國立政治大學社會科學院

經濟學系碩士論文

指導教授：鍾經樊 博士

# 信用資產組合之集中度、風險貢獻與壓力測試逆境值實證研究

研究生: 簡國安 撰

中華民國 一〇〇 年 六 月

國立政治大學社會科學院經濟學系

碩士論文

Department of Economics

College of Social Sciences

National Chengchi University

Master Thesis

# 信用資產組合之集中度、風險貢獻與壓力測試逆境值實證研究

# The Empirical Studies of Credit Portfolio in Concentration, Risk Contribution and Downturn Values of Stress Test

簡國安

Guo-an Jian

指導教授：鍾經樊 博士

Advisor: Ching-Fan Chung Ph.D.

中華民國 一〇〇 年 六 月

# 誌謝辭

炎炎夏日, 外面的氣溫高達35C°, 坐在房間裡打著這份誌謝辭的我, 心情也跟著沸騰起來。我終於完成了論文, 碩班的學生生涯終於要結束了, 我的人生旅程終於又立下了另一個里程碑, 眞是令人開心。回顧過去的種種, 覺得攻讀碩士學位的選擇是正確的, 因爲不僅開拓了我的視野, 認識了更多的朋友, 更學習到有價值的思考方式及知識, 而這一切, 我必須感謝很多人。

首先最需要感謝鍾老師對於我的指導, 讓我這個原本只懂經濟學, 不懂信用風險管理的門外漢, 可以跨領域的完成這份論文。並且感謝欣 (王民) 學長在程式上的幫忙, 讓我能夠輕鬆的上手 stata, 還有感謝嘉琪和我討論問題, 讓我的想法和思路能夠更加的周全。也感謝口試委員, 俞明德老師及林信助老師對於論文的建議, 讓這份論文能夠更加的完整。

在這說長不長, 說短也不短的碩士生涯中, 很感謝父母對於我的支持, 他們從來沒有催促我要趕快畢業, 還提供了經濟上的支援, 讓我能夠無憂無慮的讀書。還有感謝女友茵藍在精神上的支持, 讓我的碩士生涯增添了色彩。感謝所上教授的教導, 讓我對於經濟學能夠有更進一步的認識。感謝碩班讀書會的所有同學, 有你們的互相牴勵, 讓我能夠輕鬆的渡過所上, 所有大大小小的考試。還有感謝所有我的好朋友們, 有你們的存在, 讓我遇到挫折與壓力時, 仍能夠咬牙渡過。

學生生涯雖然即將告一段落, 但是未來仍有無數的考驗, 需要我去面對及挑戰。感謝大家過去對於我的幫助, 我將會不負大家所望, 在未來更加的努力及虛心的學習, 在未來如果我有什麼成就, 這一切都將歸功於你們, 謝謝!

國立政治大學 National Chengchi University

# 摘要

本論文把國內十家公股銀行的放款違約資料進行合併, 並且以合併後的資料, 使用 CreditPortfolioView 模型建立整體公股銀行放款組合的損失分配, 利用公股銀行的放款資料, 探討曝險分組對於損失分配 (loss distribution) 的影響, 並且使用重點抽樣 (Importance Sampling) 的方法估計風險貢獻 (risk contribution, RC), 利用給定部份系統風險因子的模型, 進行壓力測試 (stress test)。

由本論文的實證結果可以發現同一類放款產品曝險之中, 若是個別曝險有極端的曝險額, 將會增加此類產品的集中度風險。若曝險總額固定, 但是曝險筆數較少, 每筆曝險佔總曝險的比例較大, 也會產生較大的集中度, 而有較大的風險值 (valut at risk, VaR)、預期短缺 (expected shortfall, ES) 及經濟資本 (economic capital, EC), 因此曝險額的設定愈粗略, 將會估出較高的未預期損失。

本論文使用重點抽樣的方法, 估算預期短缺的風險貢獻。並且由實證的結果, 觀察到同一類放款的經濟資本率和放款曝險額呈現正相關並且具有接近線性的關係, 因此可以建立經濟資本率的線性估計式, 對未來可能的放款, 進行簡單的風險貢獻及經濟資本的估算。

要進行壓力測試, 最大的問題是必須選擇適當的施壓變數及設定可能的逆境值 (downturn values)。我們通常選擇具有經濟意含的總體因子, 當作施壓變數。但是逆境值的設定, 可能是主觀認定或者參考歷史資料, 如果要設定多個總體因子逆境值, 很容易忽略了總體變數之間的關係。本論文嘗試使用常態分配及條件常態分配的假設, 建立可能發生的壓力情境, 並且利用給定部份系統風險因子的模型, 進行壓力測試。

關鍵字: **集中度、損失分配、風險值、預期短缺、風險貢獻、逆境值、壓力測試。**

# 目錄

**1 前言** **1**

**2 信用風險管理介紹及文獻回顧** **2**

2.1 何謂信用風險 . . . . . 2
2.2 損失的概念 . . . . . 3
2.3 法定資本 . . . . . 5
2.4 巴塞爾協定 . . . . . 5
2.5 經濟資本及信用風險模型 . . . . . 7
2.6 信用風險的衡量 . . . . . 8
2.7 風險的貢獻 . . . . . 10
2.8 集中度風險 . . . . . 12
2.9 壓力測試 . . . . . 12

**3 理論模型及研究方法** **14**

3.1 損失分配 . . . . . 14
3.2 違約迴歸模型 . . . . . 15
3.3 違約迴歸模型的分配 . . . . . 17
3.4 給定部份因子的違約迴歸模型及其分配 . . . . . 17
3.5 損失分配的模擬 . . . . . 19
3.6 壓力測試的損失分配模擬 . . . . . 20
3.7 風險貢獻的理論 . . . . . 21
3.8 風險貢獻的模擬 . . . . . 23

**4 實證與模擬結果** **24**

4.1 資料來源及說明 . . . . . 24
4.2 違約率基本統計分析 . . . . . 26
4.3 總體變數模型與違約模型估計結果 . . . . . 29
4.4 損失分配分析 . . . . . 32
4.5 曝險額集中度對於損失分配的影響 . . . . . 33
4.6 風險貢獻結果分析 . . . . . 34
4.7 壓力測試結果分析 . . . . . 36

國立政治大學 National Chengchi University

**5 結論** **38**

**附錄** **40**

**A 圖** **40**

**B 表** **43**

**參考文獻** **47**

國立政治大學
National Chengchi University

# 1 前言

一個國家經濟能夠成長, 其必要的因素有很多, 而銀行產業體質是否能夠健全, 也是這個重要的因素之一, 因爲銀行在經濟成長之中, 負擔著重要的任務。每個人體內都有動脈和靜脈, 它們負責輸送血液養份到人體各處, 而銀行便如同國家的動脈和靜脈, 讓整個國家的資金能夠流動, 讓金錢能夠發揮最大的效益。

每個行業一開市, 便面對很多的不確定性和風險, 而銀行這個產業面對的不確定性和風險的特質, 雖然不是 All or Nothing, 但是這些不確定性和風險對於銀行的影響還是很大, 當銀行面對這些風險而不能夠好好控管時, 影響到的不止是銀行本身, 甚至會是整個國家的經濟成長及穩定, 美國次貸風暴就是近年來令人最深刻的教訓。

Berstein(1996) 認爲, 文明的進步在於將不確定性轉化爲風險, 再將風險轉化爲知識。不確定性要轉化爲風險的成本較低, 而風險要轉化爲知識的成本較高, 風險管理便是不確定性轉化爲風險過程的一部份, 因此風險管理非常的重要。

要進行風險管理, 便需要進一步瞭解風險, 銀行在日常的營運當中, 會面對很多的風險, 而最主要的風險有四項, 分別爲信用風險、市場風險、作業風險及經營風險, 其中信用風險所佔的比例最大, 相較於市場風險的研究卻不夠多, 因此本論文主要的研究目標, 便是測量銀行的信用風險。

爲了測量銀行的信用風險, 需要計算銀行的損失準備及計提資本。2007年, 本國金融監理機構, 已經要求本國銀行採取新巴塞爾協定 (Basel II) 規定的方式計提資本。銀行不同的資產具有不同的風險, 因此新巴塞爾協定要求不同的資產, 必須給與不同的風險權重, 計提對應其資產風險的資本。新巴塞爾協定對於資產信用風險的衡量, 分爲二種方法, 一個是標準法, 另一個則是內部評等法。

標準法 (Standardized Approach, SA) 必須使用外部評等機構, 如標準普爾、穆迪、惠譽.....等, 對於銀行放款對象的信用評等, 當作計提資本的依據。

內部評等法 (Internal Rating-Based, IRB) 則是讓銀行使用過去的放款違約資料, 建構模型, 以作爲計提資本的依據。內部評等法可以分爲兩類, 分別爲基礎內部評等法及進階內部評等法。基礎內部評等法只需要估計違約機率 (Probability of Default, PD), 而違約損失率 (Loss Given Default, LGD)、曝險額 (Exposure at Default, EAD) 及有效到期期間 M 則由金融監理機關訂定。進階內部評等法, 則需估計 PD、LGD、EAD 以及有效到期期間 M。由於台灣的 LGD、EAD 及有效到期期間 M 的資料並不是很完整, 所以目前大部份的研究, 都是著重在 PD 模型的建立。

本論文以 CreditPortfolioView(CPV) 信用模型爲基礎, 建立由上而下的總體違約模型, 以估計 PD, 由於資料的問題, 所以假設 LGD 及 EAD 爲常數。使用向量自我迴

歸模型 (Vector Autoregression, VAR) 建立總體變數之間的相關性, 然後透過蒙地卡羅模擬出公股銀行放款組合的損失分配, 計算預期損失 (Expected Loss, EL)、預期短缺 (Expected Short, ES) 及經濟資本 (Economic Capital, EC), 並且探討不同的集中度假設, 對於損失分配的影響。

由於公股銀行的放款產品有多種類別, 所以必須使用重點抽樣 (importance sampling, IS) 的方法, 把預期短缺分配到每一個產品, 以瞭解每個產品對於公股銀行的風險貢獻 (risk contribution, RC), 並且計算每個產品的經濟資本及經濟資本率的估計式, 以做爲未來對於新放款時, 信用風險估計的依據。

本文並且對公股銀行的曝險進行壓力測試 (stress test), 壓力測試的主要目的, 在於檢驗極端且具有可能性的事件, 對於銀行損失的影響。要進行壓力測試, 必須先設定壓力情境, 壓力情境的設定有很多種方法, 本文使用常態分配假設及條件因子模型, 嘗試建立可能發生的壓力情境, 進行壓力測試。

本文的章節架構如下, 第一章爲前言, 第二章爲信用風險管理的介紹及文獻回顧, 第三章敍述理論模型及研究方法, 第四章則爲實證結果與分析, 第五章爲本研究的結論。

# 2 信用風險管理介紹及文獻回顧

## 2.1 何謂信用風險

銀行的主要業務是放款, 而放款是銀行信用風險的主要來源。所謂的放款就是借款人把錢交給貸款人, 並且約定利息、還款方式、還款期限及擔保品, 放款便是透過收取利息的方式, 獲取利潤。現實生活中, 每個人只要有錢都可以借錢給別人, 但是如果沒有銀行的存在, 則市場資金的流動, 將不會那麼順暢。

因爲提供資金的人雖然有多餘的資金可以借給需要資金的人, 但是資金的提供者, 可以提供的金錢或者願意提供的金錢, 不一定就是資金的需求者需要的金額。除此之外有能力提供資金的人和需要資金的人不一定有管道可以認識, 就算有機會認識, 資金的提供者也不一定願意提供資金給資金的需求者, 因爲借款給別人, 需要面對借款人不一定能夠還款的問題, 如果資金的提供者對於資金的需求者, 沒有一定的認識和瞭解, 則將會面臨不能取回借款的風險, 這個風險就是信用風險。

借款人不一定能夠還款, 就是信用風險。而道德危機與逆選擇的問題, 將會增加借款人不能還款的機率, 加大了信用風險。道德危機是指借款人不一定會按照約定借款時, 所承諾的用途, 去運用資金。比如說借款人跟貸款人說好, 借貸到的資金將會用做購買機器設備, 增加工廠生產的效率, 貸款人覺得借款人的主意不錯, 便將借款人所需要的金額, 交給借款人, 但是借款人拿到資金之後, 實際的用途卻是把資金挪做它用, 做高風險的投

資, 而這將會增加貸款人不能收回借款的風險。逆選擇則是指, 最需要資金的人, 可能是還款能力最差的人, 比如說經營不善的公司, 每天都在爲了支票跑三點半人的個人, 是對於資金需求較高的人, 也是無法還款機率最高的人。

銀行的存在, 能夠解決以上個人之間借貸不方便的問題, 然後銀行主要的業務是放款, 因此能夠以較低的成本, 建立資訊系統, 解決道德危機與逆選擇的問題, 以降低信用風險, 因此銀行的存在使得市場資金的流動更順暢。但是也因爲銀行是以放款爲主要業務, 所以面對的是系統性的信用風險。系統性的信用風險指的是當景氣蕭條時, 大部份的企業或個人, 可能因此而不能按時付出本金或利息, 以致產生違約, 使得銀行因此發生虧損甚至倒閉的風險。因爲銀行面對的是系統性信用風險, 所以在建立信用風險模型時, 考量的是整體放款組合所造成的風險, 而不僅僅只是個別客戶的信用風險。系統性的信用風險, 對於銀行長久經營有很大的影響, 因此銀行必須每年對系統性的信用風險做評估及準備, 以面對未來不可預期的損失發生。

## 2.2 損失的概念

要對銀行的信用風險做管理, 需要先瞭解銀行的損失。銀行是一個借長貸短的行業, 銀行透過吸收客戶的存款, 進行放款, 存款是銀行的負債, 而放款則是銀行的資產, 銀行放款的利潤來自於存款和放款之間的利息差。銀行的主要資產是放款, 放款和一般公司的資產性質並不相同, 借款者只要無法按時償還利息或本金, 就會使銀行產生損失, 因此銀行面對的最大損失, 就是銀行所有的資產。但是決定銀行會不會倒閉的因素則是銀行其它的資產能不能夠承擔借款人違約所產生的損失, 因爲銀行放款資金的來源, 主要來自於存款戶, 銀行必須要有足夠的資金去支付存款人利息及存款人日常的資金提領。銀行面對的是系統性信用風險, 因此考量的是整體信用資產組合所產生的損失, 而銀行可能面對的損失, 可以以圖1進行分析:

通常銀行的損失分配是一個右尾的分配, 因爲放款的違約狀態, 具有違約相關性。圖1損失分配的橫軸是損失, 縱軸是損失發生的可能機率。從零損失開始上升到一定程度便開始下降, 損失分配的損失可以分成兩個區間, 一個是高度可能損失區間, 另一個是低度可能損失區間。高度可能損失區間和低度可能損失區間中間, 我們可以假設有一個門檻值 $L^*$ 存在, 假設損失值小於 $L^*$ 存的機率是 $\alpha$, 大於 $L^*$ 損失值的機率是 $1-\alpha$, 如果 $1-\alpha$ 值非常的小, 則我們便稱大於 $L^*$ 的損失值, 是低度可能損失區間, $\alpha$ 在統計中被稱爲信賴水準, 高度可能損失區間愈大, 則信賴水準愈高。銀行便是透過決定 $L^*$ 的大小, 決定銀行的「風險偏好」(risk appetite), 因爲銀行決定了 $L^*$, 便是決定了銀行願意承受多大的損失和承受多大的風險。

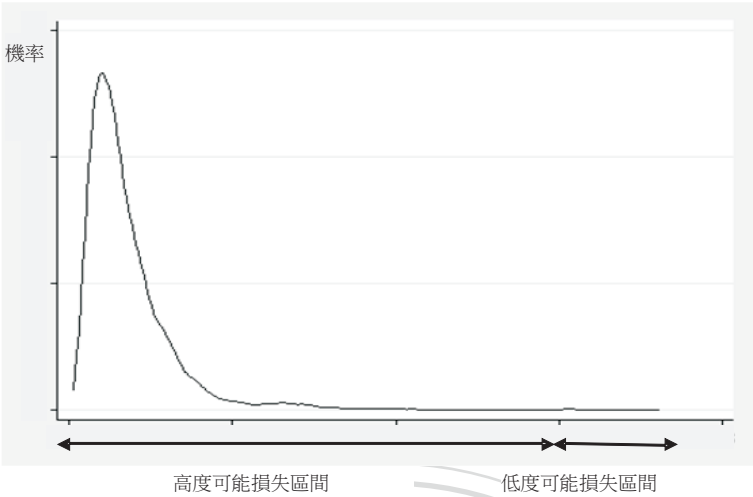



圖 1: 損失分配

假設當 $L^*$ 是5億, 而大於 $L^*$ 損失發生的機率是0.01%; 當 $L^*$ 是4.5億, 而大於 $L^*$ 損失發生的機率是0.05%, 那銀行便必須對自己願意承擔的風險做考量。如果銀行認爲損失值大於4.5億的可能性只有0.05%, 這個風險是可以接受的, 那麼銀行便可以以4.5億做爲門檻值, 只爲4.5億的可能損失做準備。如果銀行認爲損失值大於5億的可能性只有0.01%, 這個風險是可以接受的, 那麼銀行便可以以5億做爲門檻值, 爲5億的可能損失做準備。0.01%可以解釋成可能一萬年才會發生1次大於5億的損失, 0.05%則可以解釋成可能二千年才會發生1次大於4.5億的損失, 但是由於是機率的概念, 所以有機率的存在, 就有可能發生。假設銀行以4.5億當做損失的門檻值, 只有對4.5億的可能損失做準備, 當二千年才會發生1次的嚴重損失, 也就是大於4.5億的損失發生時, 則銀行將會因爲損失準備及資本的不足而倒閉。因此銀行決定要面對0.01%還是0.05%的風險, 便是代表銀行的風險偏好, 也就是選擇99.9%信賴水準的銀行相對於選擇99.5%爲信賴水準的銀行, 較風險趨避。

銀行決定了門檻值, 便決定了高度可能損失區間及低度可能損失區間。銀行對於低度可能損失區間, 認爲損失發生的可能性太小, 因此不會做任何的處理。至於高度可能損失區間的損失, 銀行可以把損失分成兩部份, 一個是預期損失, 另一個是未預期損失。預期損失並不會因爲銀行的風險偏好而改變, 銀行必須對預期損失, 提列損失準備 (loss provision), 並且做爲資產負債表, 資產的減項, 銀行通常會把預期損失的風險, 轉嫁給借款人。對於未預期損失, 銀行必須提列資本 (capital), 做爲風險的緩衝, 銀行需要提列的資本大小, 將會因銀行風險偏好的不同而改變, 資本列在資產負債表的右下方, 資本的虧損將會由銀行投資的股東所承擔。

## 2.3 法定資本

銀行是政府的特許行業, 並且銀行產業的發展是否良好, 將會影響整個國家的經濟發展, 因此政府的金融監理單位對於銀行的經營有很多的規定。金融監理單位會要求銀行必須以特定的公式估算預期損失及需要提列的資本, 以承擔預期損失及未預期損失的衝擊。政府所規定, 需要提列的資本稱爲「法定資本」(regulatory capital)。

銀行放款的金額又稱爲曝險 (exposure at default, EAD), 銀行放款給不同的個人或公司, 將會面對不同的風險, 不同風險的曝險, 提列的資本多寡也不相同。金融監理機構便是以資本計提率, 對於銀行的資本進行要求。銀行對於曝險資本的計提至少爲8%, 而這個特定的比例, 也被稱爲資本適足率, 但是廣義來說, 資本計提率的公式如下:

$$\text{資本計提率} = \frac{\text{未預期損失}}{\text{曝險額}} = \frac{\text{計提資本}}{\text{曝險額}}, \tag{1}$$

以資本適足率爲比較的基礎, 可以定義出不同風險曝險的風險含量, 稱爲風險權數:

$$\text{風險權數} = \frac{\text{資本計提率}}{\text{資本適足率}} = \frac{\text{資本計提率}}{8\%} = \text{資本計提率} \times 12.5, \tag{2}$$

對於風險權數大於1的曝險, 就必須要有大於8%的資本計提率, 使用風險權數, 對於曝險進行加權, 可以得到風險加權資產:

$$\text{風險加權資產} = \text{風險權數} \times \text{曝險額}, \tag{3}$$

而風險加權資產的資本計提率, 就是資本適足率:

$$\text{資本適足率} = \frac{\text{資本計提率}}{\text{風險權數}} = \frac{\text{資本計提率} \times \text{曝險額}}{\text{風險加權資產}} = \frac{\text{計提資本}}{\text{風險加權資產}}, \tag{4}$$

也就是說風險加權資產的計提資本, 就是法定資本, 法定資本的另一個寫法, 可以寫成:

$$\text{計提資本} = 8\% \times \text{風險加權資產} = 8\% \times \text{風險權數} \times \text{曝險額}, \tag{5}$$

由上面的推導可以得到式(5), 而式(5)便是新巴塞爾協定中, 標準法計算的方式。透過式(5), 金融監理機構可以對於銀行的風險進行控管, 要求銀行對於不同的資產, 使用不同的風險權數, 計算風險加權資產, 然後決定法定資本的計提。

## 2.4 巴塞爾協定

世界各國對於銀行資本計提的要求, 主要的依據來自於「巴塞爾協定」(Basel Accord), 巴塞爾協定是目前各國銀行監理單位對於銀行監查管理的依據。舊巴塞爾協定 (Basel

I) 在1988年公佈, 原本規範的對象只是 G10國家的國內銀行, 但是在90年代成爲世界各國接受的標準, 巴塞爾協定主要的目的, 爲確保國際銀行有適當的資本及公平的競爭, 要求每家銀行應該依照風險狀況的不同, 衡量資本適足率, 並且資本適足率的最低標準, 必須在8%以上。

隨著時代的進步, 舊巴塞爾協定因爲只著重在單一風險, 也就是信用風險的衡量及固定的資本率, 但是對於逐漸復雜的銀行業務及風險管理, 已經不符所需。因此巴塞爾委員會在1996年6月提出新版巴塞爾協定草案 (Basel II), 經過各界漫長的討論, 在2002年初正式定案, 並且於2005年正式實施, 台灣於2007年也開始實行新巴塞爾協定。

新版的巴塞爾協定, 主要的內容有三部份, 又被稱爲三支柱, 簡單的說明如下:

**第一支柱: 最低資本要求** (minimum capital requirements)

相較於舊巴塞爾協定, 新巴塞爾協定的第一支柱, 對於信用風險有更詳細的規範, 對不同風險程度的資產, 給與不同的風險權重, 計算資本要求, 以反應銀行資產的品質, 第一支柱也考量了市場風險及作業風險對於銀行的影響, 簡單的資本適足率公式如下:

$$\text{資本適足率} = \frac{\text{合格資本}}{\text{信用風險加權資產} + 12.5 \times (\text{市場風險資本} + \text{作業風險資本})}, \tag{6}$$

除此之外, 第一支柱的內容, 規定了銀行能夠採行的資本計提方法, 也就是標準法及內部評等法的計算及執行。

**第二支柱: 監理審查** (supervisory review)

巴塞爾協定的第二支柱, 則是要求各國監理機關以下面四大原則進行監理審查程序 (Supervisory Review Process, SRP)

1. 資本適足率: 銀行須具備評量整體資本適足的機制
2. 監理職責: 監理資關須監測銀行的資本適足內部評量機制
3. 超額資本: 監理機關須要求銀行提撥高於最低資本需求水準的法定資本
4. 早期干預: 監理機關須早期干預以防資本低於最低需求水準

除上述四點之外, 第二支柱還要求銀行及監理機關處理第一支柱所未考慮或是考慮不夠周全的風險, 如利率風險、流動性風險.....等。監理審查除了要求銀行要有適當的資本之外, 還鼓勵銀行發展及採用更好的風險管理技術。監理機關在監理審查之中, 扮演了非常重要的角色, 監理機關必須防範於未然, 審查及評估各銀行的資本適足管理及政

策, 是否能夠有效的遵循資本適足率的要求, 並且在必要時採取適當的監理措施。如果銀行無法維持或回復資本時, 必須儘速進行干預及矯正。

**第三支柱: 市場紀律** (market discipline)

市場紀律是對於最低資本要求及監理審查的補充, 要求針對特定風險訂定揭露規定, 並且期許銀行揭露其風險部位及風險管理程序, 讓銀行資訊能夠公開, 增進市場的紀律。

總結新巴塞爾協定, 第一支柱是對於銀行風險控管的量化要求, 第二支柱是對銀行風險控管的質化要求, 第三支柱則是對於資訊透明度的要求。新巴塞爾協定, 透過這三個支柱, 期望讓銀行本身能夠對全行的風險進行一致性的現代化管理。

## 2.5 經濟資本及信用風險模型

銀行進行風險管理的過程, 必須先計算出曝險組合的預期損失及未預期損失, 然後再以之計算損失準備及資本計提, 而預期損失及未預期損失計算的基礎在於損失分配。法定資本的計算, 每家銀行都是以金融監理機構規定的公式計算資本。經濟資本相對於法定資本, 則是透過建立損失分配的方式, 計算銀行的預期損失及未預期損失, 因此經濟資本較法定資本, 更能夠反應銀行的風險。

銀行必須收集大量相關的資料進行實證的推導, 並且考量不同的風險, 建立損失分配, 才能夠計算經濟資本, 因此計算經濟資本的成本並不小。但是經濟資本的建立除了能夠讓銀行更加的準確管理風險, 更能夠透過對於風險的認識, 作爲對放款准駁的依據, 並且對於短期獲利及長期經營的策略管理。

要計算經濟資本, 必須先建立信用風險模型, 市場上常用的信用風險模型有 KMV, CreditMetrics, CreditRisk+及 CreditPortfolioView ..... 等模型。每個模型都有各自的特色。如 KMV 模型是以 Merton 模型爲基礎而發展, 主要的想法, 是認爲透過股價的變化, 可以反應公司違約的風險。CreditMetrics$^{TM}$ 模型, 則是對公司建立信用評等, 並且以過去的歷史資料建立信用移轉矩陣, 以測量公司的信用風險。CreditRisk+ 模型, 則是以保險精算理論爲基礎的模型, 透過分配的假設, 進行信用風險的測量。

CreditPortfolioView模型, 又簡稱爲 CPV 模型, 是由麥肯錫投資顧問公司, 根據 Wilson (1997a) 和 Wilson (1997b) 的「Measuring and Managing Credit Portfolio Risk」兩篇論文所發展的模型。Wilson(1997) 的模型, 主要是以多因子違約機率模型, 搭配 AR(2) 的總體因子模型, 研究總體景氣循環與信用風險的關聯, 屬於一種「由上而下」(Top-Down) 的模型。這個模型的特色, 在於由總體景氣決定公司的違約率, 而不是

由個別公司的體質決定公司的違約率。並且假設不同放款對象, 將會受到不同總體因子的影響, 因此放款對象之間的違約相關性, 將會由總體因子之間的相關性而連結。

鍾經樊 (2010) 使用 VAR 的總體因子模型取代原先 Wilson(1997) 的 AR(2) 模型。使用 VAR 模型的好處, 在於可以解決變數之間內生性的問題, 並且可以縮減變異, 讓估計的結果比較準確。本文便是參考 鍾經樊 (2010), 建立信用風險模型, 並且透過蒙地卡羅的模擬, 建立損失分配。

### 2.6 信用風險的衡量

之前在2.2節有簡略的提到損失分配、預期損失及未預期損失, 現在則參考 Bluhm et al. (2003) 進行數學上的介紹。

#### 2.6.1 預期損失及標準差

假設某銀行有1筆曝險, 則可以把損失寫成如下的公式:

$$L = d \times \text{SEV} \times \text{EAD}, \tag{7}$$

- d 是「違約狀態」變數, $d = 1$ 代表違約, $d = 0$ 代表沒有違約, 期望值是違約機率 (probability of default, PD)
- SEV 是一個介於0到1的之間的隨機變數, 代表違約後損失的嚴重程度, 期望值是違約損失率 (loss given default, LGD)
- EAD 是違約曝險額 (exposure at default), 是一個隨機變數, 但是通常被假設爲常數。

假設違約狀態變數 d 和 SEV 獨立,EAD 爲常數, 對損失 L 取期望值, 可以得到預期損失率:

$$\text{EL} \equiv \text{E}(L) = \text{PD} \times \text{LGD} \times \text{EAD}, \tag{8}$$

並可以計算違約損失 L 的標準差 (standard deviation of loss, SDL):

$$\text{SDL} \equiv \sqrt{\text{Var}(L)} = \text{EAD} \times \sqrt{\text{PD} \times \text{Var}(\text{SEV}) + \text{PD}(1 - \text{PD}) \times \text{LGD}^2}, \tag{9}$$

以上兩個式子, 是在 PD 和 LGD 爲獨立, 並且 EAD 爲常數的假設上, 如果這些假設不存在, 則上面的等式可能不成立。

如果考慮多筆曝險, 則多筆曝險將會形成一個信用風險資產組合 (credit portfolio), 損失是由多筆損失相加而成, 假設有 m 筆放款, 則式子如下:

$$L \equiv \sum_{i=1}^{m} L_i = \sum_{i=1}^{m} d_i \times \mathrm{SEV}_i \times \mathrm{EAD}_i, \tag{10}$$

這個損失 L 的分配, 便是損失分配, 如果假設 EAD 爲常數, 則 L 的分配便是由 $\sum_{i=1}^{m} d_i \times \mathrm{SEV}_i$ 的分配所構成。如果假設 EAD 及 LGD 爲固定常數, 則 L 的分配便是由 $\sum_{i=1}^{m} d_i$ 的分配所構成。對 $L$ 取期望值, 可以得到信用風險資產組合的預期損失:

$$\mathrm{EL} = \mathrm{E}(L) = \sum_{i=1}^{m} \mathrm{PD}_i \times \mathrm{LGD}_i \times \mathrm{EAD}_i. \tag{11}$$

由上式, 可以發現信用風險資產組合的預期損失, 只是個別預期損失的加總。進一步計算信用風險資產組合的損失標準差:

$$\mathrm{SDL} \equiv \sqrt{\mathrm{Var}(L)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} \mathrm{EAD}_i \times \mathrm{EAD}_j \times \mathrm{Cov}(d_i \times \mathrm{SEV}_i, d_j \times \mathrm{SEV}_j)}, \tag{12}$$

如果假設 SEV 爲固定常數, 而且 $\mathrm{SEV}_i = \mathrm{LGD}_i$, 則損失標準差, 可以簡化成以下的式子:

$$\mathrm{SDL} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} \mathrm{EAD}_i \times \mathrm{EAD}_j \times \mathrm{LGD}_i \times \mathrm{LGD}_j \times \rho_{ij}\sqrt{\mathrm{PD}_i(1-\mathrm{PD}_i)\mathrm{PD}_j(1-\mathrm{PD}_j)}}, \tag{13}$$

其中 $\rho_{ij}$ 是 $d_i$ 和 $d_j$ 的相關係數。

在違約狀態變數 $d_i$ 及損失嚴重程度 $\mathrm{SEV}_i$ 假設爲獨立之下, 信用風險資產組合的預期損失, 只是個別資產預期損失的線性方程式。資產之間的「相關性」, 不會影響預期損失的大小, 因此銀行只要估計出違約損失率, 就可以直接計算每一筆曝險的預期損失, 再加總爲信用風險資產組合的預期損失, 並且做爲損失準備的計提基礎。

信用風險資產組合的標準差, 則是一個較複雜的方程式, 將會受到曝險之間的相關性的影響, 而標準差對於未預期損失會有影響, 因此未預期損失的計算, 必須考量整體信用風險資產組合, 才能夠進行估計。

### 2.6.2 未預期損失

「風險值」(value at risk, VaR) 及「預期短缺」(expected shortfall, ES) 這兩個統計量, 可以用來衡量整體信用資產組合的未預期損失, 因爲「風險值」及「預期短缺」都是建立在資產組合的損失分配上面的統計量, 用來衡量損失分配尾巴上的極端損失。

**風險值**

風險值是以給定信賴水準 $\alpha$下, 進行損失的計算。給定信賴水準如99.9%, 然後在損失分配上, 找第99.9%百分位數的損失, 做爲損失分配的風險值。也就是說信用風險組合的損失99.9%的機率, 都會小於風險值, 風險值的數學式如下:

$$P(L \leq \mathrm{VaR}) = \alpha\%, \tag{14}$$

透過風險值的計算, 我們可以利用風險值計算出未預期損失, 也就是經濟資本, 經濟資本是某一信賴水準下的風險值, 扣除預期損失所得到值:

$$\mathrm{EC}_\alpha = \mathrm{VAR}_\alpha - \mathrm{EL}. \tag{15}$$

**預期短缺**

預期短缺和風險值的差別, 在於計算預期短缺, 會先給定在某一信賴水準$\alpha$下的損失值$\xi$, 然後再求取大於等於此損失值損失的期望值, 這個值就是預期短缺, 預期短缺的數學式如下:

$$\mathrm{ES} = \mathrm{E}(L|L \geq \xi), \tag{16}$$

我們也可以以預期短缺來計算經濟資本, 其數學式如下:

$$\mathrm{EC}_\alpha = \mathrm{ES}_\alpha - \mathrm{EL}. \tag{17}$$

預期短缺又稱爲「條件風險值」(conditional value at risk, CVaR), 預期短缺和風險值的差別, 在於風險值並沒有考量信賴水準外的損失, 而預期短缺則是考量了信賴水準外的損失。並且預期短缺是一個相容性的風險測度 (coherent risk measure), 而風險值是一個非相容性的風險測度。相容性風險測度是由 Artzner(1999) 所提出的觀念, 相容性風險測度必須符合單調性 (monotonicity)、次可加性 (sub-additivity)、正齊次性 (positive homogeneity) 及平移不變性 (translation invariance), 這四個性質。由於預期短缺是期望值的形式, 因此可以符合以上的四個性質, 而風險值因爲違反了次可加性, 所以並非相容性的風險測度。

## 2.7 風險的貢獻

由風險值及預期短缺, 可以衡量信用資產組合的整體風險, 但是沒辦法衡量個別資產, 對於整體風險的貢獻。衡量個別資產對於整體風險貢獻的重要性在於, 瞭解個別資產的風險貢獻, 可以把結果應用於風險管理, 如風險調整後定價、曝險設限、風險調整績效評估、資產配置及組合最適化的課題。

**風險值貢獻**

風險值並不是相容性的風險測度, 所以個別資產的風險值和個別資產對於整體信用資產組合的風險貢獻並不相等, 所以文獻上建議使用條件期望值的方法, 定義「風險值貢獻」(value at risk contribution, VaRC):

$$\mathrm{VaRC}_i \equiv \mathrm{E}(L_i | L = \mathrm{VaR}), \tag{18}$$

而在這個定義之下, 把所有資產的風險值貢獻相加, 剛好會等於整體信用資產組合的風險值:

$$\mathrm{VaR} = \sum_{i=1}^{m} \mathrm{VaRC}_i, \tag{19}$$

然後我們也可以計算個別資產的經濟資本, 也就是個別資產的風險值貢獻扣除個別資產的預期損失, 公式如下:

$$\mathrm{EC}_i = \mathrm{VaRC}_i - \mathrm{EL}_i, \tag{20}$$

**風險貢獻**

由於預期短缺是相容性的風險測度, 因此可以直接以相同的條件期望值架構, 定義個別資產對於整體信用資產組合的風險貢獻 (risk contribution, RC):

$$\mathrm{RC}_i \equiv \mathrm{E}(L_i | L \geq \xi), \tag{21}$$

而在這個定義之下, 所有資產的風險貢獻相加, 剛好會等於整體信用資產組合的預期短缺。並且如同利用風險值貢獻, 我們也可以利用風險貢獻, 計算個別資產的經濟資本, 式子如下:

$$\mathrm{EC}_i = \mathrm{RC}_i - \mathrm{EL}_i. \tag{22}$$

風險值貢獻與風險貢獻, 並不是簡單的個別資產風險值及預期短缺的計算, 風險值貢獻與風險貢獻的計算, 必須考慮資產之間的違約相關性及集中度的大小進行計算。個別資產的風險值及預期短缺的加總, 由於沒有考慮資產之間的違約相關性及集中度, 因此並不會等於整體信用資產組合的風險值及預期短缺。

**風險的貢獻計算方式**

風險的貢獻計算方式, 可以使用鞍點逼近 (saddlepoint approximation) 或者重點抽樣 (importance sampling) 的方法進行計算。Merino and Nyfeler (2004) 提出重點抽樣

的方法, 計算預期短缺的風險貢獻, 並且證明使用重點抽樣的方法比傳統蒙地卡羅計算預期短缺的風險貢獻更有效率, 鍾經樊 (2010) 使用重點抽樣的方法, 對國內37家銀行的資料進行風險貢獻的計算。本文則是參考以上兩篇文章, 對於代表性的公股銀行, 使用重點抽樣的方法, 進行風險貢獻的計算, 並且進一步對於風險貢獻的實證結果進行分析, 發展出風險貢獻的估計式。透過風險貢獻的估計式, 可以比較不同產品的單位風險, 並且可以利用風險貢獻的估計式, 對於未來同類產品的放款, 進行簡單的經濟資本計算。

## 2.8 集中度風險

集中度對於信用風險有很大的影響, 信用風險資產組合的集中度, 可以分成兩種, 第一種是信用風險資產的組合太小或者曝險太過集中於某些特定的公司, 使得損失受到非系統性風險因子的影響, 第二種則是曝險太過於集中在某些產業、地區或國家, 使得損失受到系統性風險因子的影響。這二種集中度都會使得風險無法分散, 信用風險加大, 而產生較嚴重的損失。針對第一種集中度風險, 金融監理機構對於銀行, 通常有限額的規定, 也就是要求銀行對單一借款者的曝險, 有一定的上限, 並且在大曝險的放款核准上, 有一定的要求。對於第二種集中度風險, 銀行則通常會制定一個總限額, 限制對於同一個產業、地區或國家的整體曝險金額, 不能總過一定的上限。

本文探討集中度風險的重點, 主要在於整體曝險資料的結構, 對於信用風險模型估計結果的影響, 並且說明產品分類是否精細及曝險單位採用的不同, 將會影響到曝險資料的結構, 以致增加或者減少了總體曝險的集中度大小, 造成估計出較高或較低的經濟資本。

## 2.9 壓力測試

隨著金融商品多元化、金融服務創新、國際資金流動快速, 銀行面對的風險, 不確定性愈來愈大。因此國際大型金融機構在1990年代初期, 發展出壓力測試 (stress test) 的工具, 進行風險管理。自從亞洲與新興市場發生金融風暴之後, 壓力測試便被用來評估金融體系是否能夠承受在極端的總體情境之下所產生的衝擊。國際清算銀行全球金融體系委員會 (Committee on the Global Financial System), 把壓力測試定義爲爲衡量潛在但可能 (plausible) 發生異常 (exceptional) 損失的工具。並且新巴塞爾協定 (Basel II) 的最低作業要求中, 也規範金融機構必須建立壓力測試程序以評估資本適足性。

系統性的壓力測試, 始於國際貨幣基金 (International Monetary Fund, IMF) 及世界銀行在1999年5月推動的「金融部門評估計畫」(Financial Sector Assessment Program, FSAP), FSAP主要在制訂一套完整的金融穩定分析架構, 協助受評估的國家, 找

National Chengchi University

出金融體系的優點、風險與脆弱性, 並且發展因應的政策, 以讓金融體系能夠健全及穩定。壓力測試, 便是用來評估金融體系脆弱性的分析工具。應用壓力測試, 可以評估在總體經濟環境發生極端的變化之下, 銀行是否能夠承受資產組合所產生的損失。根據 鍾經樊 (2009) 的分析, 壓力測試具有以下特點:

**壓力測試的優缺點**

壓力測試的優點在於, 壓力測試過程和結果都顯而易懂, 一般人皆能瞭解壓力測試的意義。壓力測試可以包含不同的風險, 如市場風險、信用風險、作業風險、流動性風險及傳染性風險.....等, 並且可以考量政策改變、自然災害、市場結構改變。

壓力測試的缺點在於, 壓力測試的目的是要捕捉風險值無法瞭解的極端風險, 但是這些極端風險下的情境, 是缺乏資料的, 因此必須進行假設, 而假設是否合理是一個問題。壓力測試的情境, 很容易受到資料的限制及執行者主觀的判斷, 造成壓力測試無法標準化, 不同的壓力測測試也很難比較分析。然後能夠設計出, 能嚴重威脅銀行的壓力情境, 並不容易, 並且壓力情境很容易被質疑。有些壓力情境, 如天然災害(颱風、地震)、核災、SARS.....等事件, 均無法直接量化, 而必須進一步分析, 才能夠瞭解, 這些事件對於經濟變數的影響。

**壓力測試和風險值的不同**

壓力測試和風險值的差異, 在於壓力測試考量的是異常經濟情況下的風險, 而風險值則是著重於正常經濟情況下的風險。風險值是在給定一信賴水準下, 求得的風險, 具有機率的概念。而壓力測試所計算出來的資本, 則不具有機率的概念, 因此我們只能知道在壓力情境下, 可能發生多大的損失, 但是並沒有辦法說明, 這個損失發生的機率是多少。

**壓力情境的設計**

壓力情境的設計可以分爲, 敏感度測試及情境測試。敏感度測試是使用單一風險因子 (如: 利率、匯率或資產價格), 或者一小組彼此高度相關風險因子劇烈變動的影響。情境測試, 則是用來檢驗多個風險因子劇烈變動的影響, 因而可以考慮這些風險因子之間的相關性及交互作用。情境測試可以以歷史情境, 也就是過去曾發生過的金融市場巨變或者假設情境, 也就是過去未發生, 但是可能發生的情境, 進行情境的設定。

鍾經樊 (2009) 的壓力測試模型, 主要是以Martin Čihák所創製的壓力測試軟體 Stress Tester 2.0爲根基, 設計出我國金融體系的壓力測試模型。鍾經樊 (2010) 的壓力測試模

型, 則是透過條件常態分配的假設, 建立給定條件風險因子的模型, 進行信用風險模型的壓力測試。本文主要是參考 鍾經樊 (2010) 的方式, 建立壓力測試的模型。

要執行壓力測試的最大問題, 在於壓力情境的設計是否合理, 由於每個風險因子之間具有不同的相關性, 所以要同時決定出每個風險因子的逆境值並不容易。本文最大的不同之處, 在於對總體因子使用常態分配及條件常態分配的假設, 考量多個總體因子彼此之間的相關性, 透過條件常態分配的模型決定出逆境值(downturn values), 以進行壓力測試。

## 3 理論模型及研究方法

### 3.1 損失分配

首先來介紹銀行的損失分配, 並且以這個損失分配的概念, 進行之後的模擬。假設某銀行有 $m$ 類放款, 每一類放款有 $\mathrm{N}_{it}$ 筆曝險, 並且同一類的曝險有相同的違約損失率 $\mathrm{LGD}_{it}$ 及不同的曝險額 $\mathrm{EAD}_{iht}$, 違約損失率及曝險額並且假設爲常數, 則可以定義違約損失額 $\mathrm{LAD}_{iht}$(Loss at Default), $\mathrm{LAD}_{iht} = \mathrm{LGD}_{it} \times \mathrm{EAD}_{iht}$, 並且把違約損失寫成以下的方程式:

$$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{h=1}^{N_{it}} d_{iht} \times \mathrm{LAD}_{iht}, \tag{23}$$

式(23)之中, 由於 $\mathrm{LAD}_{iht}$ 被假設爲常數, 只有 $d_{iht}$ 是隨機變數, 因此違約損失 $L$ 是一個由 $d_{iht}$ 組合而成, 間斷型的隨機變量, 其分配被稱爲「違約損失分配」。如果我們假設 $d_{iht}$ 是一個違約機率爲 $p_{it}$ 的柏努利隨機變量, 也就是同一類的放款具有同樣的違約機率則:

$$d_{iht} = \begin{cases} 1 \text{ (違約)} & \text{機率是 } p_{it} \\ 0 \text{ (未違約)} & \text{機率是 } 1 - p_{it} \end{cases},$$

所以每一筆放款的違約機率函數, 可以寫成:

$$f(d_{iht} = \iota_{ih}) = p_{it}^{\iota_{ih}} (1 - p_{it})^{1-\iota_{ih}}, \tag{24}$$

如果每一筆放款的違約狀態都是獨立的, 整體產品的聯合機率密度函數, 可以寫成:

$$P(d_{11t} = \iota_{11}, d_{12t} = \iota_{12}, \ldots, d_{mN_{mt}t} = \iota_{mN_{mt}}) = \prod_{i=1}^{m} \prod_{h=1}^{N_{it}} p_{it}^{\iota_{ih}} (1 - p_{it})^{1-\iota_{ih}}. \tag{25}$$

如果我們認爲每一筆放款的違約狀態不是獨立的, 違約狀態 $d_{iht}$ 彼此是相關的, 可以透過假設 $p_{it}$ 是隨機變數, 形成 $f(p_{1t}, p_{2t}, \ldots, p_{mt})$ 的聯合機率密度函數, 而達到這個目

的, 每一筆放款的條件違約機率函數, 可以寫成:

$$f(d_{iht} = \iota_{ih}|p_{it}) = p_{it}^{\iota_{ih}}(1-p_{it})^{1-\iota_{ih}}, \tag{26}$$

整體放款的無條件聯合機率密度函數, 則可以寫成:

$$\begin{aligned} &P(d_{11t} = \iota_{11}, d_{12t} = \iota_{12}, \ldots, d_{mN_{mt}t} = \iota_{mN_{mt}}) \\ &= \int_0^1 \cdots \int_0^1 \prod_{i=1}^{m}\prod_{h=1}^{N_{it}} p_{it}^{\iota_{ih}}(1-p_{it})^{1-\iota_{ih}} f(p_{1t}, p_{2t} \ldots, p_{mt}) dp_{1t} dp_{2t} \ldots dp_{mt} \\ &= \mathrm{E}\Big[\prod_{i=1}^{m}\prod_{h=1}^{N_{it}} p_{it}^{\iota_{ih}}(1-p_{it})^{1-\iota_{ih}}\Big], \end{aligned} \tag{27}$$

這個無條件聯合機率密度函數, 就是違約損失分配的密度函數, 也就是說:

$$\begin{aligned} P\Big(L = \sum_{i=1}^{m}\sum_{h=1}^{N_{it}} d_{iht} \times \mathrm{LAD}_{iht}) &= P(d_{11t} = \iota_{11}, d_{12t} = \iota_{12}, \ldots, d_{mN_{mt}t} = \iota_{mN_{mt}}) \\ &= \mathrm{E}\Big[\prod_{i=1}^{m}\prod_{h=1}^{N_{it}} p_{it}^{\iota_{ih}}(1-p_{it})^{1-\iota_{ih}}\Big], \end{aligned} \tag{28}$$

令 $u_{iht}$ 爲一均勻分配的隨機變量, 所以我們可以定義違約狀態變量爲指標函數:

$$d_{iht} = 1(u_{iht} < p_{it}), \tag{29}$$

由於 $E(E(d_{iht}|p_{it})) = p_{it}$, 且 $u_{ih}$ 之間各自獨立, 所以式(28)可以改寫成:

$$P_{t-1}\Big(L = \sum_{i=1}^{m}\sum_{h=1}^{N_{it}} d_{iht} \times \mathrm{LAD}_{iht}) = \mathrm{E}_{t-1}\Big[\prod_{i=1}^{m}\prod_{h=1}^{N_{it}} \mathbf{1}(u_{ih} < p_{it})^{\iota_{ih}}(1-\mathbf{1}(u_{ih} < p_{it}))^{1-\iota_{ih}}\Big], \tag{30}$$

式(30)是一個條件獨立違約狀態的聯合函數, 下標的 $t-1$, 代表給定系統風險因子過去訊息的條件公式, 也就是 $P_{t-1}(\cdot) = P(|x_{t-1}, x_{t-2} \ldots)$ 及 $\mathrm{E}_{t-1}(\cdot) = \mathrm{E}(\cdot|x_{t-1}, x_{t-2} \ldots)$, 以式(30)爲基礎, 並以系統風險因子建立違約機率的模型及抽取均勻分配, 透過上式可以模擬任一個違約損失值 $\sum_{i=1}^{m}\sum_{h=1}^{N_{it}} \iota_{ih}\mathrm{LAD}_{iht}$ 的損失機率。

### 3.2 違約迴歸模型

沿用上一節的放款假設, 本節將使用總體系統風險因子, 建立單時點 (Point in Time) 的違約迴歸模型。由於違約狀態 $d_{iht}$ 並不容易觀察到, 但是我們可以得到各類別的平均違約機率:

$$\bar{d}_{it} = \frac{1}{N_{it}}\sum_{h=1}^{N_{it}} d_{iht}, \tag{31}$$

假設給定違約機率 $p_{it}$ 的條件下, 所有違約狀態 $d_{iht}$ 是獨立的, 則由式(31)可以瞭解, 平均違約機率 $\bar{d}_{it}$ 是違約機率 $p_{it}$ 的不偏估計式, 因此我們便可以透過 $\bar{d}_{it}$估計 $p_{it}$, 由於 $\bar{d}_{it}$ 是一個大於0小於1的變數, 因此我們對 $\bar{d}_{it}$ 做 Logit 轉換:

$$q_{it} \equiv \ln \frac{\bar{d}_{it}}{1-\bar{d}_{it}}, \tag{32}$$

由於我們認爲 $p_{it}$ 和總體因子有關係, 因此我們根據 CreditPortfolioView 模型, 建立一個以 $q_{it}$ 爲被解釋變數, 總體因子 $\boldsymbol{x}_t$ 及其落後項爲解釋變數的線性迴歸模型:

$$q_{it} = b_{i\circ} + \boldsymbol{b}'_{i1}\boldsymbol{x}_t + \sum_{J=1}^{j_1} \boldsymbol{b}'_{i2,j}\boldsymbol{x}_{t-j} + \varepsilon_{it}, \tag{33}$$

$\boldsymbol{x}'_t = [x_{1t}\ x_{2t} \ldots x_{kt}]$ 爲總體因子向量, $\boldsymbol{b}'_{i1} = [b_{i11}\ b_{i12} \ldots b_{i1k}]$ 爲其係數向量。$\boldsymbol{x}_{t-j}$ 爲總體因子落後項的向量, $\boldsymbol{b}_{i2,j}$ 爲總體因子落後項的係數。$b_{i\circ}$及$\epsilon_{it}$ 爲常數項及誤差項。由於總共有 m 類放款, 所以可以把式(33), 重新寫成式(34)的形式:

$$\boldsymbol{q_t} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{x_t} + \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{J_1}} \boldsymbol{B_j}\boldsymbol{x_{t-j}} + \boldsymbol{B}_\circ\boldsymbol{x}_\circ + \boldsymbol{\varepsilon_t}, \tag{34}$$

而系統風險因子 $\boldsymbol{x}_t$, 則建立一個 VAR($J_2$) 模型:

$$\boldsymbol{x_t} = \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{J_2}} \boldsymbol{A_j}\boldsymbol{x_{t-j}} + \boldsymbol{A}_\circ\boldsymbol{x}_\circ + \boldsymbol{\eta_t}, \tag{35}$$

式(34)及式(35), 構成了違約迴歸模型, 係數矩陣 $\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{B_j}$、$\boldsymbol{B}_\circ$、$\boldsymbol{A_j}$及$\boldsymbol{A}_\circ$ 裡的數值, 可以具有0的存在, 也就是說, 可以假設部份的放款和放款、總體因子和總體因子或者總體因子和放款之間, 沒有任何關係。

由於模擬的需要, 所以我們必須對上述違約迴歸模型的誤差項做假設, 式(34)由於有 $m$ 類放款, 所以假設爲期望值爲零, 變異數共變數矩陣爲 $\boldsymbol{\Omega}$ 的 m 維常態分配。式(34), 由 k 個總體因子組成, 所以假設爲期望值爲零, 變異數共變數爲 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的 $k$ 維常態分配:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t \ \sim \ \text{i.i.d.}\ \mathcal{N}^{(m)}(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{\Omega}), \tag{36}$$

$$\boldsymbol{\eta}_t \ \sim \ \text{i.i.d.}\ \mathcal{N}^{(k)}(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{\Sigma}), \tag{37}$$

本論文並且假設變異數共變數矩陣 $\Omega$ 爲對角矩陣:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \omega_{22} & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & \omega_{mm} \end{bmatrix}, \tag{38}$$

並且假設 m 個類別放款的誤差各自爲常態分配:

$$\varepsilon_{it} \sim \text{ i.i.d. } \mathcal{N}(0, \omega_{ii}) \quad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{39}$$

最後假設違約機率模型的誤差項 $\boldsymbol{\eta}_t$ 和總體因子模型各期的誤差項 $\boldsymbol{\varepsilon}_{t-j}$ 之間彼此獨立:

$$\text{Cov}(\boldsymbol{\eta}_t, \boldsymbol{\varepsilon}_{t-j}) = \mathbf{0} \quad i = 0, 1, 2, \ldots \tag{40}$$

式(40)代表違約機率模型的隨機衝擊和總體因子模型的隨機衝擊無關, 違約機率模型的隨機衝擊, 完全來自於非系統性風險。式(38)和式(40)的假設目的, 在於認定不同類別放款的違約相關性, 是完全受到總體因子的影響, 彼此之間, 並不直接互相影響。

### 3.3 違約迴歸模型的分配

給定式(37)的常態分配假設, 我們可以計算式(35)的條件期望值及條件變異數共變異數矩陣:

$$\bar{\boldsymbol{x}}_t \equiv E(\boldsymbol{x}_t | \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t-2}, \ldots) = \text{E}_{t-1}(\boldsymbol{x}_t) = \sum_{j=1}^{J_2} \boldsymbol{A}_j \boldsymbol{x}_{t-j} + \boldsymbol{A}_\circ \boldsymbol{x}_\circ, \tag{41}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} \equiv \text{Var}_{t-1}(\boldsymbol{x}_t) = \text{Var}(\boldsymbol{\eta}_t), \tag{42}$$

因此, 我們可以得到總體因子的條件常態分配:

$$\boldsymbol{x}_t | \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t-2}, \ldots \sim \text{ i.i.d. } \mathcal{N}^{(k)}(\bar{\boldsymbol{x}}_t, \boldsymbol{\Sigma}), \tag{43}$$

由式(41)及式(42)的結果, 在給定式(36)的常態分配假設下, 可以計算出式(34)的條件期望值及條件變異數矩陣:

$$\boldsymbol{\mu}_t \equiv E(\boldsymbol{q}_t | \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t-2}, \ldots) = \text{E}_{t-1}(\boldsymbol{q}_t) = \boldsymbol{B}\bar{\boldsymbol{x}}_t + \sum_{j=1}^{J_1} \boldsymbol{B}_j \boldsymbol{x}_{t-j} + \boldsymbol{B}_\circ \boldsymbol{x}_\circ, \tag{44}$$

$$\boldsymbol{V} \equiv \text{Var}_{t-1}(\boldsymbol{q}_t) = \boldsymbol{B}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{B}' + \boldsymbol{\Omega}, \tag{45}$$

所以可以得到組合違約率的條件分配, 我們假設:

$$\boldsymbol{q}_t | \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t-2}, \ldots \sim \text{ i.i.d. } \mathcal{N}^{(m)}(\boldsymbol{\mu}_t, \boldsymbol{V}). \tag{46}$$

### 3.4 給定部份因子的違約迴歸模型及其分配

爲了進行壓力測試, 必須建立新的模型, 本文稱這個模型爲給定部份因子的違約迴歸模型。也就是事先給定一部份總體因子的數值, 然後透過條件常態分配的假設, 求得未給

定部份總體因子的可能數值。並且進一步代入違約機率模型, 計算可能的違約機率, 模擬壓力測試下的損失分配。事先給定總體因子的數值, 在壓力測試之中, 被稱爲逆境值, 對單一總體因子或多個總體因子, 給定逆境值, 建立壓力情境, 便是此處條件常態分配扮演的角色。

假設總體因子, 可以分成兩部份, 一部份是 $\boldsymbol{x}_{1t}$, 另一部份是 $\boldsymbol{x}_{2t}$, 則 $\boldsymbol{x}_t$ 可以寫成下面的形式:

$$\boldsymbol{x}_t = \begin{bmatrix} \underset{k_1\times 1}{\boldsymbol{x}_{1t}} \\ \underset{k_2\times 1}{\boldsymbol{x}_{2t}} \end{bmatrix}, \tag{47}$$

然後我們可以把34及35重新寫成式(48)及式(49):

$$\boldsymbol{q_t} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B_{(1)}} & \boldsymbol{B_{(2)}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x_{(1t)}} \\ \boldsymbol{x_{(2t)}} \end{bmatrix} + \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{J_1}} \boldsymbol{B_j} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x_{1t-j}} \\ \boldsymbol{x_{2t-j}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{B_\circ} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x_{1\circ}} \\ \boldsymbol{x_{2\circ}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon_t}, \tag{48}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x_{1t}} \\ \boldsymbol{x_{2t}} \end{bmatrix} = \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{J_2}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{A_{1j}} \\ \boldsymbol{A_{2j}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x_{1t-j}} \\ \boldsymbol{x_{2t-j}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{A_{1\circ}} \\ \boldsymbol{A_{2\circ}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x_{1\circ}} \\ \boldsymbol{x_{2\circ}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta_{1t}} \\ \boldsymbol{\eta_{2t}} \end{bmatrix}, \tag{49}$$

式(49)的變異數共變異數矩陣 $\boldsymbol{\Sigma}$ 可以重新寫成:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma_{11}} & \boldsymbol{\Sigma_{12}} \\ \boldsymbol{\Sigma_{21}} & \boldsymbol{\Sigma_{22}} \end{bmatrix}, \tag{50}$$

在給定 $\boldsymbol{x}_{2t}$ 以及 $\boldsymbol{x}_{t-1}$,$\boldsymbol{x}_{t-2}\ldots$之後, 可以寫出 $\boldsymbol{x}_{1t}$ 的條件期望值 $\bar{\boldsymbol{x}}^*_{1t}$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\bar{x}^*_{1t}} &= \mathrm{E}_{\boldsymbol{t-1}}(\boldsymbol{x_{1t}}|\boldsymbol{x_{2t}}) \\ &= \boldsymbol{\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}x_{2t}} + \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{J_2}}(\boldsymbol{A_{1j}} - \boldsymbol{\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}A_{2j}})\boldsymbol{x_{t-j}} + (\boldsymbol{A_{1\circ}} - \boldsymbol{\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}A_{2\circ}})\boldsymbol{x_\circ}, \end{aligned} \tag{51}$$

$\boldsymbol{x}_{1t}$ 的條件變異數共變異數矩陣則爲:

$$\boldsymbol{\Sigma^*_{11}} = \mathrm{Var}_{\boldsymbol{t-1}}(\boldsymbol{x_{1t}}|\boldsymbol{x_{2t}}) = \boldsymbol{\Sigma_{11}} - \boldsymbol{\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}}, \tag{52}$$

所以 $\boldsymbol{x}_{1t}$ 的條件分配爲:

$$\boldsymbol{x_{1t}}|\boldsymbol{x_{2t}}, \boldsymbol{x_{t-1}}, \boldsymbol{x_{t-2}}, \ldots \ \sim \ \text{i.i.d.}\ \boldsymbol{\mathcal{N}^{(k_1)}}(\boldsymbol{\bar{x}^*_{1t}},\ \boldsymbol{\Sigma^*_{11}}). \tag{53}$$

在給定 $\boldsymbol{x}_{2t}$ 以及 $\boldsymbol{x}_{t-1}$, $\boldsymbol{x}_{t-2}\ldots$之後, 可以寫出 $\boldsymbol{q}_t$ 的條件期望值 $\boldsymbol{\mu}^*_t$ :

$$\boldsymbol{\mu^*_t} \equiv \mathrm{E}_{\boldsymbol{t-1}}(\boldsymbol{q_t}|\boldsymbol{x_{2t}}) = \boldsymbol{B_{(1)}\bar{x}^*_{1t}} + \boldsymbol{B_{(2)}x_{2t}} + \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{J_1}} \boldsymbol{B_j x_{t-j}} + \boldsymbol{B_\circ x_\circ}, \tag{54}$$

$\boldsymbol{q}_t$ 的條件變異數共變異數矩陣爲:

$$\boldsymbol{V}^* \equiv \mathrm{Var}_{t-1}(\boldsymbol{q}_t|\boldsymbol{x}_{2t}) = \boldsymbol{B}_{(1)}\boldsymbol{\Sigma}_{11}^*\boldsymbol{B}_{(1)}' + \boldsymbol{\Omega}, \tag{55}$$

所以 $\boldsymbol{q}_t$ 的條件分配爲:

$$\boldsymbol{q}_t|\boldsymbol{x}_{2t}, \boldsymbol{x}_{t-1}, \boldsymbol{x}_{t-2}, \ldots \sim \text{ i.i.d. } \mathcal{N}^{(m)}(\boldsymbol{\mu}_t^*, \boldsymbol{V}^*). \tag{56}$$

### 3.5 損失分配的模擬

建立好違約迴歸模型, 估計出 $\boldsymbol{B}$ 、$\boldsymbol{B_j}$ 、$\boldsymbol{B}_\circ$ 、$\boldsymbol{\Omega}$ 、$\boldsymbol{A_j}$ 、$\boldsymbol{A}_\circ$ 及 $\boldsymbol{\Sigma}$ 並且對 $\boldsymbol{\Omega}$ 及 $\boldsymbol{\Sigma}$ 進行 Cholesky 分解並且得到 $C_x$ 及 $C_q$ 之後, 便可以進行模擬的步驟:

第一步: 透過標準化常態分配, 抽取 k 個標準化常態變數$w_i^{(s)}$, 形成 $\boldsymbol{w}^{(s)}$ 向量。

第二步: 模擬未來一期的總體因子變量

$$\boldsymbol{x}_{T+1}^{(s)} = \sum_{j=0}^{J_2} \boldsymbol{A}_j \boldsymbol{x}_{T-j} + \boldsymbol{A}_\circ \boldsymbol{x}_\circ + \boldsymbol{C}_x \boldsymbol{w}^{(s)}. \tag{57}$$

第三步: 透過標準化常態分配, 抽取$m$個標準化常態變數$v_i^{(s)}$, 形成 $\boldsymbol{v}^{(s)}$ 向量。

第四步: 使用模擬的 $\boldsymbol{x}_{T+1}^{(s)}$ 及 $\boldsymbol{v}^{(s)}$ 模擬未來一期的 $\boldsymbol{q}_{T+1}^{(s)}$

$$\boldsymbol{q}_{T+1}^{(s)} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{x}_{T+1}^{(s)} + \sum_{j=0}^{J_1} \boldsymbol{B}_j \boldsymbol{x}_{T-j} + \boldsymbol{B}_\circ \boldsymbol{x}_\circ + \boldsymbol{C}_q \boldsymbol{v}^{(s)}. \tag{58}$$

第五步: 重覆第一步到第四步, 利用模擬的 $\boldsymbol{x}_{T+1}^{(s)}$、$\boldsymbol{x}_{T+2}^{(s)}$、$\boldsymbol{x}_{T+3}^{(s)}$及$\boldsymbol{x}_{T+4}^{(s)}$, 模擬未來四期的 $\boldsymbol{q}_{T+1}^{(s)}$、$\boldsymbol{q}_{T+2}^{(s)}$、$\boldsymbol{q}_{T+3}^{(s)}$、$\boldsymbol{q}_{T+4}^{(s)}$ 。

第六步: 利用下面的公式, 把$\boldsymbol{q}_{T+1}^{(s)}$、$\boldsymbol{q}_{T+2}^{(s)}$、$\boldsymbol{q}_{T+3}^{(s)}$、$\boldsymbol{q}_{T+4}^{(s)}$還原回違約機率。

$$p_{iT+n}^{(s)} = \frac{e^{q_{iT+n}^{(s)}}}{1 + e^{q_{iT+n}^{(s)}}} \quad n = 1 \ldots 4, i = 1 \ldots m. \tag{59}$$

第七步: 由於是季違約機率, 所以必須轉換成年違約機率, 計算未來一年可能的損失, 年違約機率就是假設1減掉未來四季都不違約的機率:

$$p_{i,T_\circ}^{(s)} = 1 - (1 - p_{iT+1}^{(s)})(1 - p_{iT+2}^{(s)})(1 - p_{iT+3}^{(s)})(1 - p_{iT+4}^{(s)}). \tag{60}$$

第八步：爲每個類別的曝險抽取 $N_{iT_\circ}$ 個獨立的標準均勻分配 $u^{(s)}_{ihT_\circ}$, 並且利用下式, 決定每個曝險的違約狀態:

$$d^{(s)}_{ihT_\circ} = \mathbf{1}(u^{(s)}_{ihT_\circ} < p_{i,T_\circ}) \quad i = 1 \ldots m, h = 1 \ldots N_{iT_\circ}. \tag{61}$$

第九步：計算未來一年可能產生的損失

$$L^{(s)}_{T_\circ} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{h=1}^{N_{it}} d^{(s)}_{ihT_\circ} \times \mathrm{LAD}_{ihT_\circ}. \tag{62}$$

第一步到第九步當中, 每個變數的上標$(s)$代表模擬的次數, 只要重覆模擬 S 回, 並且以模擬得到的$L^{(s)}_T$, 畫成的直方圖, 就是損失分配。並且可以求得預期損失、風險值及預期短缺。

### 3.6 壓力測試的損失分配模擬

壓力測試的模擬, 主要是針對一些系統風險因子, 設定特定的「逆境值」, 本論文設定「逆境值」(downturn value) 的方法, 在實證結果的時候將會介紹. 本小節將會注重在如何利用給定部份總體風險因子的模型, 進行損失分配的模擬。

壓力測試的損失分配模擬和3.5節的損失分配模擬, 最大的差異在於總體因子的估計及模擬。首先必須先給定逆境值 $\bar{\boldsymbol{x}}_{2,T+1}$、$\bar{\boldsymbol{x}}_{2,T+2}$、$\bar{\boldsymbol{x}}_{2,T+3}$、$\bar{\boldsymbol{x}}_{2,T+4}$。並且對式(52)的 $\boldsymbol{\Sigma^*_{11}}$ 進行 Cholesky 分解, 得到 $\boldsymbol{C}^*_x$ , 並且進行以下的模擬:

第一步：透過標準化常態分配, 抽取 k 個標準化常態變數 $u^{(s)}_i$, 形成 $\boldsymbol{u}^{(s)}$ 向量。

第二步：模擬未來一期的總體因子變量

$$\boldsymbol{x^{(s)}_{1,T+1}} = \boldsymbol{\Sigma_{12}\Sigma^{-1}_{22}\bar{x}_{2,T+1}} + \sum_{\boldsymbol{j=0}}^{\boldsymbol{J_2}} (\boldsymbol{A_{1j}} - \boldsymbol{\Sigma_{12}\Sigma^{-1}_{22}A_{2j}})\boldsymbol{x_{T-j}} \tag{63}$$

$$+ (\boldsymbol{A_{1\circ}} - \boldsymbol{\Sigma_{12}\Sigma^{-1}_{22}A_{2\circ}})\boldsymbol{x_\circ} + \boldsymbol{C^*u^{(s)}_i}. \tag{64}$$

第三步：重覆第一步及第二步, 模擬出未來四期的 $\boldsymbol{x}^{(s)}_{1,T+1}$、$\boldsymbol{x}^{(s)}_{1,T+2}$、$\boldsymbol{x}^{(s)}_{1,T+3}$及$\boldsymbol{x}^{(s)}_{1,T+4}$。

模擬出未來四期的總體因子之後, 剩下的模擬步驟便和上一節損失分配的模擬方式一樣, 就可以模擬出損失分配。

國立政治大學 National Chengchi University

### 3.7 風險貢獻的理論

爲了分析模型的方便, 所以之前使用的 $iht$ 下標, 我們一律改成 $i$ 下標。由損失分配的模擬方法, 在給定信賴水準 $\alpha$ 之下, 我們可以求得整體信用資產組合的預期損失$EL$、風險值$VaR_\alpha$及預期短缺$ES_\alpha$, 本論文將只對預期短缺的風險貢獻理論, 進行介紹。根據定義, 整體的預期短缺是個別曝險的風險貢獻加總:

$$\mathrm{ES}_\alpha = \sum_{i=1}^{m} \Delta_i \mathrm{ES}_\alpha, \tag{65}$$

而個別曝險的風險貢獻定義如下

$$\Delta_i \mathrm{ES}_\alpha = \mathrm{E}(L_i | L \geq \mathrm{VaR}_\alpha), \tag{66}$$

由於

$$L_i = d_i \times \mathrm{LGD}_i \times \mathrm{EAD}_i, \tag{67}$$

我們把式(67)代入式(66), 並且假設 $\mathrm{VaR}_\alpha = \xi$, $\mathrm{LGD}_i \times \mathrm{EAD}_i = \zeta_i$, $\mathrm{E}(d_i = 1) = p_i$, 經過推導, 則可以得到下式:

$$\Delta_i \mathrm{ES}_\alpha = \mathrm{E}(L_i | L \geq \xi) = \zeta_i \cdot \frac{P(L_{(i)} \geq \xi - \zeta_i) \cdot p_i}{P(L \geq \xi)}, \tag{68}$$

其中的 $L_{(i)}$ 則是不包含第 i 筆信用曝險的損失:

$$L_{(i)} = \sum_{j \neq i} d_j \cdot \zeta_j. \tag{69}$$

如果違約機率 $p_i$ 是隨機的, 則風險貢獻可寫成

$$\Delta_i \mathrm{ES}_\alpha = \zeta_i \cdot \frac{\mathrm{E}[P(L_{(i)} \geq \xi - \zeta_i) \cdot p_i]}{\mathrm{E}[P(L \geq \xi)]}. \tag{70}$$

式(68)及式(70)顯示, 計算預期短缺的風險貢獻, 就是計算尾端機率 $P(L_{(i)} \geq \xi - \zeta_i)$ 與 $P(L \geq \xi)$ 的問題。由於尾端機率不容易計算, 所以Merino and Nyfeler (2004) 提出重點抽樣(Importance Sampling) 的模擬技巧, 基本的概念是將模擬的重點由損失分配的期望值, 移轉到損失分配的尾端。也就是利用「偏移密度函數」(tilted density) $f_{(t)}(L)$ 替代損失分配原來的密度函數 $f_L(L)$ 以計算尾端機率:

$$P(L \geq \xi) = \int_0^\infty 1(L \geq \xi) f(L) dL = \int_0^\infty \left[1(L \geq \xi) \frac{f(L)}{f_{(t)}(L)}\right] f_{(t)}(L) dL. \tag{71}$$

. 在違約機率$p_t$給定的假設下, 損失分配原來的密度函數爲:

$$f_L(L) = \prod_{i=1}^{m} p_i^{d_i}(1-p_i)^{1-d_i}, \tag{72}$$

我們假設損失的動差生成函數是違約狀態的動差函數的乘積:

$$\begin{aligned} M_L(t) = \mathrm{E}(e^{tL}) &= \int_0^\infty e^{(tL)} \cdot f_L(L)dL \\ &= \prod_{i=1}^{m}\left[\sum_{d_i=0}^{1} e^{td_i\zeta_i} p_i^{d_i}(1-p_i)^{(1-d_i)}\right] \\ &= \prod_{i=1}^{m}(1-p_i+p_i\cdot e^{\zeta_i t}), \end{aligned} \tag{73}$$

則偏移密度函數爲:

$$f_{(t)}(L) = \frac{e^{tL}\cdot f_L(L)}{M_L(t)} = \prod_{i=1}^{m} p_i(t)^{d_i}[1-p_i(t)]^{1-d_i}. \tag{74}$$

和原本的密度函數相比, 各筆信用曝險的違約機率, 由 $p_i$ 增加爲 $p_i(t)$, $t$ 被稱爲「違約機率加碼係數」, 是一個可顯示違約機率增加程度的指標, 而 $p_i(t)$ 是 t 的遞增函數:

$$p_i(t) \equiv \frac{p_i\cdot e^{t\cdot\zeta_i}}{1-p_i+p_i\cdot e^{t\cdot\zeta_i}} \qquad 0 \le t \le \infty, \tag{75}$$

若假設 $d_i(t)$ 是一個以 $p_i(t)$ 爲違約機率, 以 $\zeta_i$ 爲違約損失額的違約狀態, 對應的損失爲:

$$L(t) = \sum_{i=1}^{m} d_i(t)\cdot\zeta_i, \tag{76}$$

所以偏移密度函數 $f_{(t)}(L)$就是 $L(t)$ 的密度函數, 對應的預期損失是:

$$\mathrm{E}[L(t)] = \sum_{i=1}^{m} p_i(t)\cdot\zeta_i. \tag{77}$$

原密度函數和偏移密度函數之間的比率爲:

$$\frac{f(L)}{f_{(t)}(L)} = M(t)\cdot e^{-tL} = \prod_{i=1}^{m}\frac{1-p_i+p_i\cdot e^{t\cdot\zeta_i}}{e^{t\cdot d_i\cdot\zeta_i}}, \tag{78}$$

我們把式(76)代入尾端機率71, 則尾端機率可以改寫爲:

$$\begin{aligned} P(L>\xi) &\equiv \mathrm{E}_{(t)}\Big[\mathbf{1}(L\ge\xi)\frac{f(L)}{f_{(t)}(L)}\Big] \\ &\equiv \mathrm{E}_{(t)}\big[\mathbf{1}(L\ge\xi)\cdot M(t)\cdot e^{-tL}\big] \\ &\equiv \mathrm{E}_{(t)}\big[\mathbf{1}(L\ge\xi)\cdot\prod_{t=1}^{m}\frac{1-p_i+p_i\cdot e^{t\cdot\zeta_i}}{e^{t\cdot d_i\cdot\zeta_i}}\big], \end{aligned} \tag{79}$$

期望值 $E_{(t)}$ 便是建立在新損失 $L(t)$ 及對於應偏移密度函數上的積分, 重點抽樣的根據. 便是以式(79), 還有選取一個最適的 $t^*$ 值進行模擬, $t^*$ 設定的方法, 依 Merino and Nyfeler (2004) 的設定爲:

$$t^* := \arg\min_{t\geq 0} \; M(t)e^{-t\xi}. \tag{80}$$

### 3.8 風險貢獻的模擬

爲了進行風險貢獻的模擬, 我們把式(70)、式(76)及式(79), 重新改寫成下面各式:

$$\Delta_i \mathrm{ES}_\alpha = \zeta_i \cdot \frac{\dfrac{1}{S}\displaystyle\sum_{s=1}^{S} P(L_{(i)}^{(s)} \geq \xi - \zeta_i)\cdot p_i^{(s)}}{\dfrac{1}{S}\displaystyle\sum_{s=1}^{S} P(L^{(s)} \geq \xi)} \qquad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{81}$$

$$L^{(z)}(t) = \sum_{i=1}^{m} d_i^{(z)}(t)\cdot\zeta_i. \tag{82}$$

$$P(L^{(s)} \geq \xi) = \frac{1}{Z}\sum_{z=1}^{Z} \mathbf{1}[L^{(z)}(t) \geq \xi]\cdot\prod_{i=1}^{m}\frac{1-p_i+p_i\cdot^{t\cdot\zeta_i}}{e^{t\cdot d_i^{(z)}(t)\cdot\zeta_i}}. \tag{83}$$

$$L_{(i)}^{(z)}(t_{(i)}) = \sum_{j\neq i} d_j^{(z)}(t_{(i)})\cdot\zeta_j. \tag{84}$$

$$P(L_{(i)}^{(s)} \geq \xi - \zeta_i) = \frac{1}{Z}\sum_{z=1}^{Z} \mathbf{1}[L_{(i)}^{(z)}(t_{(i)}) \geq \xi]\cdot\prod_{j\neq i}\frac{1-p_j+p_j\cdot^{t_i\cdot\zeta_j}}{e^{t\cdot d_j^{(z)}(t_i)\cdot\zeta_j}}. \tag{85}$$

透過上式, 我們可以進行以下模擬的步驟:

第一步: 根據3.5節損失分配的模擬, 進行第一步到第六步違約機率模擬, 模擬出 $p_1^{(s)}$, $p_2^{(s)}$,..., $p_m^{(s)}$.

第二步: 根據式(80)計算出最適的 $t^*$。

第三步: 根據第一步及第二步的結果, 計算出相對應的 $p_1(t^*)$, $p_2(t^*)$, ..., $p_m(t^*)$, 並從標準均勻分配中抽出 $u_1^{(z)}$, $u_2^{(z)}$ ,..., $u_m^{(z)}$ 的變量, 並且根據下式, 產生相對應的違約狀態 $d_1^{(z)}(t^*)$, $d_2^{(z)}(t^*)$, ..., $d_m^{(z)}(t^*)$

$$d_i^{(z)} \equiv \mathbf{1}[u_i^{(z)} < p_i(t^*)], \quad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{86}$$

第四步: 根據式(82), 計算出相對應的損失 $L^{(z)}(t^*)$ 。

第五步：重覆第三步到第四步 $Z$ 次, 並且把計算出來的 $L^{(z)}(t^*)$ 代入式(83), 計算出相對應 $P(L^{(s)} \geq \xi)$ , $i = 1, 2, \ldots, m$.

第六步：仿照第二步到第五步的方法, 利用80、84及85各式, 計算出 $P(L^{(s)}_{(i)} \geq \xi - \zeta_i)$。

第七步：重覆第一步到第六步, 計算出 $S$ 個 $P(L^{(s)} \geq \xi)$ 及 $P(L^{(s)}_{(i)} \geq \xi - \zeta_i)$ 代入式(83)就可以計算出每筆放款的風險貢獻。

# 4 實證與模擬結果

## 4.1 資料來源及說明

本論文使用的銀行違約資料來自於中央銀行, 總共有十家公股銀行的放款違約資料。每家銀行的資料, 大致可以分爲九種, 其中四種爲消費金融的房貸、信用卡、有擔及無擔放款, 剩下五種爲企業金融的營建業、電子業、製造業、批發零售業及服務業放款, 本論文稱這些放款爲產品。由於每一家銀行企金的違約筆數並不多, 造成模型的配適度並不好, 因此本論文把這十家公股銀行的違約資料, 以產品類別進行合併, 並且以合併後的資料進行分析。也就是說假設公股銀行整體是一家大銀行, 然後具有九種放款產品。

公股銀行的放款資料包含違約率及曝險額, 但是並不包含違約損失率資料。曝險額只有2010年第二季的資料, 違約資料的時間頻率爲季資料, 消金產品和企金產品違約資料的時間長度並不相同, 詳細的內容如表1。

| 產品 | 資料起點 | 資料終點 | 資料筆數 |
|---|---|---|---|
| 房貸 | 1996Q1 | 2010Q2 | 58 |
| 信用卡 | 2001Q1 | 2010Q2 | 38 |
| 有擔 | 2001Q2 | 2010Q2 | 37 |
| 無擔 | 1996Q1 | 2010Q2 | 58 |
| 營建業 | 2002Q3 | 2010Q2 | 32 |
| 電子業 | 2002Q3 | 2010Q2 | 32 |
| 製造業 | 2002Q3 | 2010Q2 | 32 |
| 批發零售業 | 2002Q3 | 2010Q2 | 32 |
| 服務業 | 2002Q3 | 2010Q2 | 32 |

表 1: 違約資料時長間度

違約損失率的設定, 本論文則使用鍾經樊 (2010)的方法, 把違約損失率假設爲一常數, 設定的依據乃是以新巴塞爾協定內部評等法的規定。違約損失率的設定如表2。

由於曝險額的資料只有2010年第二季的資料, 所以我們在模擬公股銀行未來一年的損失分配時, 必須假設未來一年的曝險額和2003年第三季的曝險額是相同的, 並且假設

| 產業 | 違約損失率 |
|---|---|
| 房貸 | 0.25 |
| 信用卡 | 0.85 |
| 有擔 | 0.45 |
| 無擔 | 0.85 |
| 營建業 | 0.45 |
| 電子業 | 0.45 |
| 製造業 | 0.45 |
| 批發零售業 | 0.45 |
| 服務業 | 0.45 |

表 2: 違約損失率

曝險額是一個固定常數, 從央行取得的公股銀行曝險資料, 是原始資料二十筆爲一組, 總共有485,285筆, 但是由於資料筆數還是太多, 進行分析並不同易, 因此本論文再把曝險資料從小排到大, 每十筆爲一組, 進行合併, 最後的資料筆數爲48,533筆, 對於公股銀行九種產品曝險額的統計如表3。

| 產業 | 資料筆數 | 原始曝險筆數 | 曝險總額 | 平均曝險額 |
|---|---|---|---|---|
| 房貸 | 8,809 | 880,860 | 3,229,572,623 | 3,666 |
| 信用卡 | 3,598 | 359,760 | 14,783,959 | 41 |
| 有擔 | 5,249 | 524,810 | 478,338,386 | 911 |
| 無擔 | 8,661 | 866,050 | 294,552,225 | 340 |
| 營建業 | 1,761 | 176,060 | 600,597,114 | 3,411 |
| 電子業 | 1,480 | 147,930 | 810,314,816 | 5,478 |
| 製造業 | 9,261 | 926,100 | 1,559,224,533 | 1,684 |
| 批發零售業 | 8,505 | 850,470 | 622,767,592 | 732 |
| 服務業 | 1,209 | 120,810 | 836,560,489 | 6,925 |

單位: 千元

表 3: 曝險額基本統計

表3的資料筆數是本論文用來模擬的筆數, 原始曝險筆數, 則是把資料還原爲實際的放款筆數, 以用來計算實際的平均曝險額。由表3可以觀察到, 曝險筆數最多的前幾類是製造業、房貸、無擔及批發零售業。曝險總額最多的前幾類是房貸、製造業、服務業及電子業。平均曝險額最高的幾類則是服務業、電子業、房貸及營建業。由實際的資料, 可以知道除了房貸之外, 消金其它產品的特色在於曝險筆數多, 而單筆曝險金額小。房貸則是曝險筆數多, 單筆曝險金額大。企金除了製造業和批發零售業外, 其它產品的特色, 在於曝險筆數少, 單筆曝險金額大。如果由集中度來看, 消金除了房貸之外, 集中度都小於

企金, 而曝險集中度的大小, 將會影響到之後損失分配模擬的結果, 違約機率相差不多, 曝險額集中度愈高的產品, 可能會有較高的經濟資本。

### 4.2 違約率基本統計分析

| 產品 | 平均違約率 | 違約率標準差 | 最小違約率 | 最大違約率 |
|---|---|---|---|---|
| 房貸 | 0.0302 | 0.0151 | 0.0089 | 0.0638 |
| 信用卡 | 0.0188 | 0.0146 | 0.0015 | 0.0434 |
| 有擔 | 0.0123 | 0.0079 | 0.0008 | 0.0287 |
| 無擔 | 0.0379 | 0.0228 | 0.0138 | 0.1008 |
| 營建業 | 0.0019 | 0.0016 | 0.0002 | 0.0073 |
| 電子業 | 0.0019 | 0.0013 | 0.0001 | 0.0049 |
| 製造業 | 0.0016 | 0.0009 | 0.0004 | 0.0036 |
| 批發零售業 | 0.0012 | 0.0007 | 0.0004 | 0.0036 |
| 服務業 | 0.0014 | 0.0015 | 0.0002 | 0.0067 |

表 4: 違約率基本統計

歷史違約率的基本統計分析, 可以瞭解銀行各個產品違約率概況並且和之後的模擬做比較, 但是需要注意的是, 房貸和無擔違約資料的時間長度較長, 違約資訊較其它產品豐富。由表4可以觀察到消金產品的歷史平均違約率, 比企金產品的歷史平均違約率還要高。如果對消金產品的平均違約率做排序, 由小到大分別爲無擔、房貸、有擔、信用卡; 對企金產品的平均違約率做排序, 由小到大, 分別爲批發零售業、服務業、製造業、電子業及營建業。由最小違約率及最大違約率, 可以觀察到企金產品的違約率比消金產品的違約率低, 都在千分之幾到萬分之幾間變動。而消金產品的違約率比較高, 則在千分之幾到百分之幾間變動。

由於我們認爲景氣和違約率有很大的關係, 如果透過違約率和景氣指標的時間序列圖, 可以觀察到更多的現像。我們先來分析台灣的經濟成長率, 圖2是過去二十年來台灣每季的經濟成長率, 從1990年到2000年, 這二十世紀最後的十年, 台灣即使面對1996年的台海危機,1997年的亞洲金融風暴, 經濟仍然是屹立不搖的正成長。但是在進入二十一世紀後的十年, 台灣總共發生三次戰後50年來最嚴重的衰退, 經濟成長率呈現負成長, 我們以陰影標誌在圖2上。第一次的衰退發生在2001年第一季到2002年第一季, 是受到全球景氣放緩、美國市場需求衰退、九一一事件、台灣政治及兩岸關係不穩定的影響。第二次的衰退發生在2003年第二季, 則是受到 SARS 事件的影響。第三次的衰退發生在2008年第三季到2009年第三季, 主要受到美國發生次貸風暴的影響。

第一次的衰退還有第三次的衰退, 時間長達一年多, 對於台灣的影響很大、表5是在這兩個時期各總體指標的最壞數值。觀察這些指標, 利率水準在第一次經濟衰退時爲4.75%

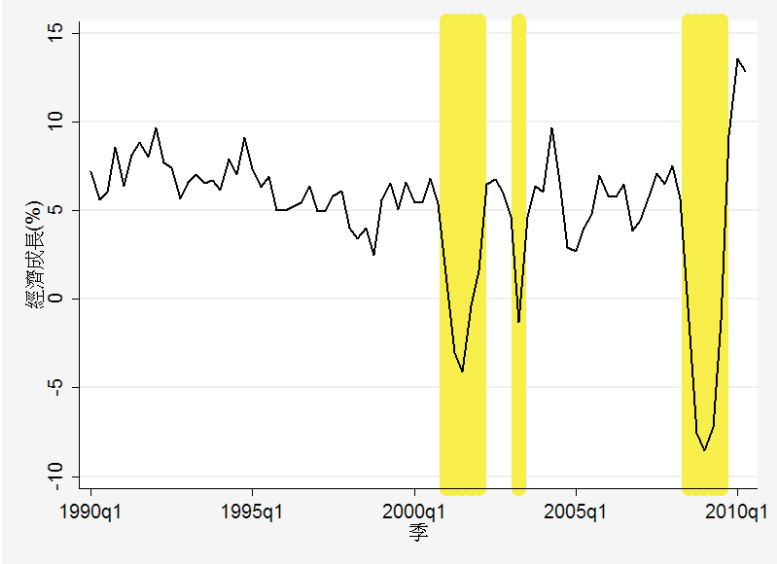



圖 2: 經濟成長率

、第三次經濟衰退時爲1.25%, 兩次衰退利率水準並不相同。房地產同時指標綜合指數, 在第一次經濟衰退時爲-12.87%、第三次經濟衰退時爲-2.05%, 這說明第三次經濟衰退, 對於房地產影響較小。兩次經濟衰退的經濟指標數值, 除了利率水準和房地產相關的指標外, 第三次經濟衰退都比第一次經濟衰退的經濟指標數值差。

觀察完景氣的變化之後, 我們現在分析公股銀行九種產品違約率的時間序列圖, 並且說明和經濟景氣的關係。由於版面的關係, 所以把九種產品違約率的時間序列圖放在附錄之中, 請參照附錄 A 圖5, 陰影的部份是代表景氣嚴重衰退。這九種產品當中, 消金的時間長度比較長, 所以包含了在2001年第一次經濟嚴重衰退時的違約資料, 企金產品資料的時間長度比較短, 從2002年第三季以後才有資料, 以下分別對消金產品及企金產品進行趨勢分析。

**消金違約率**

房貸的違約率從1996年第一季開始便逐漸的上升, 在第一次衰退時創了新高, 違約率爲6.379%, 便開始下降。而在第二次衰退, 也就是 SARS 發生的時候, 房貸違約率才又微幅的上升, 但是2003年第四季之後違約率便開始逐季快速的下滑,2005年第三季之後, 違約率下滑的幅度趨緩, 當第三次衰退發生時, 房貸的違約率並沒有大幅的上升, 反而只是停止下降, 在2009年第三季景氣開始回升之後, 房貸的違約率才又開始下降, 在2009年第二季的違約率爲1.47%。

信用卡的違約資料從2001年第一季開始,2001年第三季的信用卡違約率高達4.33%,

| 名稱 | 資料處理 | 第一次衰退 | 第三次衰退 |
|---|---|---|---|
| 經濟成長率 | | -4.1100 | -8.5600 |
| 失業率 | | 5.2767 | 6.0800 |
| 實質國民消費 | 年增率 | 0.0029 | -0.0312 |
| 工業生產總指數 IPI | 年增率 | -0.1263 | -0.3150 |
| 核心 CPI(不含蔬果魚介能源) | 年增率 | -0.0056 | -0.0090 |
| 新台幣實質有效匯率指數-工商時報 | 年增率 | -0.0629 | -0.0743 |
| 重貼現率 | | 4.7500 | 1.2500 |
| 國泰全國可能成交房價指數 | 年增率 | -0.0596 | -0.0151 |
| 房地產同時指標綜合指數 | 年增率 | -0.1287 | -0.0205 |
| 發行量加權股價指數 | 年增率 | -0.2237 | -0.4806 |
| 毛退票金額比率 | | 0.8633 | 0.7733 |
| 信用卡當季簽帳金額 | 年增率 | 0.0163 | -0.1229 |
| 信用卡當季預借現金金額 | 年增率 | 0.1162 | -0.6666 |
| 當期應還本付息總額/當期可支配所得總額比率 | | 0.4891 | 0.5040 |

表 5: 總體因子

之後便逐季的下降, 在2002年第四季到2005年第四季, 可能因爲雙卡風暴, 信用卡的違約率皆維持在2%到3%之間。2005年第四季之後信用卡的違約率便像坐溜滑梯一般下滑到0.5%, 雖然在2006年底違約率有回升到1%, 但是 2007年第二季之後, 即使碰到了第三次衰退, 信用卡的違約率, 仍然維持在0.4%以下, 完全不受第三次衰退的影響。

有擔的違約資料從2001年第二季開始, 但是和其它消金產品不同, 雖然第一次經濟嚴重衰退對於有擔的違約率有影響, 但是有擔的違約率是在2004年第四季大幅度的攀高, 由前一季的0.07%上升到2.6%, 之後雖然有下滑, 但是違約率仍然維持在1%以上。

無擔的違約資料從1996年第一季開始, 時間序列的圖形和房貸很像, 但是違約率在第一次經濟嚴重衰退時, 則是高達10.08%, 之後違約率便開始下滑, 在2005年第四季達到新低點1.37%, 然後違約率又開始上升, 在第三次經濟嚴重衰退時, 違約率最高爲2008年第三季的3.25%。

**企金違約率**

由於企金產品的違約率資料, 並沒有2001年的違約資料, 所以沒有辦法觀察到第一次經濟嚴重衰退, 對於違約率的眞正影響。但是由消金的違約資料及企金2002年第三季的違約資料判斷,2001年的違約率應該會是很高。因爲很明顯的可以觀察到, 企金五種產品的違約率, 除了電子業之外, 從2002年第三季以來, 都具有一個下降的趨勢, 在第三次經濟嚴重衰退的期間, 違約率雖然都有上升, 但是和2002年第一季的違約率相比, 仍然是有差距。

營建業在2002年第三季的違約率爲0.7%, 之後逐季下滑。營建業的違約率在2008年第一季到達0.04%的低點, 然後因爲碰到第三次經濟嚴重衰退才回升, 在2009年第三季違約率爲0.12%。隨著景氣回升,2010年第二季的違約率, 則又跌到7年來的低點, 爲0.02%。

電子業的違約率在2002年第三季是0.4%, 在2003年第一季之後便下滑到0.2%左右, 但是在2005年的第一季到第二季, 又攀升到接近0.5%, 隔季又回落到0.2%左右。而2007年第二季到2008年第二季, 甚至低於0.1%, 之後遇到第三次經濟嚴重衰退, 在2009年第二季, 違約率回升到0.25%, 之後隨著景氣的回升,2009年第三季之後, 違約率最低達到0.01%左右。

製造業的違約率在2002年第三季到2004年第二季幾乎都維持在0.3%以上, 之後逐季下降, 違約率在2004年第四季到2010年第二季之間, 違約率都在0.04%到0.15%之間, 第三次經濟衰退, 對於製造業的違約率, 似乎沒太大的影響。

批發零售業在2002年第三季的違約率爲0.3%, 之後逐季下滑。在2003年第三季違約率下滑到0.14%之後, 違約率便一直在0.15%到0.07%之間變動。當碰到第三次經濟嚴重衰退之後, 違約率在2009年第一季上升到0.2%左右, 但是隨著景氣的回升,2010年第二季的違約率跟營建業一樣, 也跌到7年來的低點, 爲0.03%左右。

服務業在2002年第三季的違約率爲0.6%, 之後逐季下滑。2004年第一季服務業的違約率下滑到的0.08%左右, 之後的幾年, 違約率便一直在0.1%上下變動, 雖然在第三次經濟嚴重衰退時, 違約率有上升到0.2%, 但是隨著景氣的回升,2009年第三季以後, 違約率便跌到0.07%左右。

由上述對於消金及企金違約率的分析, 我們可觀察到一個現象, 雖然第三次經濟衰退, 比第一次經濟衰退嚴重, 但是對於整體違約率的影響, 並沒有第一次經濟衰退嚴重。這可能是經歷過第一次經濟嚴重衰退及雙卡風暴後產生的影響, 造成銀行信用風險資產結構的改變, 以下是可能的影響:

1. 高風險信用資產在不景氣時, 大部份都發生違約, 只留下低風險信用資產。
2. 銀行遭受嚴重損失後, 對於放款的評估也更加的嚴格, 更加注重風險。
3. 政府成立金管會, 加強對於銀行的監理。

### 4.3 總體變數模型與違約模型估計結果

本論文使用的總體變數如表6, 總共使用了14個總體變數, 資料的主要來源爲台灣經濟

| 編號 | 總體變數 | 資料處理 | 預期解釋方向 | $R^2$ |
|---|---|---|---|---|
| var1 | 經濟成長率 | | $-$ | 0.8814 |
| var2 | 失業率 | | $+$ | 0.9686 |
| var3 | 實質國民消費 | 年增率 | $-$ | 0.5806 |
| var4 | 工業生產總指數 IPI | 年增率 | $-$ | 0.9071 |
| var5 | 核心 CPI(不含蔬果魚介能源) | 年增率 | $-$ | 0.9252 |
| var6 | 新台幣實質有效匯率指數-工商時報 | 年增率 | +/- | 0.7246 |
| var7 | 重貼現率 | | $+$ | 0.9736 |
| var8 | 國泰全國可能成交房價指數 | 年增率 | $-$ | 0.9328 |
| var9 | 房地產同時指標綜合指數 | 年增率 | $-$ | 0.8907 |
| var10 | 發行量加權股價指數 | 年增率 | $-$ | 0.895 |
| var11 | 毛退票金額比率 | | $+$ | 0.8864 |
| var12 | 信用卡當季簽帳金額 | 年增率 | $+/-$ | 0.8466 |
| var13 | 信用卡當季預借現金金額 | 年增率 | $+/-$ | 0.9019 |
| var14 | 應還本付息總額/可支配所得總額比率 | | $+$ | 0.5737 |

表 6: 總體變數

新報 (TEJ) 及中央銀行。表6之中, 預期解釋力的那一欄, 代表我們認爲這些總體變數, 對於違約率的影響方向。「$+$」代表總體變數值的增加, 和違約率正相關,「$-$」代表總體變數值的增加, 和違約率負相關,「$+/-$」代表對於違約率的影響, 並沒有定論。本論文使用這14個總體變數建立一個 VAR(1)(vector autoregression) 模型, 並且利用 VAR(1) 模型, 建構總體變數之間的相關性, 透過總體變數, 使得每個產品的違約模型, 產生相關性。VAR(1) 模型的$R^2$列在表6的後方, 對於大部份的變數都有解釋能力。表7是本論文估計的違約模型, 總體編號後面的「Lx」代表落後期數, 假設估計係數是「var2_L1」, 代表使用的是失業率落後一期的變數。和 VAR(1) 模型不同, 違約模型只使用了13個總體變數, 並不包含經濟成長率。因爲在估計違約模型時, 經濟成長率並不顯著, 所以沒有把經濟成長率放入違約模型, 而只有把經濟成長率, 放入總體模型裡。

表7每條模型的估計式, 是使用簡單最小平方法個別進行估計, 並且考量衆多的總體變數後, 以是否具有經濟義涵及調整後$R^2$ 爲標準所決定的模型, 估計係數的每個數值都符合預期解釋方向。本論文假設公股銀行的不同產品, 彼此之間沒有直接的影響, 而是受到不同總體變數的影響, 並且透過整體總體變數的交互作用, 使得產品和產品之間產生相關性。表7產品名稱下方的數值, 是違約模型調整後的$R^2$, 其中房貸、信用卡、營建業的解釋力達到0.7以上, 大部份產品的解釋力也高於0.4。總體變數的$p$值並沒有列於表上, 因爲除了常數項外, 全部的總體變數在5%的顯著水準的假設下是顯著的。

| 產品/$R^2$ | 估計係數 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 房貸 | cons | var8 | var9_L1 | var14 | | |
| 0.755 | -5.054 | -2.290 | -5.708 | 3.620 | | |
| 信用卡 | cons | var10_L1 | var12 | var13 | var14_L1 | |
| 0.728 | -12.651 | -1.869 | 6.129 | 0.688 | 17.372 | |
| 有擔 | cons | var3_L1 | var7 | var14_L2 | | |
| 0.388 | -9.819 | -19.198 | 0.409 | 10.216 | | |
| 無擔 | cons | var2 | var5_L1 | var7 | var10 | var11_L1 |
| 0.497 | -6.907 | 0.476 | -27.244 | 0.326 | -0.591 | 1.382 |
| 營建業 | cons | var8 | var9_L1 | var14 | | |
| 0.737 | -9.365 | -6.718 | -8.208 | 6.714 | | |
| 電子業 | cons | var4 | var5 | var6 | var10 | |
| 0.497 | -5.851 | -3.254 | -32.306 | 13.700 | -1.150 | |
| 製造業 | cons | var4_L1 | var5_L2 | var7_L2 | var10 | |
| 0.441 | -6.307 | -2.112 | -86.831 | 0.338 | -2.458 | |
| 批發零售業 | cons | var2_L2 | var5_L1 | var10 | var11 | |
| 0.392 | -11.319 | 0.454 | -30.186 | -0.957 | 4.770 | |
| 服務業 | cons | var5_L1 | var10 | | | |
| 0.413 | -6.405 | -37.905 | -2.961 | | | |

表 7: 違約模型

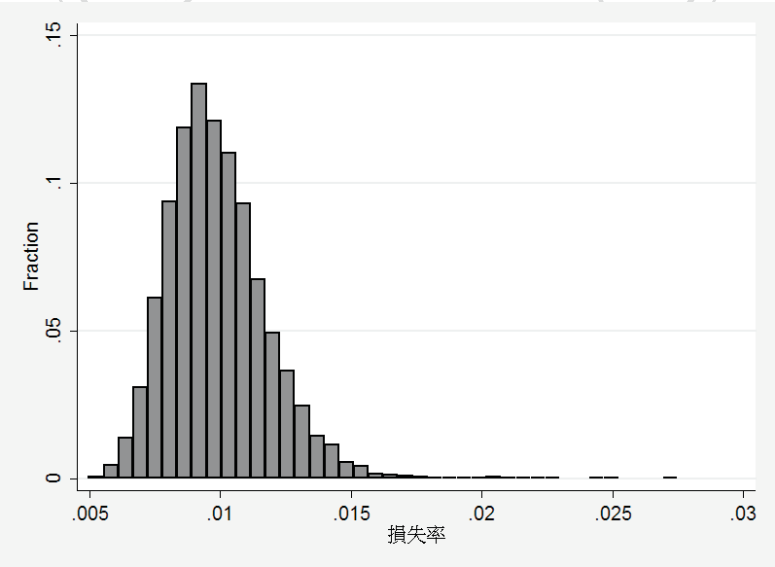



圖 3: 公股銀行損失分配

### 4.4 損失分配分析

經由蒙地卡羅模擬十萬次, 可以畫出圖3公股銀行的損失分配, 由損失分配的圖形, 可以看到公股銀行的損失具有長右尾的現像, 我們以 $\alpha$ 爲99.9%的信賴水準, 計算預期損失、風險值、預期短缺及經濟資本, 其結果如表8。由表8可以得到公股銀行整體的經濟資本

| 公股銀行損失分配 | 損失值 | 損失率 |
|---|---|---|
| 預期損失 | 83,652,692 | 0.0099 |
| 風險值 | 177,939,595 | 0.0211 |
| 風險值經濟資本 | 94,286,903 | 0.0112 |
| 預期短缺 | 193,867,586 | 0.0230 |
| 預期短缺經濟資本 | 110,214,893 | 0.0130 |

單位: 千元

表 8: 損失分配結果整理

率大概在1.3%, 和法定資本率8%相比, 可以說很小, 會造成那麼小的經濟資本, 可能有兩個原因, 第一個原因是風險分散的效果, 第二個原因則是信用資產結構的改變。

公股銀行整體九種產品加總計算所得的損失分配, 和個別產品的損失分配並不相同, 因爲九種商品的違約相關性並不相同, 所以產生了風險分散的效果。加總整體銀行損失, 計算出信賴水準99.9%基準下的經濟資本, 並不等於個別九種商品在信賴水準爲99.9%基準下計算的經濟資本相加。如果我們個別計算九種產品的損失分配, 會得到附錄 B 表12的結果。附錄 B 表12, 是在不考慮九種產品相關性之下, 以九種產品個別的損失分配, 分別計算經濟資本, 附錄 B 表12中的損失率, 是損失值, 再除以各個產品的曝險額。如果我們把每個產品的經濟資本相加, 並且計算佔整體公股銀行曝險的比率, 可以得到不考慮風險相關性的經濟資本率爲3.69比考慮了風險相關性的經濟資本大了約2.8倍, 但是相較於法定資本率仍然有一定的差距, 所以風險分散的效果, 並沒有辦法完全解釋經濟資本過小的原因。

模擬出來的經濟資本之所以會過小, 最可能的原因, 在於信用資產結構的改變。經歷了2001年的經濟衰退, 金管會的成立及銀行對於風險態度的改變, 影響了銀行的信用資產結構, 使得企金產品的違約率都維持在很低的水準, 當2008年到2009年, 台灣受到美國次貸風暴的影響, 景氣極端不好時, 違約率對於景氣的敏感度已經沒那麼高,

附錄 B 表12的結果是, 是以各個產品的損失分配爲觀點, 計算出來的經濟資本, 考量的是個別產品可能發生的極端損失, 如果看整體銀行的損失分配, 考量的是整體銀行產品, 因爲違約相關性不同, 產生風險分散效果後的極端損失。因此銀行管理者, 如果只看個別放款產品的損失分配, 可能會因此高估了整體銀行產品對於銀行可能會造成的損

失。如果要瞭解個別產品, 考量了違約相關性不同後, 對於整體銀行損失的影響, 必須進一步做風險貢獻的計算, 才能夠得到正確的結果。

### 4.5 曝險額集中度對於損失分配的影響

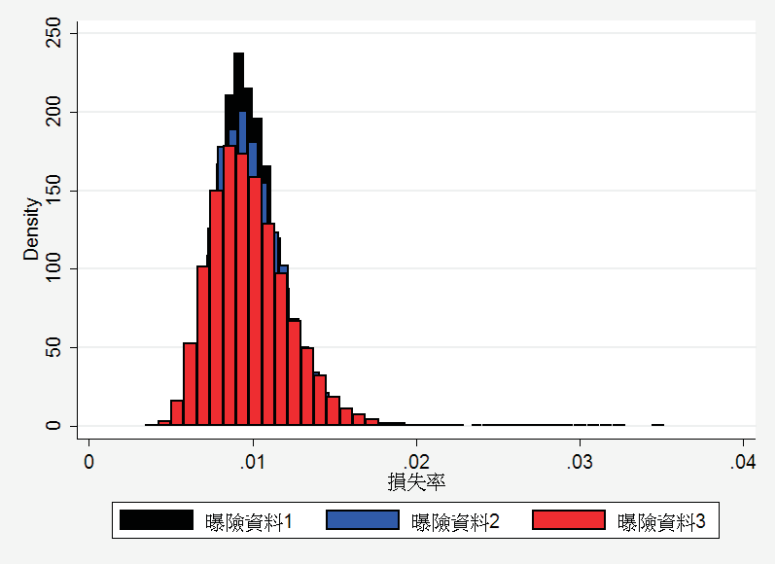



圖 4: 集中度不同下的損失分配

曝險額由於資料上的限制, 因此只有一期的資料, 在模擬的時候, 不得不把曝險額設爲常數。也由於資料上的限制每筆曝險資料, 也不是最原始放款的資料, 而是多筆原始放款資料相加爲一筆資料, 因此這產生了一個問題, 假設違約資料相同, 而在總放款金額固定之下, 使用不同的曝險資料, 對於模擬的影響會如何? 爲了比較這個效果, 本論文把每種產品的曝險額資料, 從小排到大, 並且做兩種方式的合拼, 分別進行模擬, 以和原本模擬的結果做比較。第一種合併的方式, 是把每20筆曝險額資料相加爲一筆曝險額, 合併成新的曝險額資料2; 第二種合併的方式, 則是把30筆曝險額資料相加爲一筆曝險額, 合併成新的曝險額資料3。原始模擬的結果, 我們稱爲曝險額資料1, 圖4的三個損失分配, 是這三種不同曝險額資料的模擬結果。由這三個損失分配的比較, 可以觀察到, 隨著曝險合併筆數的增加, 損失分配變的愈來愈矮, 並且尾巴愈來愈長。由於圖可能看的不是很清楚, 我們從附錄 B 表13進行比較, 由附錄 A 可以看到, 預期損失並不受曝險額變動的影響, 但是風險值及預期短缺, 卻會隨著曝險額分組數的增加而增加, 經濟資本因此也跟著增加。這說明了, 合併曝險額後, 曝險筆數減少, 而個別曝險佔整體的比率變高, 集中度增加, 使得估計的經濟資本變大。

因此銀行對於曝險額資料的處理, 會非常影響經濟資本的計算。在同樣的違約率資

料下, 信用資產組合的個別曝險額, 如果佔總曝險的比率太低, 則會計算出較低的經濟資本, 反之如果佔總曝險的比率較高, 則會計算出較低的經濟資本。由於每家銀行的實際放款資料, 皆高達數百萬筆, 如果眞的使用原始資料, 以不同的產品分類進行分析, 經濟資本及風險貢獻的計算, 將會非常的困難, 需要耗費很大的電腦資源, 也有可能估計出極低的經濟資本, 而這個極低的經濟資本是有問題的, 將會低估了曝險集中度的效果。因爲銀行通常以放款筆數爲單位, 而不是以借款人爲單位當做經濟資本的計算, 由於消金每筆曝險的金額並不大, 所以並不會產生問題, 但是對於企金而言, 這將會產生很大的問題。當企業發生財務危機時, 極可能所有的借款皆無法償還, 但是銀行以放款筆數爲單位, 計算出來的經濟資本, 反而會比以企業爲單位, 計算出來的經濟資本小。除此之外, 即使可以分爲同類的曝險, 由於銀行的審核機制, 大曝險和小曝險的違約機率應該也不相同, 如果把大曝險和小曝險視爲同樣的產品, 進行違約的統計及經濟資本的計算, 將會因此稀釋了曝險集中度的效果, 得到較低的經濟資本。

### 4.6 風險貢獻結果分析

風險貢獻的計算, 可以讓我們瞭解公股銀行的九種產品, 對於公股銀行貢獻了多少的經濟資本本文使用重點抽樣 (Importance Sampling) 的方法對於預期短缺進行風險貢獻的計算, 其結果如附錄 B 表14。表上的總風險貢獻, 是指同一產品中每一筆曝險額的風險貢獻相加。總風險貢獻較大的幾項依序爲服務業, 房貸, 無擔和有擔, 信用卡的總風險貢獻則是最小。總經濟資本的排序則和總風險貢獻的結果差不多, 但是由於無擔的預期損失大於有擔, 所以無擔的總經濟資本比有擔的總經濟資本小。

風險貢獻的大小, 很受違約率和曝險額的影響, 服務業之所以會有那麼大的總風險貢獻, 是因爲服務業具有很大的個別曝險所造成的效果, 大約佔服務業放款約26%, 具有很高的集中度, 所以產生較大的風險貢獻。由於附錄 B 表14的風險貢獻及經濟資本, 是每個產品, 每一筆曝險的風險貢獻加總, 所以包含了集中度的效果。平均風險貢獻率及平均經濟資本率, 並不能代表個別產品的單位風險, 因此必須進行另外的估計。

由於資料上的關係, 所以同一個產品的每筆違約率, 都有同樣的違約機率。因此我們以產品爲區別, 畫出每一筆曝險和風險貢獻率 (每一筆曝險的風險貢獻除以自身的曝險額) 的關係圖, 如附錄 A 圖6。由附錄 A 圖6可以觀察到, 風險貢獻率和曝險額之間, 具有線性的關係, 同一產品, 曝險額愈大, 就具有較高的風險貢獻率。因此我們透過這個實證關係, 建立一個估計每個產品單位放款的風險貢獻。風險貢獻可以重新寫成下式:

$$\mathrm{RC}_{ij} = (\frac{\mathrm{RC}_{ij}}{\mathrm{EAD}_{ij}}) \times \mathrm{EAD}_{ij}, \tag{87}$$

我們知道風險貢獻率 (每一筆曝險的風險貢獻除以自身的曝險額) 和曝險額有線性的關係, 所以使用最小平方法, 得到以下的估計式:

$$\mathrm{E}(\frac{\mathrm{RC}_{ij}}{\mathrm{EAD}_{ij}}) = \mathrm{cons}_i + \mathrm{beta}_i \times \frac{\mathrm{EAD}_{ij}}{\mathrm{EAD}_{total}}, \tag{88}$$

把式(88)代入式(87), 得到式(89):

$$\mathrm{RC}_{ij} = (\mathrm{cons}_i + \mathrm{beta}_i \times \frac{\mathrm{EAD}_{ij}}{\mathrm{EAD}_{total}}) \times \mathrm{EAD}_{ij}, \tag{89}$$

透過式(89), 我們就可以給定曝險額的大小, 直接估計每筆曝險的風險貢獻。由於預期損失是一個線性函數, 所以同類產品的曝險具有同樣的預期損失率, 可以直接求得預期損失:

$$\mathrm{EL}_{ij} = \frac{\mathrm{EL}_i}{\mathrm{EAD}_i} \times \mathrm{EAD}_{ij} \tag{90}$$

求得預期損失及風險貢獻後, 就可以計算每筆曝險的經濟資本:

$$\mathrm{EC}_{ij} = \mathrm{RC}_{ij} - \mathrm{EL}_{ij}. \tag{91}$$

附錄 B 表15是透過上面的公式, 計算出各個產品在不同曝險大小下的經濟資本率估計式。$p_i$ 是預期損失率, cons 及 beta 是風險貢獻率和曝險額做最小平方法後, 所得到的估計係數, $R_a^2$ 則是最小平方法的解釋力, 解釋力非常的高。0.01%、0.1%及1%代表給定曝險額佔總曝險的比率分別爲0.01%、0.1%及1%後, 所計算出來的經濟資本率。由於風險貢獻率會隨著曝險額的增加而增加, 並且預期損失率不變, 所以經濟資本率也會隨著曝險額的增加而增加。

附錄 B 表15呈現了不考慮集中度之下, 每個產品的單位風險貢獻。在曝險比率爲0.01%的時候, 經濟資本率由小排到大, 爲有擔、無擔、信用卡、房貸、服務業、電子業、批發零售業、製造業及營建業。但是隨著曝險比率的上升, 經濟資本率的大小排序會跟著改變, 這是因爲每個產品的 *cons* 係數大小不同所造成的。

透過上述對於 Importance Sampling 的實證結果分析, 可以得到下面的三項結論:

1. 總風險貢獻反應了曝險額的集中度, 所以平均的風險貢獻率及經濟資本率並不代表各產品的單位風險貢獻及單位經濟資本。

2. 同產品的風險貢獻率會隨著曝險額的增加而增加, 導致較高的曝險額, 將會有較高的經濟資本率, 以至有較高的經濟資本。這個結果的經濟意涵, 在於雖然同產品下的曝險, 違約率是相同的, 但是曝險金額大小的不同, 違約後所產生的風險也不一樣, 所以需要有較多的經濟資本來當作緩衝。簡單來說, 就是借一萬元或一億元給同一個人, 違約後所產生的後果是不同的。

3. 如果對於理論有更多的研究, 或許可以把風險貢獻率的估計式, 當作未來各產業放款時, 計算經濟資本的參考依據。

## 4.7 壓力測試結果分析

本論文主要是對公股銀行的信用資產組合進行敏感度的壓力測試, 探討單一總體因子變數或一群相關性較高的總體因子變數變動, 對於信用風險資產的影響。爲了讓總體變數值的設定合理, 透過以下的方法進行:

### 單一因子壓力情境值設定

在進行單一總體變數的壓力測試時, 本論文假設總體變數是常態分配, 並且透過總體變數的期望值和標準差, 依總體因子經濟意涵的不同, 抽取右尾或左尾信賴水準爲99.9999%的門檻值, 當作壓力情境的逆境值。也就是說, 總體變數有百萬分之一以下的機率, 不會大於或小於此極端數值。表9是總體因子年增率的基本統計及本文設定的逆境值。

| 情境 | 總體因子 | 樣本數 | 期望值 | 標準差 | 最小值 | 最大值 | 逆境值 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 工業生產總指數 IPI | 55 | 0.0540 | 0.1164 | -0.3150 | 0.4723 | -0.5850 |
| 2 | 實質有效匯率指數-工商時報 | 79 | -0.0160 | 0.0606 | -0.1864 | 0.1379 | 0.3252 |
| 3 | 國泰全國可能成交房價指數 | 67 | 0.0114 | 0.0495 | -0.1034 | 0.1543 | -0.2536 |

表 9: 總體因子基本統計及單因子壓力情境

### 因子壓力情境值設定

多因子壓力情境值的設定, 則是透過常態分配及條件常態分配的假設, 進行逆境值的設定, 設定的步驟如下:

1. 決定要加壓哪幾個總體因子, 並且利用 OLS 簡單的判斷, 總體因子之間, 是否互相具有相關性。如果有和其它總體因子, 較不具相關性的總體因子, 對於該總體因子則不進行條件常態分配的抽樣。

2. 決定第一個要加壓的總體因子, 並且以單一因子壓力情境值設定的方式, 抽取右尾或左尾信賴水準爲99.999%的門檻值, 當作壓力情境的施壓值。

3. 決定第二個要加壓的總體因子, 並且以第一個總體因子爲條件因子, 進行條件常態分配的抽樣一萬次, 並且選取最糟的數值當作逆境值。

4. 決定第三個要加壓的總體因子, 並且以第一個總體因子和第二個總體因子爲條件因子, 進行條件常態分配的抽樣一萬次, 並且選取最糟的數值當作逆境值。

5. 重覆第3步驟及第4步驟的方法, 逐步抽出每個總體因子的施壓值。

6. 對不具相關性的總體因子, 以第二步的方法, 決定適當的施壓值。

表10是透過上述方法, 建立出來的多因子壓力情境值, 由於國泰全國可能成交房價指數, 和其它變數比較, 相關性比較沒那麼高, 因此是用常態的假設, 以信賴水準爲99.999%的門檻值, 當做逆境值。

情境 4

| 總體因子 | 逆境值 |
|---|---|
| 經濟成長 (%) | -11.4470 |
| 失業率 | 6.5672 |
| 工業生產總指數 IPI 年增率 | -0.4481 |
| 台灣毛退票金額比率 年增率 | 0.8474 |
| 國泰全國可能成交房價指數 年增率 | -0.2339 |

表 10: 多因子壓力情境

透過上述單因子或多因子的方法, 或許可以決定一個可能較適當的壓力情境值。雖然假設每個變數都是常態分配, 並不是很適當, 有些變數甚至不能假設爲常態分配 (如: 股價的年增率), 只能主觀或者另設模型決定。但是透過常態分配及條件常態分配的假設, 至少可以以過去總體變數的歷史數據爲依據, 設定出較合理的逆境值。

**壓力測試結果**

附錄圖7是四個壓力情境和原始未施壓的損失分配比較圖, 由這四個圖可以觀察到, 施壓後的損失分配向右移動, 並且變的比較矮, 右尾明顯也變長。表11是在不同的壓力情

| 情境 | 預期損失 | 預期短缺 | 經濟資本 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0.0099 | 0.0230 | 0.0130 |
| 1 | 0.0145 | 0.0330 | 0.0185 |
| 2 | 0.0152 | 0.0347 | 0.0195 |
| 3 | 0.0209 | 0.0436 | 0.0227 |
| 4 | 0.0492 | 0.0798 | 0.0306 |

表 11: 壓力情境模擬結果

境下的估計結果, 情境0是之前未施壓任何變數, 模擬出來的結果。由表11的結果, 可看

到, 相較於情境0, 壓力情境下的預期短缺明顯的增加, 且增加的幅度, 大於預期損失, 所以壓力情境下的經濟資本, 也跟著增加。壓力情境4是使用多個總體因子進行施壓, 可以很明顯的看到預期短缺明顯增加了很多, 經濟資本甚至是情境0的三倍, 但是和法定資本適足率相比, 還是低很多。最主要的主因, 便如同之前所說的, 本文企金的歷史資料時間實在太短, 只有2002年第三季以後的資料, 信用資產結構改變後的資料, 違約率都顯得太低, 因此建構出來的模型, 損失都較小。

## 5 結論

本論文總共探討了三個問題, 首先是曝險額對於經濟資本的影響, 其次則是風險貢獻的實證分析, 最後則是壓力測試的逆境值設定, 以下是本文對於這三個問題的結論、本文需要改進的地方及未來研究方向的介紹。

由曝險額的分析, 可以知道, 就算把曝險額設爲常數, 曝險資料的結構性, 仍然會嚴重影響到整體經濟資本的估計結果。每筆曝險佔總曝險的比例愈小, 集中度愈小, 則會計算出較小的經濟資本, 每筆曝險佔總曝險的比例愈大, 集中度愈大, 則會計算出較大的經濟資本。因此在建立經濟資本的模型時, 曝險筆數還有曝險額大小, 應該要被充份的考慮。如果銀行對於放款產品的分類並沒有很詳細, 只簡單的區分爲幾個產品類別, 並且以放款筆數爲單位, 建立信用風險模型, 則個別產品曝險的筆數將會太多, 每筆曝險額佔整體產品的比例會太小, 將會因此而計算出較小的經濟資本, 低估了銀行的集中度風險。爲了要眞正反應銀行的集中度風險, 銀行建立經濟資本時, 銀行應該要以借款人爲單位, 統計出銀行在每個借款人的總曝險, 減少曝險筆數, 當作曝險的資料。除此之外銀行對於放款產品的分類也不能夠太簡略, 甚至對於同一類產品的違約資料, 應該以大曝險和小曝險作爲區分, 分別統計違約資料, 避免因爲資料資訊的不足, 而低估了經濟資本的大小。

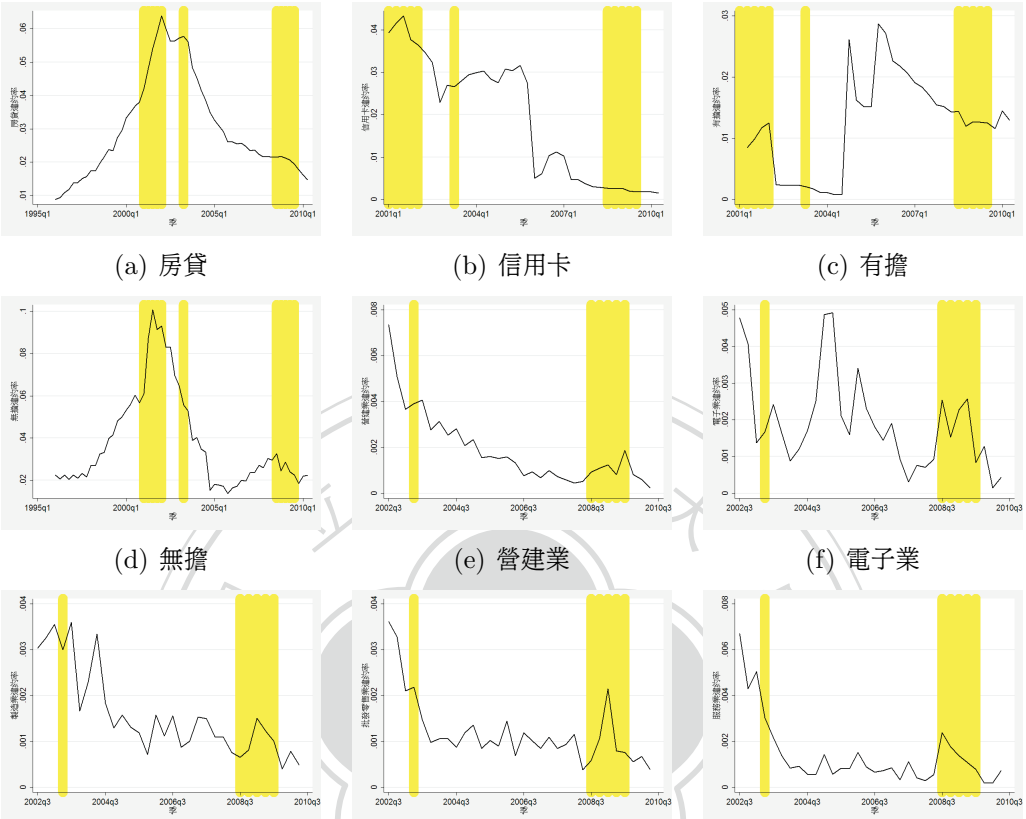
由使用重點抽樣計算風險貢獻的實證分析可以瞭解, 同產品的風險貢獻率是隨著曝險額的增加而上升的, 風險貢獻率和曝險額有接近線性的關係。同產品之下, 曝險額愈大的資產, 風險貢獻率就愈大, 經濟資本率也就愈高, 經濟資本和曝險額是非線性的關係, 所以曝險額大的的資產, 應該要有相對較大的經濟資本。這個實證的結果, 是符合邏輯且具有意義的。這說明資產的風險性, 不僅要考慮違約機率, 還要考慮曝險的大小, 違約機率一樣的曝險, 大曝險相對於小曝險, 具有較高的風險性, 因爲資金的成本不同, 違約後損失產生的後果也不相同, 所以大曝險要有較高比例的經濟資本。本論文也由重點抽樣計算風險貢獻的實證結果觀察, 首先建立了風險貢獻的估計式, 透過風險貢獻的估計式, 可以方便的計算未來同一類產品, 給定預期損失及曝險額之下, 所需提列的經濟資本大小, 並且可以以此做爲未來每筆放款計算風險調整後定價的成本依據。

本文在信用資產組合的壓力測試問題上, 主要在探討如何給定適當的逆境值, 以進行壓力測試。這是由於觀察過去的文獻, 對於逆境值的設定, 並沒有一個適當的標準。本文透過主觀給定一極端的信賴水準, 使用常態分配及條件常態分配的假設, 逐步決定總體變數的逆境值。這個逆境值的設定方法, 考量了多個總體因子之間的相互關係, 雖然常態分配及條件常態分配的假設對有些變數而言並不適當, 只能另外給予假設, 但這個方法所產生的逆境值, 至少是一個參考了歷史資料產生的數值, 各個變數之間的數值大小關係, 比較具眞實性, 較武斷的給定逆境值好。

本文最需要改進的地方, 在於模擬出來的損失太小, 雖然這個結果並不影響本文對於上述三個問題的探討, 但是本文對於損失估計太小的結果, 提出了以下的解釋。損失估計太小的第一個原因, 可以以本文探討的第一個問題來看, 可能和本文使用的資料有關, 違約資料分類不夠細致, 曝險筆數太多, 每筆曝險額相對於產品總曝險太小, 造成估計出來的損失因而也較小。第二個原因, 則可能在於企金產品的歷史違約資料時間太短及過去幾年以來, 企金違約率都很低, 以致模型無法模擬出較大的損失。由歷史的違約資料觀察,2008年的經濟衰退和2001年的經濟衰退相比,2008年的景氣指標幾乎都較差。但是2008年的景氣衰退, 對於違約率的影響, 和2001年的相比, 實在顯得太小。銀行信用資產結構的改變, 或許便是企金違約率較低的原因, 2001年到2008年間違約率對於總體景氣反應的差異將會影響到模型的結果, 因此如果能把反應銀行信用資產結構是否改變的變數, 也納入模型之中, 或許能夠建立一個較準確估計出損失的模型。

本文指出了曝險資料的結構對於經濟資本的計算, 會有很大的影響, 因此未來進行經濟資本的估計時, 對於曝險資料的結構, 必須做適當的分析, 不能夠拿到一組違約資料及曝險資料, 建立了信用風險模型, 就認爲模型的估計結果, 可以正確代表個別銀行、產業或者整體銀行的信用風險, 因爲違約資料的分組方式, 曝險額的統計方式將會影響到曝險資料的結構, 以致影響到經濟資本的計算。使用重點抽樣估計的風險貢獻結果, 同產品的曝險呈現線性關係的結果, 是令人感到驚訝的, 對於風險貢獻的理論, 值得進一步的研究, 以瞭解是否能夠在模型上, 就直接導出這層線性的關係。透過比較2001年和2008年間違約率對於總體景氣反應的差異, 可以猜測銀行信用資產結構可能具有改變, 這個改變的原因及對於信用風險與整體經濟的影響, 也值得我們在未來進行更深的研究與探討。

# A 圖



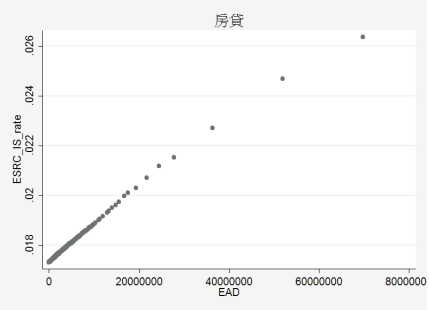
(a) 房貸 (b) 信用卡 (c) 有擔

(d) 無擔 (e) 營建業 (f) 電子業

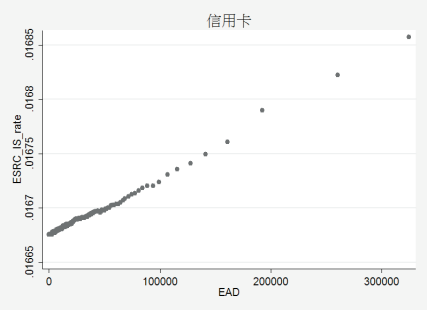
(g) 製造業 (h) 批發零售業 (i) 服務業

圖 5: 違約率時間序列分析圖

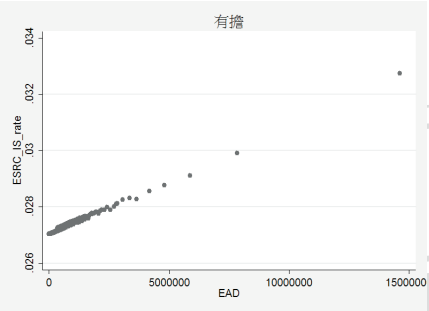
National Chengchi University



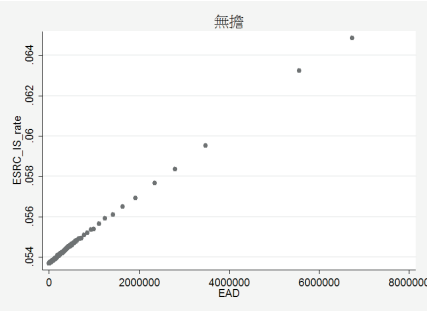

(a) 房貸



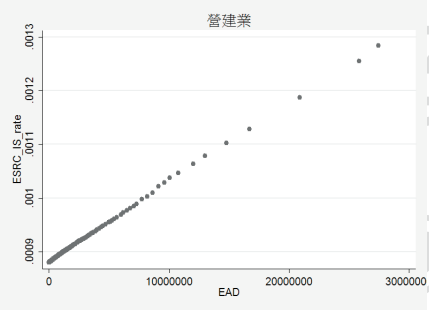

(b) 信用卡



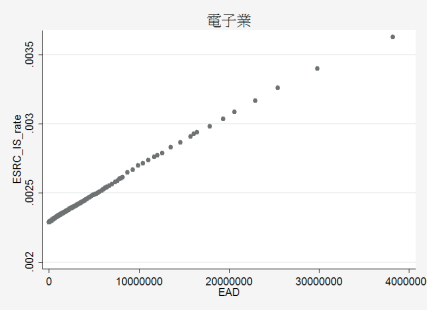

(c) 有擔



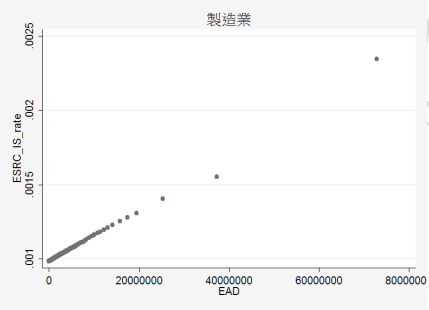

(d) 無擔



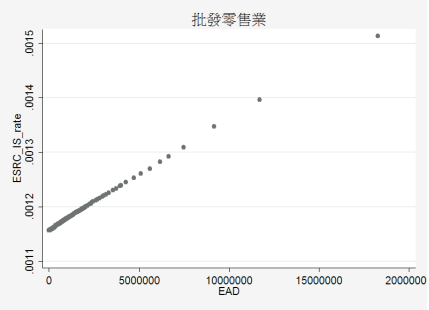

(e) 營建業



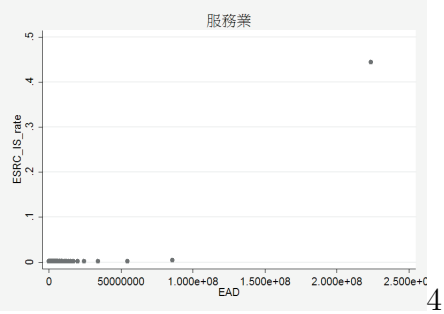

(f) 電子業



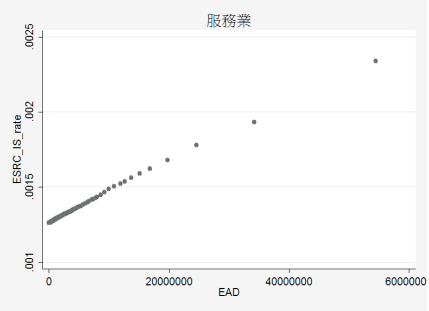

(g) 製造業




(h) 批發零售業

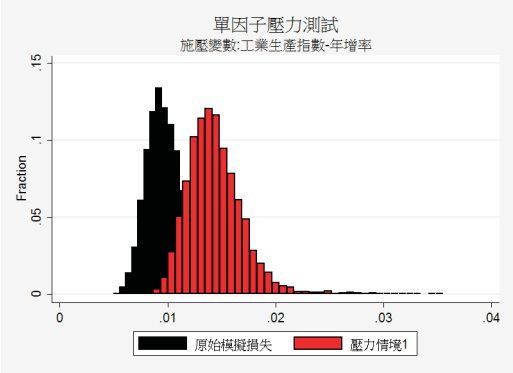



(i) 服務業

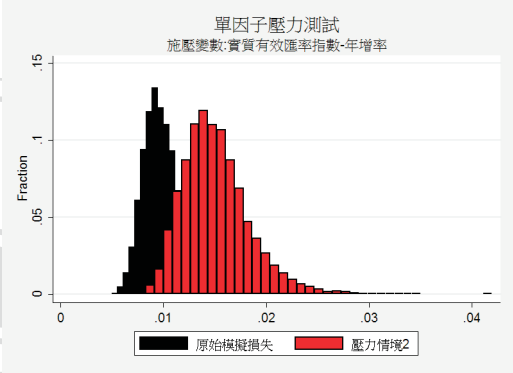



(j) 服務業 (不含極端值)

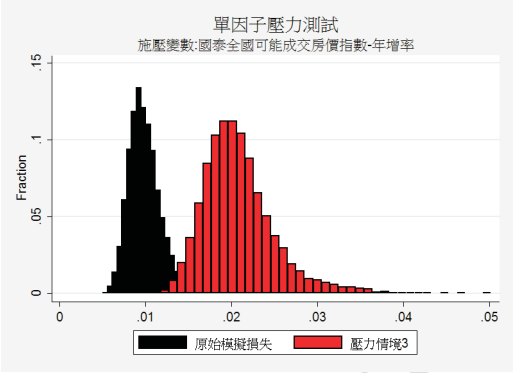
圖 6: 曝險額與風險貢獻關係圖



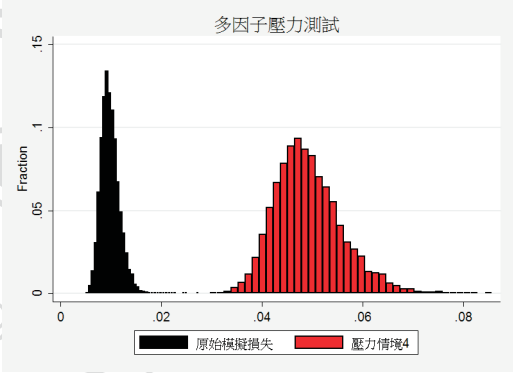

(a) 壓力情境 1




(b) 壓力情境 2




(c) 壓力情境 3




(d) 壓力情境 4

圖 7: 壓力測試結果比較

## B 表

| 產品 | 預期損失 損失值 | 預期損失 損失率 | 預期短缺 損失值 | 預期短缺 損失率 | 預期短缺經濟資本 損失值 | 預期短缺經濟資本 損失率 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 房貸 | 52,623,275 | 0.0163 | 105,017,815 | 0.0325 | 52,394,540 | 0.0162 |
| 信用卡 | 235,550 | 0.0159 | 1,277,500 | 0.0864 | 1,041,950 | 0.0705 |
| 有擔 | 10,577,464 | 0.0221 | 70,448,996 | 0.1473 | 59,871,531 | 0.1252 |
| 無擔 | 15,049,371 | 0.0511 | 35,940,298 | 0.1220 | 20,890,927 | 0.0709 |
| 營建業 | 508,549 | 0.0008 | 13,715,938 | 0.0228 | 13,207,389 | 0.0220 |
| 電子業 | 1,752,651 | 0.0022 | 23,735,806 | 0.0293 | 21,983,155 | 0.0271 |
| 製造業 | 1,452,218 | 0.0009 | 35,005,034 | 0.0225 | 33,552,816 | 0.0215 |
| 批發零售業 | 681,798 | 0.0011 | 9,690,631 | 0.0156 | 9,008,834 | 0.0145 |
| 服務業 | 771,815 | 0.0009 | 100,816,778 | 0.1205 | 100,044,963 | 0.1196 |
| 總和 | 83,652,692 | 0.0099 | 395,648,796 | 0.0468 | 311,996,103 | 0.0369 |

單位: 千元

表 12: 個別產品模擬結果

國立政治大學 National Chengchi University

| | 曝險額資料1 | | 曝險額資料2 | | 曝險額資料3 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 損失值 | 損失率 | 損失值 | 損失率 | 損失值 | 損失率 |
| 預期損失 | 83,652,692 | 0.0099 | 83,944,236 | 0.0099 | 83,715,813 | 0.0099 |
| 風險值 | 177,939,596 | 0.0211 | 221,281,263 | 0.0262 | 250,379,594 | 0.0296 |
| 風險值經濟資本 | 94,286,903 | 0.0112 | 137,337,027 | 0.0163 | 166,663,781 | 0.0197 |
| 預期短缺 | 193,867,586 | 0.0230 | 233,280,942 | 0.0276 | 262,855,037 | 0.0311 |
| 預期短缺經濟資本 | 110,214,894 | 0.0130 | 149,336,706 | 0.0177 | 179,139,224 | 0.0212 |

單位: 千元

表 13: 曝險額差異分析

國立政治大學 National Chengchi University

| 產品 | 預期損失 | 預期損失率 | 總風險貢獻 | 平均風險貢獻率 | 總經濟資本 | 平均資本率 | 排序 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 房貸 | 52,623,276 | 0.0163 | 58,849,677 | 0.0182 | 6,226,401 | 0.0019 | 4 |
| 信用卡 | 235,550 | 0.0159 | 246,820 | 0.0167 | 11,270 | 0.0008 | 6 |
| 有擔 | 10,577,464 | 0.0221 | 13,172,704 | 0.0275 | 2,595,240 | 0.0054 | 2 |
| 無擔 | 15,049,371 | 0.0511 | 16,101,829 | 0.0547 | 1,052,458 | 0.0036 | 3 |
| 營建業 | 508,549 | 0.0008 | 591,331 | 0.0010 | 82,782 | 0.0001 | 8 |
| 電子業 | 1,752,651 | 0.0022 | 2,165,954 | 0.0027 | 413,303 | 0.0005 | 5 |
| 製造業 | 1,452,218 | 0.0009 | 1,736,100 | 0.0011 | 283,882 | 0.0002 | 7 |
| 批發零售業 | 681,798 | 0.0011 | 743,517 | 0.0012 | 61,719 | 0.0001 | 9 |
| 服務業 | 771,815 | 0.0009 | 100,570,204 | 0.1202 | 99,798,389 | 0.1193 | 1 |

單位: 千元

表 14: 風險貢獻總額分析

國立政治大學 National Chengchi University

| 產品 | $p_i$ | cons | beta | 0.01% | 排序 | 0.10% | 排序 | 1% | 排序 | $R_a^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 房貸 | 0.01629 | 0.01732 | 1.24711 | 0.00115 | 4 | 0.00227 | 4 | 0.01349 | 4 | 0.99250 |
| 信用卡 | 0.01593 | 0.01668 | 4.54336 | 0.00120 | 3 | 0.00529 | 3 | 0.04618 | 2 | 0.98954 |
| 有擔 | 0.02211 | 0.02703 | 3.28638 | 0.00524 | 1 | 0.00820 | 2 | 0.03778 | 3 | 0.98530 |
| 無擔 | 0.05109 | 0.05370 | 14.49592 | 0.00405 | 2 | 0.01710 | 1 | 0.14756 | 1 | 0.99775 |
| 營建業 | 0.00085 | 0.00088 | 0.12611 | 0.00005 | 9 | 0.00016 | 9 | 0.00129 | 9 | 0.99927 |
| 電子業 | 0.00216 | 0.00229 | 0.32235 | 0.00016 | 6 | 0.00045 | 6 | 0.00335 | 5 | 0.99745 |
| 製造業 | 0.00093 | 0.00098 | 0.14953 | 0.00007 | 8 | 0.00020 | 8 | 0.00155 | 8 | 0.99542 |
| 批發零售業 | 0.00109 | 0.00116 | 0.17328 | 0.00008 | 7 | 0.00023 | 7 | 0.00179 | 7 | 0.99775 |
| 服務業 | 0.00092 | 0.00126 | 0.17357 | 0.00036 | 5 | 0.00051 | 5 | 0.00207 | 6 | 0.99752 |

表 15: 經濟資本率估計

國立政治大學 National Chengchi University

## 參考文獻


鍾經樊 (2009), “壓力測試的架構”, 《中央銀行季刊》, 第三十一卷。

——— (2010), “我國銀行信用損失評估之研究”, 《中央銀行季刊》, 第三十二卷。

Bluhm, Christian, Overbeck, Ludger, and Wagner, Christoph (2003), *An Introduction to Credit Risk Modeling*, CHAPMAN&HALL.

Merino, Sandro and Nyfeler, Mark A. (2004), “Applying importance sampling for estimating coherent credit risk contributions”, *Quantitative Finance*, 4:2, 199–207.

Wilson, Thomas C. (1997a), “Modelling systemic default risk.(measuring and managing credit portfolio risk, part one)”, *The Journal of Lending and Credit Risk Management*, July.

——— (1997b), “Portfolio loss distributions.(measuring and managing credit portfolio risk, part two)”, *The Journal of Lending and Credit Risk Management*, August.

——— (1998), “Portfolio credit risk”, *Frbny economic policy review*, October.


國立政治大學 National Chengchi University