

## 4 實證分析

### 4.1 資料

本文採用台灣股價加權指數，樣本期間為 1981 年 1 月 5 日至 2009 年 6 月 1 日，日報酬率  $r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right)$ ，共 7778 筆，資料來源為台灣經濟新報資料庫。圖 6 為台灣股價加權指數歷史走勢圖與報酬率歷史走勢圖。

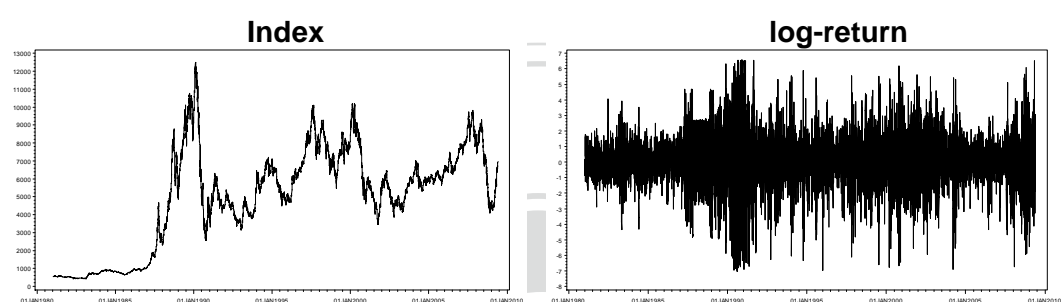


圖 6: 台灣股價加權指數走勢圖與報酬率走勢圖

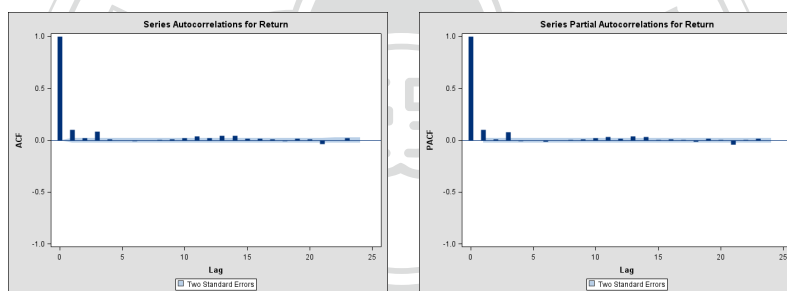
表 1 為報酬率的基本敘述統計量、Jarque-Bera 常態分配檢定、報酬率 12 階序列相關 Ljung-Box Q 檢定、ARCH 檢定 (Ljung-Box Q test 與 LM test) 與單根檢定 (Augmented Dickey-Fuller test 與 Phillips-Perron test)。由表 1 可得知，台灣股價加權指數長期平均報酬率接近於 0；偏態係數為負，表示報酬率呈現左偏分配；峰態係數大於 3，為高狹峰，為厚尾分配；Jarque-Bera test 檢定統計量的 p-value 趨近於 0，拒絕為常態分配的假設；透過自我相關 Ljung-Box Q 檢定，報酬率跨期之間存在序列相關；透過 ARCH 檢定，波動期之間存在序列相關；透過單根檢定，皆拒絕存在單根的虛無假設，表示報酬率為穩定 (stationary)。圖 7 為報酬率及波動的 ACF 與 PACF。

表 1: 報酬率基本統計量與檢定

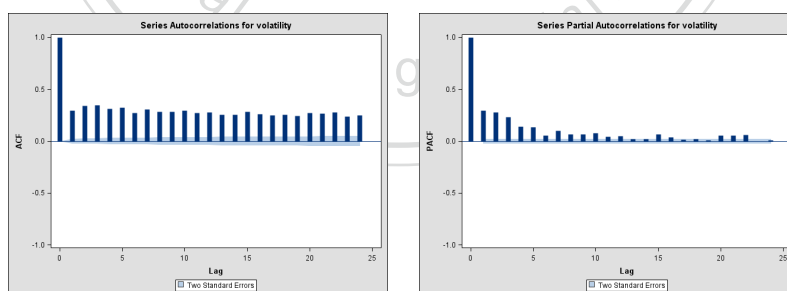
Mean	0.0324
S.D	1.6883
Skewness	-0.2260
Kurtosis	5.4063
Jarque-Bera	1939.02***
Q(12)	151.11***
Q <sup>2</sup> (12)	8561.60***
LM	2000.48***
ADF	231.55***
PP	-80.24***

註1: \*\*\* 之係數表顯著水準 0.01 下顯著異於零。

註2: 單根檢定 ADF test 與 PP test 設定落後項 12 期。



(a) log-return



(b) Volatility

圖 7: ACF 與 PACF

## 4.2 樣本內估計

透過樣本資料基本敘述統計量與檢定，我們認為台灣股價加權指數報酬率適合使用 GARCH 模型配適。為了更進一步刻畫樣本資料跨期間自我相關及條件變異數在報酬率正負之間不對稱的現象，本文使用 AR(3)-GJR-GARCH(1,1) 配適。白噪音的機率分配在此我們使用 Normal、Skew-Normal、Student  $t$ 、skew- $t$ 、EPD、SEPD、與 AEPD 等七種分配，以最大概似法估計。

### 參數估計

參數估計結果於表 2。實證結果顯示台灣股價加權指數報酬率在白噪音為  $t$  分配與 skew- $t$  分配的假設下，自由度約略為 11；白噪音為 EPD 分配、SEPD 分配與 AEPD 分配的假設下，參數  $p$  小於 2。透過概似比檢定 (LR test) 虛無假設 Student  $t$  分配  $\nu \rightarrow \infty$  與 EPD 分配參數  $p = 2$ ，檢定統計量的 p-value 皆小於顯著水準 0.01。而檢定虛無假設 skew- $t$  分配參數  $\lambda = 0$ 、Skew-Normal 與 SEPD 分配參數  $\alpha = 0.5$ ，其檢定統計量亦小於顯著水準 0.05。因此無論以  $t$  分配或以 EPD 分配參數估計的結果，皆顯示白噪音以厚尾及不對稱分配配適較為合適。

另外比較 SEPD 及 AEPD 參數  $p_1$ 、 $p_2$ ，以 SEPD 估計參數  $p_1$  約為 1.57，介於 AEPD 參數  $p_1$  與  $p_2$  之間 (1.30 與 1.92)，透過概似比檢定 (LR test) 虛無假設 AEPD 分配參數  $p_1 = p_2$ ，檢定統計量的 p-value 小於顯著水準 0.01，顯示白噪音以兩尾厚度不同的 AEPD 分配較為合適。

表 2: 參數估計

	Normal	Skew-Normal	$t$	skew- $t$	EPD	SEPD	AEPD
$\phi_0$	0.0225 (0.0138)	0.0177 (0.0138)	0.0303** (0.0136)	0.0234* (0.0138)	0.0251* (0.0131)	0.0166 (0.0138)	0.0221 (0.0139)
$\phi_1$	0.0850*** (0.0119)	0.0820*** (0.0120)	0.0779*** (0.0118)	0.0764*** (0.0118)	0.0711*** (0.0116)	0.0702*** (0.0117)	0.0731*** (0.0128)
$\phi_2$	0.0188 (0.0119)	0.0159 (0.0120)	0.0222* (0.0118)	0.0202* (0.0119)	0.0232** (0.0117)	0.0211* (0.0119)	0.0187 (0.0122)
$\phi_3$	0.0644*** (0.0117)	0.0621*** (0.0117)	0.0631*** (0.0116)	0.0618*** (0.0117)	0.0607*** (0.0115)	0.0595*** (0.0116)	0.0580*** (0.0115)
$\alpha_0$	0.0241*** (0.0041)	0.0278*** (0.0041)	0.0252*** (0.0044)	0.0254*** (0.0044)	0.0260*** (0.0044)	0.0263*** (0.0044)	0.0267*** (0.0045)
$\alpha_1$	0.0578*** (0.0060)	0.0601*** (0.0061)	0.0629*** (0.0071)	0.0638*** (0.0071)	0.0604*** (0.0069)	0.0613*** (0.0069)	0.0620*** (0.0069)
$\beta_1$	0.9048*** (0.0069)	0.9002*** (0.0070)	0.8997*** (0.0080)	0.8993*** (0.0080)	0.9016*** (0.0078)	0.9009*** (0.0078)	0.8999*** (0.0078)
$\gamma$	0.0598*** (0.0095)	0.0615*** (0.0098)	0.0601*** (0.0110)	0.0593*** (0.0110)	0.0600*** (0.0108)	0.0597*** (0.0109)	0.0597*** (0.0109)
$\alpha$		0.5318 (0.0074)				0.5195 (0.0076)	0.4167 (0.0301)
$\nu$			11.1091 (1.2459)	11.5141 (1.4879)			
$\lambda$				-0.0406 (0.0160)			
$p_1$					1.562 (0.0365)	1.5764 (0.0374)	1.3087 (0.0726)
$p_2$							1.9248 (0.1141)
LR		18.2***	115.4***	6.6**	112.6***	7.2***	26.0***

註 1: 本文使用統計軟體 SAS 9.2, 相關程式碼附於附錄 A。

註 2: 本文 Skew-Normal 分配以 AEPD 分配, 參數  $p_1 = p_2 = 2$  估計。

註 3: \*, \*\*, \*\*\* 之係數分別代表該係數在顯著水準 0.1, 0.05, 0.01 下顯著異於零;  
參數  $\alpha, \nu, \lambda, p_1, p_2$  基準不為 0, 故不以 \* 號表示。

註 4: 參數下方 ( ) 表示標準差。

註 5: LR test 虛無假設見圖 4。

## 模型配適

表 3 為以 AR(3)-GJR-GRACH(1,1) 模型配適衡量指標。比較  $t$  分配一族與 EPD 分配一族配適的結果, 無論是只考慮峰態 ( $t$  分配與 EPD 分配), 或者加入影響偏態的參數 (skew- $t$  分配與 SEPD 分配),  $t$  分配一族的配適程度都較 EPD 分配一族為佳。而更進一步考慮分配兩尾厚度不同的 AEPD 分配, 配適結果是七種分配中最佳的。

表 3: 模型配適衡量指標

	Normal	Skew-Normal	$t$	skew- $t$	EPD	SEPD	AEPD
$L$	-13643.5	-13634.6	-13585.5	-13582.3	-13586.8	-13583.4	-13570.3
$AICC$	27305.02	27289.23	27191.03	27186.63	27193.63	27188.83	27164.64
$BIC$	27287.01	27269.21	27171.01	27164.61	27173.61	27166.81	27140.61

## 白噪音檢驗

表 4 為白噪音在不同分配假設下, 標準化殘差的基本統計量。本文使用的七種不同分配估計出的標準化殘差其期望值與變異數皆滿足白噪音期望值為 0、變異數為 1 的要求, 但是以 EPD 分配一族所估計出的標準化殘差在自我相關 Ljung-Box Q 檢定表現較常態分配與  $t$  分配一族差, p-value 皆落在 0.05 至 0.1 之間, 仍在可能存在自我相關的模糊地帶。

而白噪音為常態分配的假設下, 標準化殘差透過 Jarque-Bera 檢定, 拒絕為常態分配的虛無假設。透過 KS 檢定, 若未考慮厚尾的特性時 (常態分配與 Skew-Normal 分配), 皆拒絕為理論分配的虛無假設; 而以厚尾分配進行配適, KS 檢定皆不拒絕虛無假設, 表示假設白噪音為厚尾分配較為合理。

表 4: 標準化殘差基本統計量與檢定

	Normal	Skew-Normal	$t$	skew- $t$	EPD	SEPD	AEPD
Mean	0.0017	0.0055	-0.0044	0.0011	0.0001	0.0068	0.0026
S.D	0.9996	0.9982	0.9982	0.9985	0.9983	0.9987	0.9983
Skewness	-0.2021	-0.2050	-0.2050	-0.2065	-0.2056	-0.2071	-0.2075
Kurtosis	3.8941	3.8934	3.9052	3.9071	3.9023	3.9043	3.9026
Jarque-Bera	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
KS-test	0.0000	0.0003	0.1636	0.2063	0.3604	0.2012	0.8665
Q(12)	0.2848	0.1811	0.1927	0.1427	0.0882	0.0617	0.0753
Q <sup>2</sup> (12)	0.0971	0.1118	0.1148	0.1094	0.1120	0.1098	0.1110

註: Jarque-Bera 檢定、Ljung-Box Q 檢定與 KS 檢定以 p-value 表示。

圖 8 為白噪音在不同分配假設下，標準化殘差與對應分配的 QQ-plot。透過 QQ-plot 觀察，可得到下列結論

- 1、無論是何種分配假設，標準化殘差在左尾與右尾皆有存在極端值，但  $t$  分配與 skew- $t$  分配右尾極端值與理論分配最為接近；
- 2、無論是何種分配假設，標準化殘差左尾皆較理論分配為厚尾，但常態分配偏離幅度最為嚴重；
- 3、右尾配適以常態分配與 AEPD 分配最佳，而以其他厚尾分配配適，右尾皆較理分配細尾。

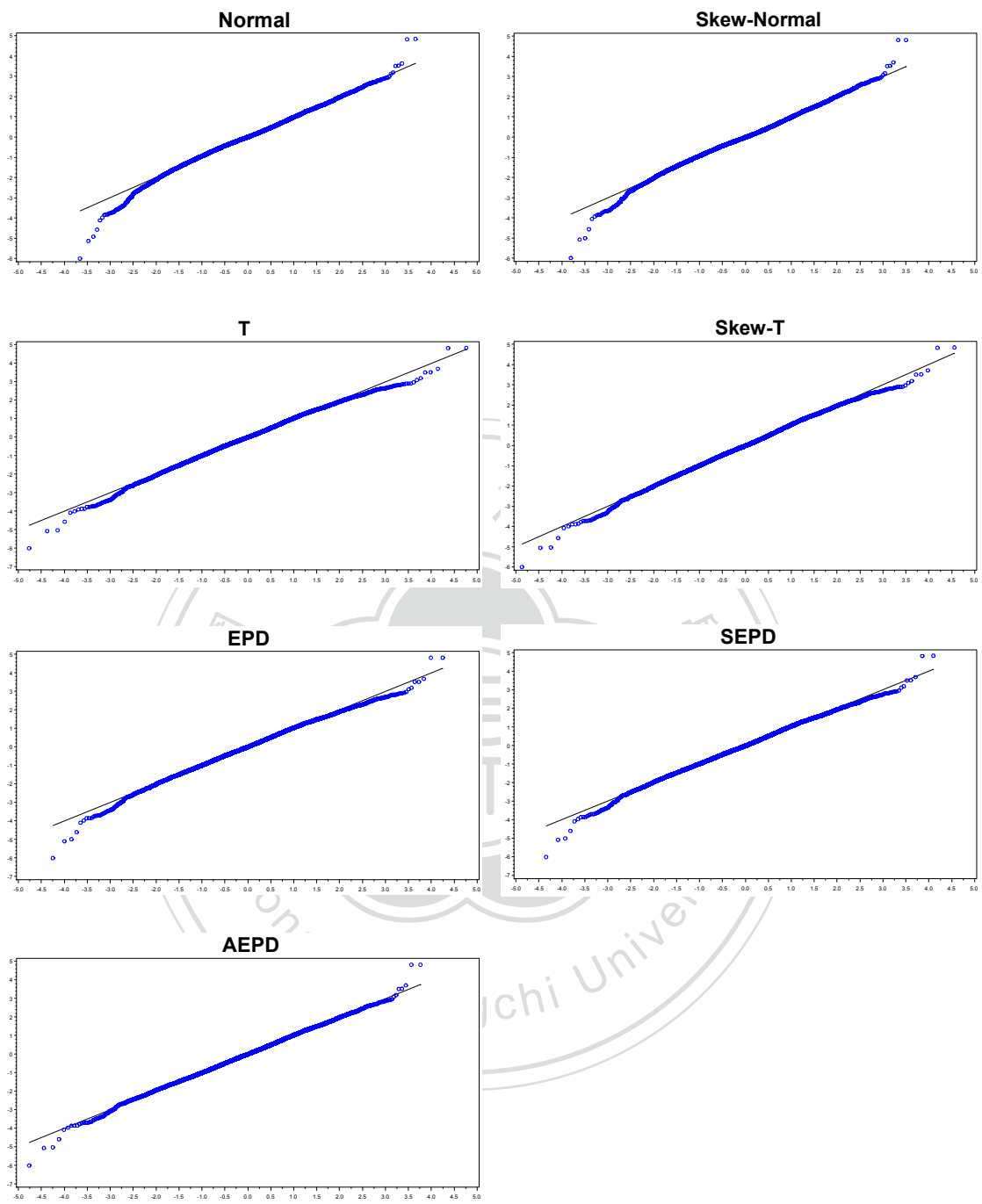


圖 8: QQ-plot

### 4.3 樣本外預測

本文以一步預測法估計風險值，與真實樣本比較計算出樣本資料穿透出預測風險值的比例，再透過回溯測試比較風險值預測的可靠度。

樣本預測區間區選擇 2005 年 5 月 19 日至 2009 年 6 月 1 日，共 1000 筆樣本。另外我們將樣本更細分為 2005 年 5 月 19 日至 2007 年 5 月 24 日及 2007 年 5 月 25 日至 2009 年 6 月 1 日兩個區間，各 500 筆樣本資料。

圖 9 為預測區間的歷史走勢圖，前 500 筆樣本資料台灣股價加權指數為上升的趨勢，而報酬率震盪的幅度也較小；而後 500 筆樣本資料面臨美國次級房貸與金融海嘯風暴，指數呈下降的趨勢，且報酬率震盪幅度也較前 500 筆樣本資料大。因此我們透過震盪幅度差異的兩個預測區間，比較以不同分配假設下對估計風險值的差異。本文風險值信心水準選擇 0.01，0.05，0.1，0.9，0.95 與 0.99。

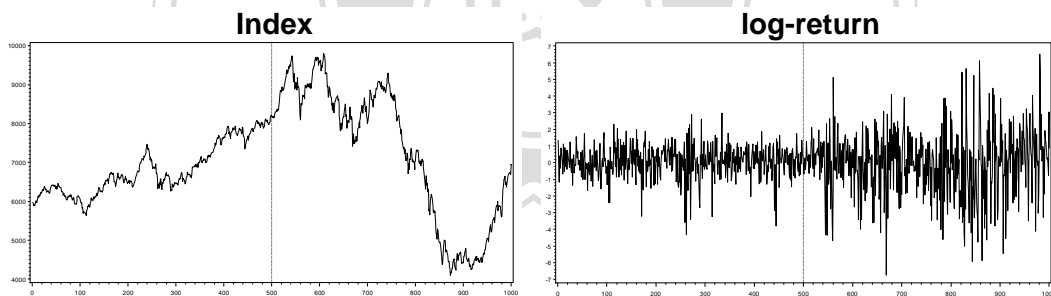


圖 9: 預測區間 – 指數走勢圖與報酬率走勢圖

表 5 為 2005 年 5 月 19 日至 2009 年 6 月 1 日，預測區間樣本數 1000 筆預測風險值的回溯測試。白噪音假設為常態分配時，只有  $VaR_{01}$  未通過回溯測試，而在其他信心水準皆通過回溯測試。白噪音為  $t$  分配一族時， $t$  分配在  $VaR_{01}$ 、 $VaR_{99}$  未通過回溯測試，skew- $t$  分配在  $VaR_{99}$  未通過回溯測試；白噪音為 EPD 分配一族時，EPD 分配與 SEPD 分配在左尾  $VaR_{01}$ 、 $VaR_{025}$  與



表 5: 回溯測試 AR-GJR-GARCH – 2005/5/19 至 2009/6/1

Penal A : 左尾風險值									
	VaR <sub>01</sub>			VaR <sub>025</sub>			VaR <sub>05</sub>		
	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$
Normal	0.021	0.0023	0.0061	0.035	0.0559	0.1570	0.056	0.3926	0.6916
SN	0.023	0.0004	0.0011	0.035	0.0559	0.1570	0.057	0.3200	0.6032
$t$	0.017	0.0431	0.0964	0.035	0.0559	0.1570	0.058	0.2571	0.5142
skew- $t$	0.016	0.0794	0.1656	0.035	0.0559	0.1570	0.055	0.4749	0.7746
EPD	0.024	0.0002	0.0005	0.041	0.0030	0.0117	0.070	0.0061	0.0231
SEPD	0.023	0.0004	0.0011	0.041	0.0030	0.0117	0.071	0.0041	0.0161
AEPD	0.012	0.5377	0.7149	0.033	0.1222	0.3016	0.053	0.6663	0.9048

Penal B : 右尾風險值									
	VaR <sub>95</sub>			VaR <sub>975</sub>			VaR <sub>99</sub>		
	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$
Normal	0.040	0.1333	0.1891	0.018	0.1359	0.2040	0.007	0.3136	0.5728
SN	0.036	0.0329	0.0417	0.019	0.2047	0.2993	0.006	0.1696	0.3756
$t$	0.041	0.1783	0.2540	0.018	0.1359	0.2040	0.004	0.0301	0.0936
skew- $t$	0.047	0.6603	0.7880	0.019	0.2047	0.2993	0.004	0.0301	0.0936
EPD	0.055	0.4749	0.7671	0.027	0.6892	0.8799	0.009	0.7465	0.8746
SEPD	0.055	0.4749	0.7671	0.026	0.8405	0.9121	0.009	0.7465	0.8746
AEPD	0.043	0.2985	0.4171	0.019	0.2047	0.2993	0.006	0.1696	0.3756

註:  $LR_{UC}$  與  $LR_{CC}$  以 p-value 表示。

VaR<sub>05</sub> 皆未能通過回溯測試, 僅 AEPD 分配是七種分配中唯一全部通過回溯測試。

透過實證分析, 當白噪音假設為厚尾及不對稱分配時, 預測風險值的效果與常態分配比較, 除了 AEPD 分配外, 並沒有改善預測風險值的效果, 甚至可能更差。因此我們試著將預測區間更進一步細分為報酬率震盪幅度相異的兩個區間, 希望能比較不同分配假設在高震盪與低震盪預測風險值的差異。

表 6 為 2005 年 5 月 19 日至 2007 年 5 月 24 日, 震盪幅度較小的區間。以

表 6: 回溯測試 AR-GJR-GARCH – 2005/5/19 至 2007/5/24

Penal A : 左尾風險值									
	VaR <sub>01</sub>			VaR <sub>025</sub>			VaR <sub>05</sub>		
	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$
Normal	0.016	0.2149	0.4069	0.020	0.4584	0.6194	0.038	0.1994	0.4167
SN	0.016	0.2149	0.4069	0.020	0.4584	0.6194	0.038	0.1994	0.4167
$t$	0.016	0.2149	0.4069	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551
skew- $t$	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.038	0.1994	0.4167
EPD	0.016	0.2149	0.4069	0.026	0.8868	0.6996	0.046	0.6776	0.9156
SEPD	0.016	0.2149	0.4069	0.026	0.8868	0.6996	0.048	0.8364	0.9677
AEPD	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.036	0.1314	0.2930

Penal B : 右尾風險值									
	VaR <sub>95</sub>			VaR <sub>975</sub>			VaR <sub>99</sub>		
	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$
Normal	0.034	0.0822	0.1213	0.014	0.0862	0.2077	0.002	0.0282	0.0899
SN	0.030	0.0271	0.0547	0.014	0.0862	0.2077	0.002	0.0282	0.0899
$t$	0.034	0.0822	0.1213	0.014	0.0862	0.2077	0.002	0.0282	0.0899
skew- $t$	0.040	0.2885	0.2474	0.014	0.0862	0.2077	0.002	0.0282	0.0899
EPD	0.050	1.0000	0.2770	0.022	0.6610	0.7092	0.002	0.0282	0.0899
SEPD	0.050	1.0000	0.2770	0.020	0.4584	0.6194	0.002	0.0282	0.0899
AEPD	0.034	0.0822	0.1213	0.014	0.0862	0.2077	0.002	0.0282	0.0899

註:  $LR_{UC}$  與  $LR_{CC}$  以 p-value 表示。

不同分配假設預測風險值透過回溯測試,除了 Skew-Normal 分配在  $VaR_{95}$  與其他分配不同,未通過回溯測試之外,在其他信心水準下預測風險值在回溯測試的表現,七種分配的結果都相當一致。預測右尾  $VaR_{99}$  無論是在何種分配假設皆無法通過回溯測試,而其他信心水準的預測風險值皆能通過回溯測試。進一步比較以不同分配預測風險值的穿透率,以 EPD 與 SEPD 所預測的風險值與預期的穿透率最為接近。

表 7 為 2007 年 5 月 25 日至 2009 年 6 月 1 日,震盪幅度大的區間。透過回

表 7: 回溯測試 AR-GJR-GARCH – 2007/5/25 至 2009/6/1

Penal A : 左尾風險值									
	VaR <sub>01</sub>			VaR <sub>025</sub>			VaR <sub>05</sub>		
	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$
Normal	0.026	0.0027	0.0080	0.050	0.0016	0.0066	0.074	0.0211	0.0618
SN	0.030	0.0003	0.0009	0.050	0.0016	0.0066	0.076	0.0129	0.0381
<i>t</i>	0.018	0.1060	0.2296	0.050	0.0016	0.0066	0.076	0.0129	0.0381
skew- <i>t</i>	0.018	0.1060	0.2296	0.050	0.0016	0.0066	0.072	0.0337	0.0964
EPD	0.032	0.0001	0.0003	0.056	0.0001	0.0006	0.094	0.0001	0.0003
SEPD	0.030	0.0003	0.0009	0.056	0.0001	0.0006	0.094	0.0001	0.0003
AEPD	0.010	1.0000	0.9508	0.046	0.0070	0.0262	0.070	0.0523	0.1447

Penal B : 右尾風險值									
	VaR <sub>95</sub>			VaR <sub>975</sub>			VaR <sub>99</sub>		
	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$
Normal	0.046	0.6776	0.2340	0.022	0.6610	0.4439	0.012	0.6630	0.8455
SN	0.042	0.3992	0.1170	0.024	0.8854	0.5555	0.010	1.0000	0.9508
<i>t</i>	0.048	0.8364	0.3006	0.022	0.6610	0.4439	0.006	0.3315	0.6128
skew- <i>t</i>	0.054	0.6852	0.4482	0.024	0.8854	0.5555	0.006	0.3315	0.6128
EPD	0.060	0.3192	0.4140	0.032	0.3362	0.5171	0.016	0.2149	0.4069
SEPD	0.060	0.3192	0.4140	0.032	0.3362	0.5171	0.016	0.2149	0.4069
AEPD	0.052	0.8384	0.4149	0.024	0.8854	0.5555	0.010	1.0000	0.9508

註:  $LR_{UC}$  與  $LR_{CC}$  以 p-value 表示。

溯測試的結果, 震盪幅度大的區間與震盪幅度小的區間結果有相當大的差異。在預測右尾風險值皆能全部通過回溯測試, 但預測左尾風險值結果在 VaR<sub>025</sub> 無論是在何種分配假設皆無法通過回溯測試, 只有 AEPD 在 VaR<sub>01</sub> 與 VaR<sub>05</sub> 通過回溯測試。進一步比較以不同分配預測風險值的穿透率, 左尾風險值皆呈現低估的現象。整體而言, 在高震盪的區間白噪音假設為 AEPD 表現最佳。

#### 4.4 動態極值理論與動態歷史模擬法

本節使用動態極值理論 (Conditional EVT) 與動態歷史模擬法 (FHS) , 估計以 AR(3)-GJR-GARCH(1,1) 模型配適標準化殘差的風險值, 比較在不同分配假設下預測風險值之間的差異。

##### 門檻值選擇

以標準化殘差配適一般化柏拉圖分配, 首先必須決定合適的門檻值。圖 10 為不同分配假設下, 標準化殘差與所對應分配繪製的 mean excess plot , 無論在何種分配假設下, 標準化殘差的 mean excess plot 在尾端皆為向上的趨勢, 表示尾端存在厚尾的現象。但透過一步預測法預測風險值, 每增加一筆新的樣本時, 參數估計會有些微的改變, 標準化殘差各期之間亦會有所改變, 要挑選一固定值為門檻值在實行上會有所困難。圖 11 為 mean excess plot 橫軸改為以分量表示, 大約在 0.1 開始, 標準化殘差開始偏離對應分配, 呈現向上的趨勢。因此本文固定以第十分位數作為用來配適一般柏拉圖分配的門檻值。

##### 回溯測試

表 8 至 表 10 為三個區間動態極值理論與動態歷史模擬法在不同分配假設下預測風險值的回溯測試。

表 8 為包含低震盪與高震盪的預測區間, 樣本數為 1000 筆的回溯測試, 與表 5 比較, 以動態極值理論與動態歷史模擬法預測風險值, 能有效的改善預測可靠度, 在各個信心水準下, 皆能通過回溯測試。比較表 9 與表 6, 前 500 筆低震盪的預測區間下, 回溯測試在  $VaR_{99}$  動態極值理論與動態歷史模擬法皆無法改善無法通過回溯測試的情形。比較表 10 與表 7, 後 500 筆高震盪的預測區間下, 回溯測試在  $VaR_{025}$  與  $VaR_{05}$  動態極值理論與動態歷史模擬法皆無法改善無法通過回溯測試的情形。

透過實證分析, 使用動態極值理論與動態歷史模擬法, 白噪音為厚尾及不對稱分配假設與常態分配的假設相比較, 各種分配穿透率皆相當接近, 回溯測試的結果也都相當一致。而進一步觀察 AEPD 分配在未使用動態極值理論與動態歷史模擬法前,  $VaR_{0.5}$  可通過回溯測試, 但結合動態極值理論與動態歷史模擬法之後, 反而無法通過回溯測試。

因此採用厚尾及不對稱分配的假設結合動態極值理論與動態歷史模擬法, 期望改善常態分配假設結合動態極值理論與動態歷史模擬法對風險值的預測, 實證結果改善成效並不大。



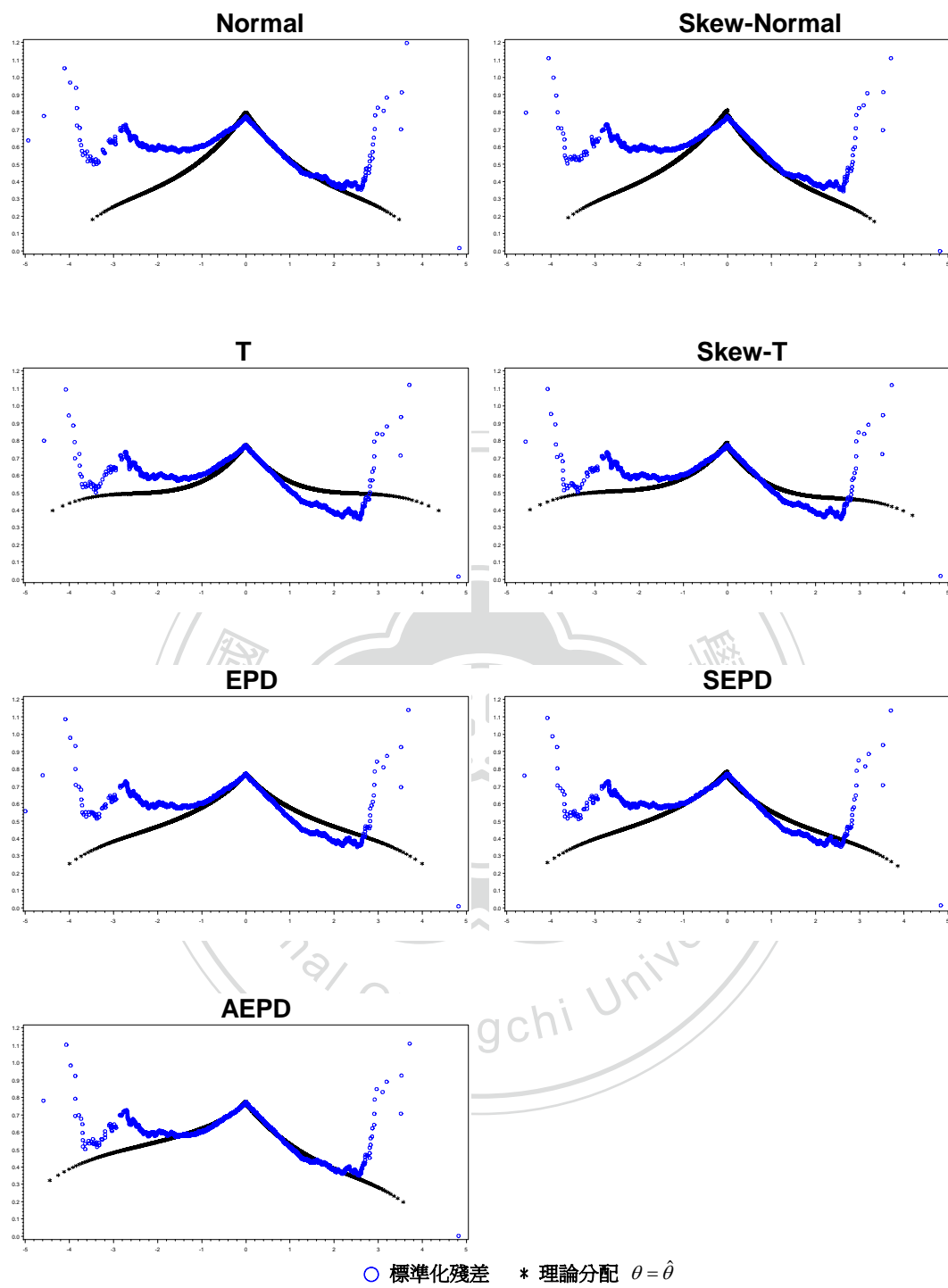


圖 10: Mean Excess Plot – 以門檻值表示

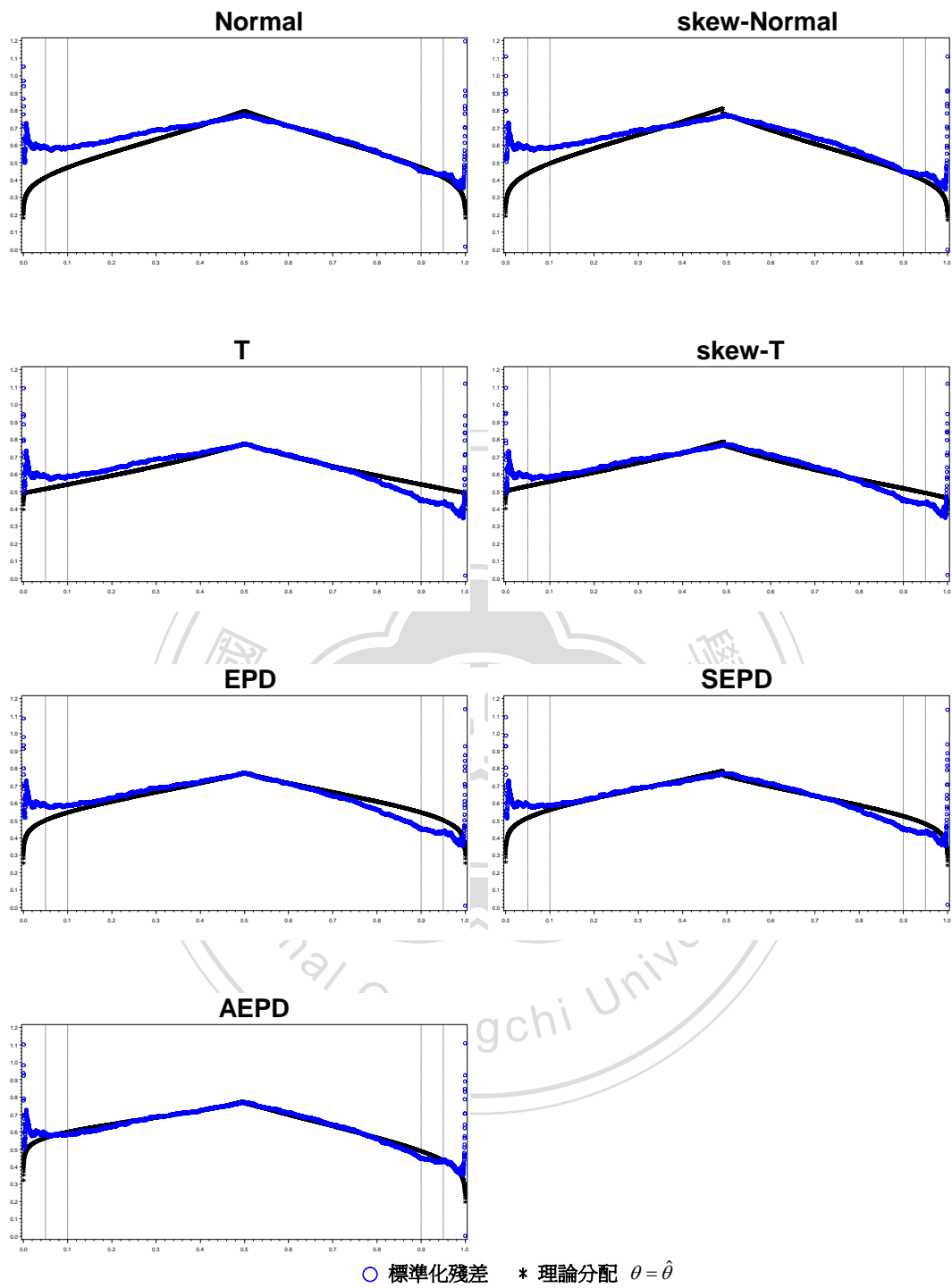


圖 11: Mean Excess Plot – 以分量表示

表 8: 回溯測試 Conditional EVT 與 FHS – 2005/5/19 至 2009/6/1

Penal A : 左尾風險值									
	VaR <sub>01</sub>			VaR <sub>025</sub>			VaR <sub>05</sub>		
	穿透率	<i>LR<sub>UC</sub></i>	<i>LR<sub>CC</sub></i>	穿透率	<i>LR<sub>UC</sub></i>	<i>LR<sub>CC</sub></i>	穿透率	<i>LR<sub>UC</sub></i>	<i>LR<sub>CC</sub></i>
Normal-EVT	0.013	0.3621	0.5563	0.034	0.0837	0.2214	0.057	0.3200	0.6032
Normal-FHS	0.014	0.2306	0.3995	0.034	0.0837	0.2214	0.057	0.3200	0.6032
SN-EVT	0.013	0.3621	0.5563	0.035	0.0559	0.1570	0.057	0.3200	0.6032
SN-FHS	0.014	0.2306	0.3995	0.034	0.0837	0.2214	0.056	0.3926	0.6916
T-EVT	0.013	0.3621	0.5563	0.034	0.0837	0.2214	0.057	0.3200	0.6032
T-FHS	0.014	0.2306	0.3995	0.034	0.0837	0.2214	0.057	0.3200	0.6032
SkewT-EVT	0.013	0.3621	0.5563	0.034	0.0837	0.2214	0.057	0.3200	0.6032
SkewT-FHS	0.013	0.3621	0.5563	0.034	0.0837	0.2214	0.057	0.3200	0.6032
EPD-EVT	0.012	0.5377	0.7149	0.034	0.0837	0.2214	0.057	0.3200	0.6032
EPD-FHS	0.014	0.2306	0.3995	0.034	0.0837	0.2214	0.057	0.3200	0.6032
SEPD-EVT	0.013	0.3621	0.5563	0.034	0.0837	0.2214	0.056	0.3926	0.6916
SEPD-FHS	0.013	0.3621	0.5563	0.034	0.0837	0.2214	0.056	0.3926	0.6916
AEPD-EVT	0.012	0.5377	0.7149	0.034	0.0837	0.2214	0.058	0.2571	0.5142
AEPD-FHS	0.013	0.3621	0.5563	0.034	0.0837	0.2214	0.058	0.2571	0.5142

Penal B : 右尾風險值									
	VaR <sub>95</sub>			VaR <sub>975</sub>			VaR <sub>99</sub>		
	穿透率	<i>LR<sub>UC</sub></i>	<i>LR<sub>CC</sub></i>	穿透率	<i>LR<sub>UC</sub></i>	<i>LR<sub>CC</sub></i>	穿透率	<i>LR<sub>UC</sub></i>	<i>LR<sub>CC</sub></i>
Normal-EVT	0.047	0.6603	0.7880	0.022	0.5352	0.6606	0.007	0.3136	0.5728
Normal-FHS	0.049	0.8843	0.9160	0.019	0.2048	0.2993	0.008	0.5102	0.7547
SN-EVT	0.044	0.3746	0.5107	0.023	0.6814	0.7710	0.009	0.7465	0.8746
SN-FHS	0.044	0.3746	0.5107	0.021	0.4050	0.5369	0.009	0.7465	0.8746
T-EVT	0.048	0.7702	0.8612	0.022	0.5352	0.6606	0.007	0.3136	0.5728
T-FHS	0.049	0.8843	0.9160	0.022	0.5352	0.6606	0.007	0.3136	0.5728
SkewT-EVT	0.048	0.7702	0.8612	0.022	0.5352	0.6606	0.007	0.3136	0.5728
SkewT-FHS	0.049	0.8843	0.9160	0.022	0.5352	0.6606	0.007	0.3136	0.5728
EPD-EVT	0.045	0.4609	0.6072	0.022	0.5352	0.6606	0.007	0.3136	0.5728
EPD-FHS	0.046	0.5566	0.7016	0.020	0.2943	0.4127	0.007	0.3136	0.5728
SEPD-EVT	0.045	0.4609	0.6072	0.022	0.5352	0.6606	0.007	0.3136	0.5728
SEPD-FHS	0.046	0.5566	0.7016	0.021	0.4050	0.5369	0.008	0.5102	0.7547
AEPD-EVT	0.047	0.6603	0.7880	0.021	0.4050	0.5369	0.007	0.3136	0.5728
AEPD-FHS	0.048	0.7702	0.8612	0.020	0.2943	0.4127	0.007	0.3136	0.5728

註: *LR<sub>UC</sub>* 與 *LR<sub>CC</sub>* 以 p-value 表示。



表 9: 回溯測試 Conditional EVT 與 FHS – 2005/5/19 至 2007/5/24

Penal A : 左尾風險值									
	VaR <sub>01</sub>			VaR <sub>025</sub>			VaR <sub>05</sub>		
	穿透率	<i>LR<sub>UC</sub></i>	<i>LR<sub>CC</sub></i>	穿透率	<i>LR<sub>UC</sub></i>	<i>LR<sub>CC</sub></i>	穿透率	<i>LR<sub>UC</sub></i>	<i>LR<sub>CC</sub></i>
Normal-EVT	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551
Normal-FHS	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551
SN-EVT	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551
SN-FHS	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.038	0.1994	0.4167
T-EVT	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551
T-FHS	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551
SkewT-EVT	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551
SkewT-FHS	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551
EPD-EVT	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551
EPD-FHS	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.038	0.1994	0.4167
SEPD-EVT	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551
SEPD-FHS	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551
AEPD-EVT	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551
AEPD-FHS	0.014	0.3966	0.6321	0.020	0.4584	0.6194	0.040	0.2885	0.5551

Penal B : 右尾風險值									
	VaR <sub>95</sub>			VaR <sub>975</sub>			VaR <sub>99</sub>		
	穿透率	<i>LR<sub>UC</sub></i>	<i>LR<sub>CC</sub></i>	穿透率	<i>LR<sub>UC</sub></i>	<i>LR<sub>CC</sub></i>	穿透率	<i>LR<sub>UC</sub></i>	<i>LR<sub>CC</sub></i>
Normal-EVT	0.040	0.2885	0.2474	0.016	0.1680	0.3394	0.002	0.0282	0.0899
Normal-FHS	0.044	0.5301	0.2982	0.014	0.0862	0.2077	0.002	0.0282	0.0899
SN-EVT	0.034	0.0822	0.1213	0.016	0.1680	0.3394	0.002	0.0282	0.0899
SN-FHS	0.034	0.0822	0.1213	0.014	0.0862	0.2077	0.002	0.0282	0.0899
T-EVT	0.042	0.3992	0.2791	0.016	0.1680	0.3394	0.002	0.0282	0.0899
T-FHS	0.044	0.5301	0.2982	0.016	0.1680	0.3394	0.002	0.0282	0.0899
SkewT-EVT	0.042	0.3992	0.2791	0.016	0.1680	0.3394	0.002	0.0282	0.0899
SkewT-FHS	0.044	0.5301	0.2982	0.016	0.1680	0.3394	0.002	0.0282	0.0899
EPD-EVT	0.036	0.1314	0.1636	0.016	0.1680	0.3394	0.002	0.0282	0.0899
EPD-FHS	0.038	0.1994	0.2072	0.014	0.0862	0.2077	0.002	0.0282	0.0899
SEPD-EVT	0.036	0.1314	0.1636	0.016	0.1680	0.3394	0.002	0.0282	0.0899
SEPD-FHS	0.038	0.1994	0.2072	0.014	0.0862	0.2077	0.002	0.0282	0.0899
AEPD-EVT	0.040	0.2885	0.2474	0.016	0.1680	0.3394	0.002	0.0282	0.0899
AEPD-FHS	0.042	0.3992	0.2791	0.014	0.0862	0.2077	0.002	0.0282	0.0899

註: *LR<sub>UC</sub>* 與 *LR<sub>CC</sub>* 以 p-value 表示。

表 10: 回溯測試 Conditional EVT 與 FHS – 2007/5/25 至 2009/6/1

Penal A : 左尾風險值									
	VaR <sub>01</sub>			VaR <sub>025</sub>			VaR <sub>05</sub>		
	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$
Normal-EVT	0.012	0.6630	0.8455	0.048	0.0034	0.0135	0.074	0.0211	0.0618
Normal-FHS	0.014	0.3966	0.6321	0.048	0.0034	0.0135	0.074	0.0211	0.0618
SN-EVT	0.012	0.6630	0.8455	0.050	0.0016	0.0066	0.074	0.0211	0.0618
SN-FHS	0.014	0.3966	0.6321	0.048	0.0034	0.0135	0.074	0.0211	0.0618
T-EVT	0.012	0.6630	0.8455	0.048	0.0034	0.0135	0.074	0.0211	0.0618
T-FHS	0.014	0.3966	0.6321	0.048	0.0034	0.0135	0.074	0.0211	0.0618
SkewT-EVT	0.012	0.6630	0.8455	0.048	0.0034	0.0135	0.074	0.0211	0.0618
SkewT-FHS	0.012	0.6630	0.8455	0.048	0.0034	0.0135	0.074	0.0211	0.0618
EPD-EVT	0.010	1.0000	0.9508	0.048	0.0034	0.0135	0.074	0.0211	0.0618
EPD-FHS	0.014	0.3966	0.6321	0.048	0.0034	0.0135	0.076	0.0129	0.0381
SEPD-EVT	0.012	0.6630	0.8455	0.048	0.0034	0.0135	0.072	0.0337	0.0964
SEPD-FHS	0.012	0.6630	0.8455	0.048	0.0034	0.0135	0.072	0.0337	0.0964
AEPD-EVT	0.010	1.0000	0.9508	0.048	0.0034	0.0135	0.076	0.0129	0.0381
AEPD-FHS	0.012	0.6630	0.8455	0.048	0.0034	0.0135	0.076	0.0129	0.0381

Penal B : 右尾風險值									
	VaR <sub>95</sub>			VaR <sub>975</sub>			VaR <sub>99</sub>		
	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$	穿透率	$LR_{UC}$	$LR_{CC}$
Normal-EVT	0.054	0.6852	0.4482	0.028	0.6733	0.6406	0.012	0.6630	0.8455
Normal-FHS	0.054	0.6852	0.4482	0.024	0.8854	0.5555	0.014	0.3966	0.6321
SN-EVT	0.054	0.6852	0.4482	0.030	0.4873	0.5998	0.016	0.2149	0.4069
SN-FHS	0.054	0.6852	0.4482	0.028	0.6733	0.6406	0.016	0.2149	0.4069
T-EVT	0.054	0.6852	0.4482	0.028	0.6733	0.6406	0.012	0.6630	0.8455
T-FHS	0.054	0.6852	0.4482	0.028	0.6733	0.6406	0.012	0.6630	0.8455
SkewT-EVT	0.054	0.6852	0.4482	0.028	0.6733	0.6406	0.012	0.6630	0.8455
SkewT-FHS	0.054	0.6852	0.4482	0.028	0.6733	0.6406	0.012	0.6630	0.8455
EPD-EVT	0.054	0.6852	0.4482	0.028	0.6733	0.6406	0.012	0.6630	0.8455
EPD-FHS	0.054	0.6852	0.4482	0.026	0.8868	0.6259	0.012	0.6630	0.8455
SEPD-EVT	0.054	0.6852	0.4482	0.028	0.6733	0.6406	0.012	0.6630	0.8455
SEPD-FHS	0.054	0.6852	0.4482	0.028	0.6733	0.6406	0.014	0.3966	0.6321
AEPD-EVT	0.054	0.6852	0.4482	0.026	0.8868	0.6259	0.012	0.6630	0.8455
AEPD-FHS	0.054	0.6852	0.4482	0.026	0.8868	0.6259	0.012	0.6630	0.8455

註:  $LR_{UC}$  與  $LR_{CC}$  以 p-value 表示。

#### 4.5 損失函數

本節以 Lopez (1999) 與 Blanco and Ihle (1999) 的損失函數, 比較在不同分配假設與結合動態極值理論與動態歷史模擬法, 預測風險值的表現。若損失函數的和愈小, 表示以該方法估計風險值導致的損失愈小, 用以判斷最佳預測風險值的方法。

表 11 至表 13 為高震盪、低震盪或整體預測區間三個區間以不同方法估計風險值的損失函數。比較 Student  $t$  分配一族與 EPD 分配一族在損失函數的表現, 無論是只考慮峰態 ( $t$  分配與 EPD 分配), 或者加入影響偏態的參數 (skew- $t$  分配與 SEPD 分配), 無論是在高震盪、低震盪或整體預測區間, Student  $t$  分配一族損失函數皆低於 EPD 分配一族。而更進一步考慮分配兩尾厚度不同的 AEPD 分配, 在估計左尾風險值的損失函數最小, 右尾風險值則沒有一定的規則。

進一步比較結合動態極值理論與動態歷史模擬法後的損失函數的結果。在未使用動態極值理論與動態歷史模擬法前, 損失函數在不同分配假設之間差異較大, 而結合動態極值理論與動態歷史模擬法之後的損失函數, 在不同分配假設下, 損失函數皆相當接近。

表 11: 損失函數 - 2005/5/19 至 2009/6/1

	VaR <sub>01</sub>		VaR <sub>025</sub>		VaR <sub>05</sub>		VaR <sub>975</sub>		VaR <sub>99</sub>			
	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO		
Normal	-	-	74.94	12.02	131.91	22.82	76.35*	9.92*	34.33	3.71	14.05	1.09
SN	-	-	76.19	12.39	136.25	23.90	-	-	35.28	3.48	13.21	1.09
T	-	-	72.52	11.37	137.04	23.87	78.03	10.28	32.63*	3.24*	-	-
SkewT	28.96	3.83	69.79	10.56	130.23	22.63	86.44	11.10	35.15	3.65	-	-
EPD	-	-	-	-	-	-	106.17	15.22	48.87	5.37	17.34	1.39
SEPD	-	-	-	-	-	-	105.68	14.90	47.96	5.34	17.49	1.42
AEPD	22.58*	3.15*	63.71*	9.25*	124.90*	21.42*	80.71	10.37	35.37	3.68	12.88*	1.05*
Normal-EVT	24.00	3.30	67.94	10.29	134.79	23.52	87.77	11.33	40.59	4.30	14.42	1.16
SN-EVT	24.02	3.28	68.90	10.30	134.60	23.53	86.54	11.25	42.43	4.34	16.76	1.20
T-EVT	23.91	3.28	67.58	10.23	134.43	23.46	88.45	11.34	40.35	4.26	14.40	1.16
SkewT-EVT	23.90	3.26	67.60	10.22	134.63	23.47	88.22	11.36	40.23	4.26	14.35	1.15
EPD-EVT	22.94	3.25	67.75	10.19	134.79	23.36	85.20	11.17	40.20	4.18	14.36	1.14
SEPD-EVT	23.99	3.27	67.76	10.23	133.60	23.40	85.98	11.25	40.63	4.25	14.52	1.16
AEPD-EVT	22.86	3.22	67.75	10.19	136.00	23.41	87.15	11.21	39.22	4.21	14.36	1.15
Normal-FHS	26.13	3.64	67.81	10.31	134.54	23.39	90.11	11.50	36.45	3.92	15.89	1.29
SN-FHS	26.18	3.63	68.19	10.46	133.67	23.53	87.32	11.52	39.25	3.96	17.02	1.28
T-FHS	26.50	3.72	67.85	10.34	134.50	23.47	89.80	11.55	39.80	4.10	14.84	1.26
SkewT-FHS	25.41	3.69	67.77	10.31	134.68	23.46	89.67	11.59	39.84	4.13	14.81	1.25
EPD-FHS	26.25	3.61	67.87	10.29	134.82	23.34	86.65	11.36	37.57	3.98	14.84	1.26
SEPD-FHS	25.20	3.62	67.84	10.32	133.83	23.45	87.36	11.44	38.74	3.98	15.93	1.28
AEPD-FHS	25.16	3.60	67.89	10.29	136.31	23.47	88.45	11.38	37.84	4.08	14.71	1.24

註 1: 損失函數僅顯示同時通過 Unconditional Coverage Test 與 Conditional Coverage Test 之風險值。

註 2: \* 表信心水準中損失函數最小。

表 12: 損失函數 - 2005/5/19 至 2007/5/24

	VaR <sub>01</sub>		VaR <sub>025</sub>		VaR <sub>05</sub>		VaR <sub>975</sub>		VaR <sub>99</sub>	
	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO
Normal	14.79	3.03	22.54	5.24	39.13	8.99	19.80*	3.33*	7.80	0.93
SN	14.75	3.01	22.63	5.27	39.49	9.24	-	-	7.68*	0.73*
T	13.45	2.49	22.01	5.02	40.70	9.35	19.95	3.48	7.71	0.79
SkewT	12.06	2.33	21.50	4.81	39.09	8.97	23.18	3.77	7.81	0.92
EPD	15.76	3.39	27.89	6.21	47.51	11.55	29.49	5.44	12.30	1.51
SEPD	15.79	3.40	27.99	6.26	48.74	11.72	29.36	5.26	11.27	1.46
AEPD	11.10*	1.94*	20.38*	4.34*	37.29*	8.47*	19.90	3.40	7.80	0.89
Normal-EVT	11.34	2.05	21.35	4.76	40.73	9.35	23.19	3.80	8.94	1.10
SN-EVT	11.31	2.03	21.28	4.72	40.63	9.33	19.93	3.42	8.86	0.96
T-EVT	11.36	2.05	21.33	4.75	40.71	9.36	24.22	3.82	8.97	1.11
SkewT-EVT	11.35	2.05	21.32	4.74	40.71	9.34	24.25	3.85	8.98	1.12
EPD-EVT	11.26	2.01	21.25	4.69	40.66	9.21	21.17	3.70	8.95	1.06
SEPD-EVT	11.29	2.02	21.31	4.71	40.74	9.29	21.12	3.65	8.94	1.04
AEPD-EVT	11.23	1.99	21.19	4.67	40.59	9.19	23.15	3.70	8.95	1.06
Normal-FHS	11.81	2.24	21.51	4.82	40.51	9.22	25.27	3.91	7.81	0.94
SN-FHS	11.81	2.24	21.56	4.83	39.56	9.28	20.03	3.53	7.72	0.80
T-FHS	11.97	2.30	21.51	4.83	40.68	9.34	25.33	3.96	8.92	1.05
SkewT-FHS	11.94	2.29	21.54	4.82	40.63	9.30	25.35	3.99	8.93	1.07
EPD-FHS	11.80	2.23	21.45	4.77	39.58	9.17	22.26	3.81	7.88	0.97
SEPD-FHS	11.82	2.24	21.51	4.80	40.70	9.26	22.21	3.76	7.86	0.95
AEPD-FHS	11.81	2.23	21.42	4.76	40.52	9.15	24.24	3.83	7.88	0.99

註 1: 損失函數僅顯示同時通過 Unconditional Convergence Test 與 Conditional Convergence Test 之風險值。

註 2: \* 表信心水準中損失函數最小。

表 13: 損失函數 – 2007/5/25 至 2009/6/1

	VaR <sub>01</sub>		VaR <sub>025</sub>		VaR <sub>05</sub>		VaR <sub>95</sub>		VaR <sub>975</sub>		VaR <sub>99</sub>	
	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO	LOPEZ	BLANCO
Normal	-	-	-	-	56.55	6.59	26.54	2.78	12.88	0.93		
SN	-	-	-	-	54.15*	6.34*	27.60	2.75	12.06	0.94		
T	17.77	1.73	-	-	58.08	6.79	24.91*	2.45*	8.08*	0.68*		
SkewT	16.90	1.50	-	-	63.25	7.33	27.33	2.73	8.87	0.78		
EPD	-	-	-	-	76.69	9.79	36.57	3.86	16.07	1.18		
SEPD	-	-	-	-	76.32	9.64	36.69	3.88	16.23	1.21		
AEPD	11.49*	1.20*	-	87.61*	60.81	12.95*	27.57	2.79	11.72	0.89		
Normal-EVT	12.67	1.25	-	-	64.58	7.53	31.65	3.19	13.25	1.00		
SN-EVT	12.71	1.26	-	-	66.61	7.84	33.57	3.37	15.59	1.04		
T-EVT	12.55	1.22	-	-	64.22	7.53	31.38	3.15	13.21	0.98		
SkewT-EVT	12.55	1.22	-	-	63.97	7.51	31.25	3.13	13.16	0.97		
EPD-EVT	11.68	1.24	-	-	64.03	7.46	31.25	3.12	13.16	0.96		
SEPD-EVT	12.70	1.25	-	-	64.85	7.61	31.69	3.21	13.33	0.99		
AEPD-EVT	11.64	1.23	-	-	64.00	7.50	30.28	3.15	13.17	0.97		
Normal-FHS	14.32	1.39	-	-	64.85	7.59	28.64	2.98	14.68	1.10		
SN-FHS	14.37	1.39	-	-	67.29	7.99	31.52	3.15	15.82	1.11		
T-FHS	14.53	1.42	-	-	64.47	7.59	30.88	3.05	13.62	1.07		
SkewT-FHS	13.47	1.40	-	-	64.32	7.59	30.92	3.07	13.59	1.07		
EPD-FHS	14.45	1.39	-	-	64.39	7.55	29.69	3.01	13.61	1.07		
SEPD-FHS	13.37	1.38	-	-	65.15	7.68	30.87	3.03	14.69	1.08		
AEPD-FHS	13.35	1.37	-	-	64.21	7.56	29.96	3.09	13.49	1.05		

註 1：損失函數僅顯示同時通過 Unconditional Convergence Test 與 Conditional Convergence Test 之風險值。

註 2：\* 表信心水準中損失函數最小。

## 4.6 小結

本文使用台灣股價加權指數日資料, 以 AR(3)-GJR-GARCH(1,1) 在不同的分配假設下配適, 再進一步結合動態極值理論與動態歷史模擬法, 透過回溯測試及損失函數比較預測風險值的結果。實證結果可歸納出以下結論:

- 1、比較模型配適衡量指標, 厚尾分配配適結果優於常態分配;
- 2、比較  $t$  分配一族與 EPD 分配一族配適的結果, 無論是只考慮峰態 ( $t$  分配與 EPD 分配), 或者加入影響偏態的參數 (skew- $t$  分配與 SEPD 分配),  $t$  分配一族的配適程度都較 EPD 分配一族為佳。更進一步考慮分配兩尾厚度不同的 AEPD 分配, 配適結果為七種分配中最佳;
- 3、使用一步預測法估計風險值, 在低震盪的區間, 常態分配與其他厚尾分配皆能通過回溯測試, 採用厚尾分配效果不大;
- 4、在高震盪的區間, 左尾風險值回溯測試結果, 常態分配與其他厚尾分配皆無法全數通過, 但仍以 AEPD 分配為最佳;
- 5、預測區間包含低震盪與高震盪兩區間時, 常態分配與其他厚尾分配皆在部分信心水準未能通過回溯測試, 僅 AEPD 分配全數通過;
- 6、比較損失函數, 左尾風險值估計以 AEPD 分配為最佳, 右尾風險值則無一致的結果;
- 7、結合動態極值理論與動態歷史模擬法後, 回溯測試及損失函數以常態分配與其他厚尾分配結果皆相當一致。