的走勢一樣。與之前分析相同，外國股票與外國現金呈現相反的走勢，原因與匯率風險、市場風險的波動度與相關係數的參數設定有關。

風險趨避程度的不同會影響保險人在投資比例上的考量。γ 越大表示是風險喜好者，所以於本國貨幣市場融資的最高金額隨著風險趨避程度增加而增加。詳細數值請見表 9。

表 9：不同風險趨避程度下各資產持有部位之數值

	gama=0.01		gama=0.05		gama=0.1	
	最高值	最低值	最高值	最低值	最高值	最低值
本國現金	-2.8595	**-5.2631**	-3.0220	**-5.5268**	-3.2454	**-5.8894**
本國股票	1.3068	0.8916	1.3618	0.9292	1.4375	0.9808
外國現金	6.1220	1.7956	6.3798	1.8712	6.7342	1.9751
外國股票	1.1723	-1.1657	1.2217	-1.2148	1.2895	-1.2823

第四節　匯率風險波動度的改變

除保險人的風險趨避程度以及匯率增量的走勢會影響保險人的投資組合之外，從數學式中我們亦可觀察出匯率風險的波動度也會影響保險人對於跨期資產

的配置。並且根據本章第三節的分析，可以發現匯率風險增量的走勢會大幅地影響保險人投資組合的面貌。所以推測匯率風險波動度會是一個影響保險人資產配置意願一個很重要的因素。因此本節將固定匯率為正之走勢以及風險趨避程度為 0.01 的情況下，分析匯率風險波動度的改變對投資組合之改變。表 10 為變動參數設定表。

表 10：變動參數設定表

參數的敘述	參數名稱(符號)	參數數值
匯率風險的參數(a、b)	a、b	a=0.02 b=0.00056
風險趨避程度	γ	0.01
三種匯率風險波動度	σ_e	0.1
		0.2
		0.3

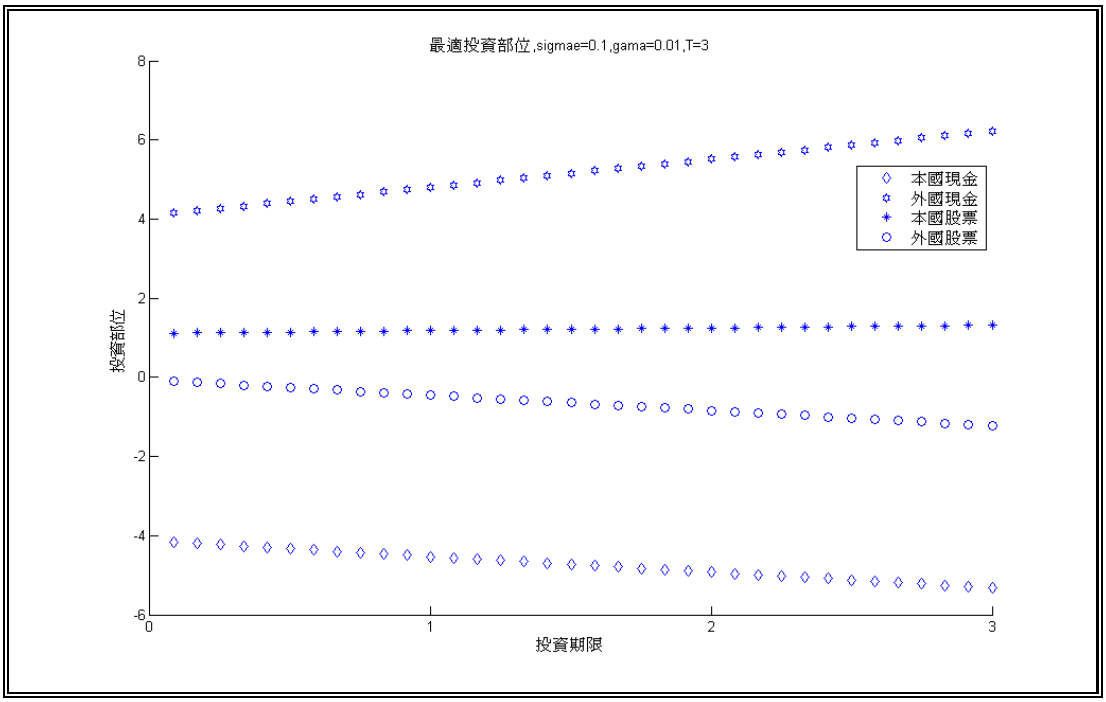

圖 13：最適投資組合(sigmae=0.1，γ=0.01，T=3)

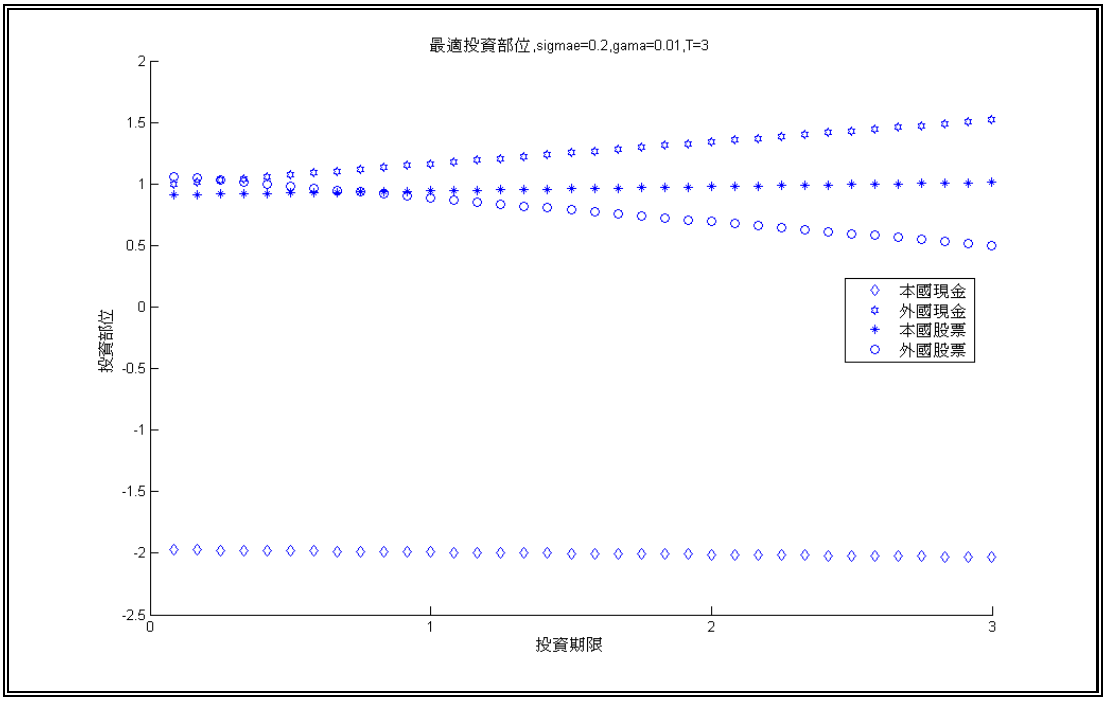

圖 14：最適投資組合(sigmae=0.2，γ=0.01，T=3)

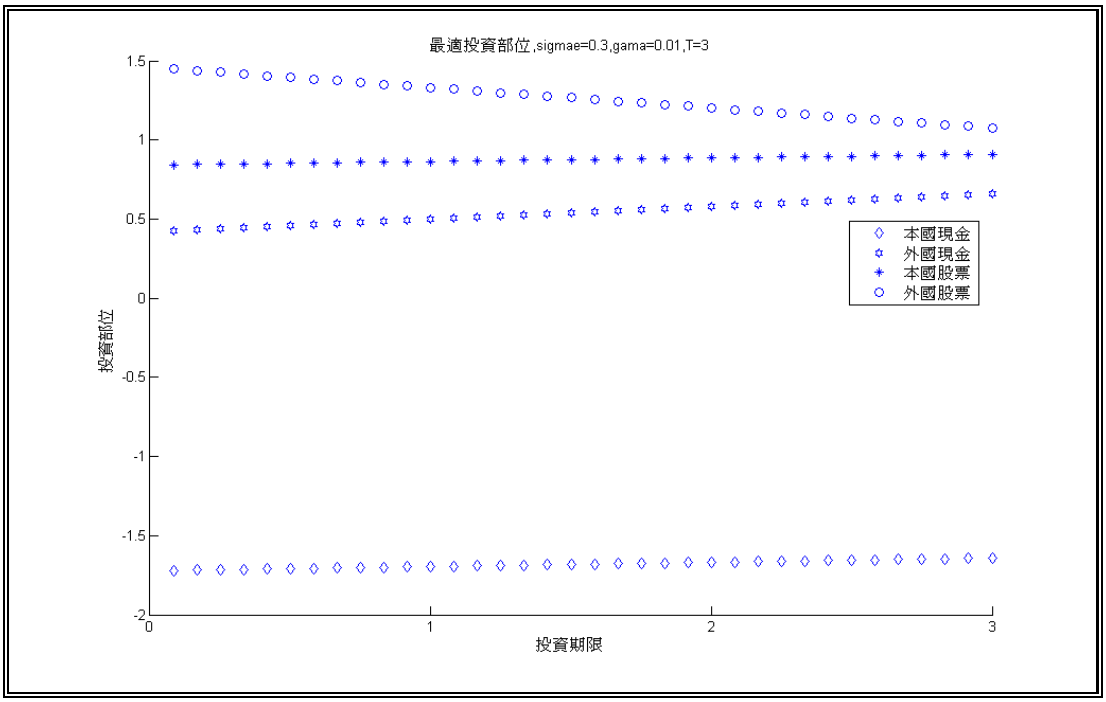

圖 15：最適投資組合(sigmae=0.3，γ=0.01，T=3)

圖 13 到圖 15 爲當匯率風險的增量爲正和風險趨度程度爲 0.01 的情況下時，匯率風險波動度分別爲 0.1、0.2 和 0.3，保險人所擁有的投資組合。可以明顯看出，不同的匯率風險波動度，保險人於最適跨期資產配置有不同的方式。

首先是圖 13。圖 13 是匯率風險波動度爲 0.1 的情況下，與圖 3 相同。即保險人選擇放空本國現金，於本國貨幣市場中融資。本國股票因參數設定之關係，投資部位受匯率風險的增量呈現成長趨勢的影響，會因時間有些許的改變。在外國資產部分，保險人在外國現金擁有較高的部位。

圖 14 爲匯率風險波動度爲 0.2 的情況下，保險人的最適跨期資產配置。可以明顯的看出有別於匯率風險波動度爲 0.1 的配置情況發生。在本國資產方面，相較於圖 13，保險人選擇放空較少的本國貨幣；本國股票部位因爲主要不受匯率風險的影響，所以無太大變化。

外國資產方面，由於外國貨幣呈無風險利率成長，且無風險利率大於本國國內的無風險利率($r_f = 0.04647 > r_d = 0.0264$)，因此仍持有較多部位。但還是深受匯率風險波動度的影響，從原先 6.23 降爲 1.52。且外國現金帳戶下跌的幅度大於外國股票部位增加的幅度。整體而言，外國資產持有部位顯著地呈現下降趨勢。

圖 15 爲匯率風險波動度爲 0.3 的情況下，保險人的最適跨期資產配置。由於匯率風險波動變大，在本國資產方面，保險人選擇放空越來越少的本國貨幣；相同地，本國股票部位無太大變化。外國資產方面，持有的比例大幅地下降。外國現金部位從原先最高點 6.23 降爲最多只到 0.66。且由於匯率風險波動度變大，外國股票部位呈現下降趨勢。

歸納圖 13 到圖 15 的結果，我們可以發現匯率風險波動度變大，使得保險人於外國資產持有部位降低。詳細的比例請見圖 16。表 11 則列出詳細數值。

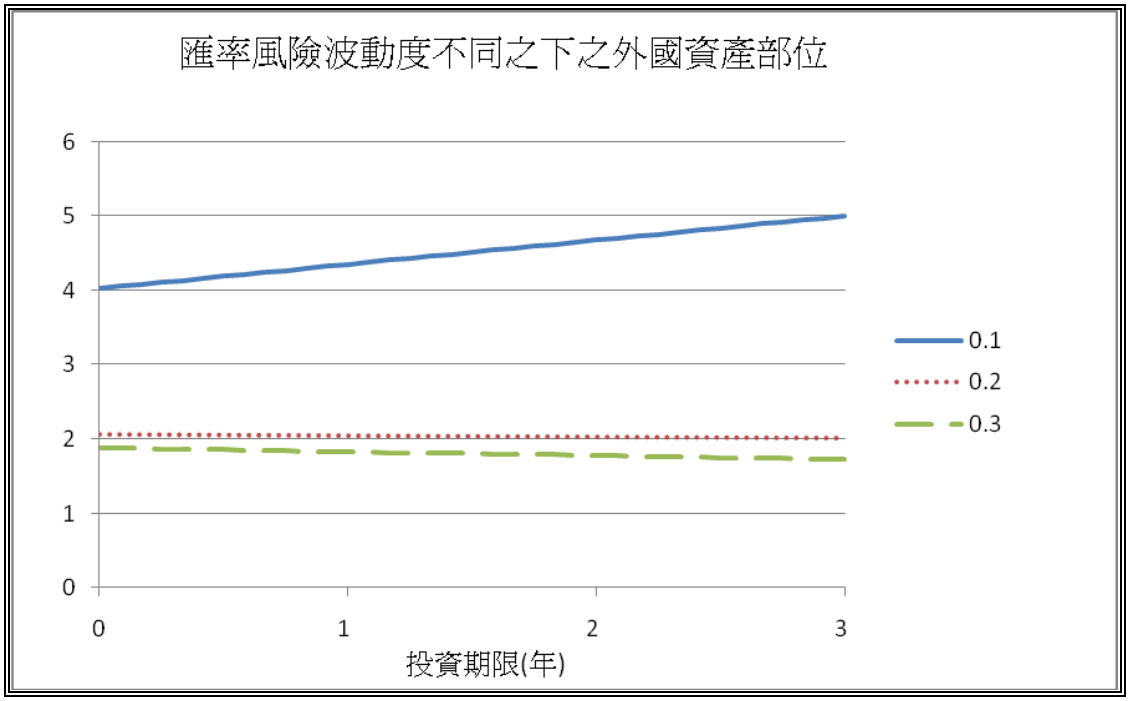

圖 16：匯率風險波動度不同之下之外國資產部位

表 11：波動度不同之下對各項資產持有比例影響

波動度 / 資產	0.1	0.2	0.3
	最大值	最大值	最大值
本國現金	-4.1669	-1.9731	-1.6423
本國股票	1.3167	1.0109	0.9090
外國現金	6.2252	1.5194	0.6589
外國股票	-0.0995	1.0615	1.4485