

## 隨機匯率下進出口貿易專案價值的評價與分析

王偉弘

政治大學金融學系

### 摘 要

企業面對一個以銷售進出口產品來獲利的專案，欲將本國（生產國）的產品外銷至它國（消費國），或是自外國（生產國）進口產品於國內（消費國）進行銷售前，決策者必須先評估該產品的買賣是否能為公司帶來合理的利潤後，再執行該貿易專案。一般而言，企業經營者依據會計上的財務報表進行決策時，往往會忽略匯率本身的變動程度對貿易專案價值的影響，而匯率的變動又和生產國與消費國的無風險利率息息相關。由於匯率與無風險利率的連動性，使得我們很難對貿易專案的價值進行精確的評估。本文即在假設風險中立的環境下，將隨機匯率納入考慮，分別對進口貿易專案價值與出口貿易專案價值進行評價，以求出封閉解，並得到本國的無風險利率與以本國貨幣計價之進口貿易專案價值及出口貿易專案價值呈現正相關，外國的無風險利率與以本國貨幣計價之進口貿易專案價值及出口貿易專案價值呈現負相關的結果。

關鍵詞：雙邊貿易、出口貿易專案、進口貿易專案、無風險利率、隨機匯率。

JEL classification: C02, F13, G00.

### 1. 前言

國與國之間的貿易交流隨著資訊的發達與高度的全球化而愈趨頻繁，任何一個國家，都免不了有貿易行為發生，而貿易形式的呈現不盡相同，像是雙邊貿易（Bilateral Trade）、多邊貿易、進口、出口等，都是貿易方式的一種，尤其是天然資源匱乏的國家，如日本、臺灣、菲律賓、新加坡，

經貿發展對國家的繁榮更是顯得重要。就企業而言，所謂的貿易，不外乎是將產品外銷至它國（消費國）之產品出口買賣行為，或是自它國（生產國）公司進口產品以進行銷售的產品交易行為。可是，因為各國貨幣價值的不同，導致產品在交易的過程中，會牽涉到匯率的問題。公司欲進行一項關於產品進口或出口的專案，於執行該專案前，必須評估該專案的可行性，倘若該專案能使公司獲得合理的利潤時，便去進行它，反之，則不去執行它。傳統上，決策者評估一個專案是否可行，通常會採用淨現值法（Net Present Value, 簡稱 NPV 法），貿易專案價值的評估亦然。然而，淨現值法卻無法將匯率對貿易專案價值的影響納入衡量，當匯率變動幅度劇烈時，以此法對該貿易專案價值的評估就會失真。Arize (1997) 與 Weliwita et al. (1999) 就曾指出，當匯率的波動若處於高風險狀態時，不利於出口貿易專案的執行。可是，Kim and Lee (1995) 和 Broll and Eckwert (1999) 卻認為企業的經營者可利用匯率波動的風險，在市場效率不完全的情形下將產品出口，以獲取利潤。劉宗欣等人 (2000) 指出，匯率是影響進口物價最重要的因素，在自由化貿易之下新臺幣匯率的波動程度影響進口物價甚深，同時指出長短期匯率皆會對進口物價有高轉嫁的效果。Sukar and Hassan (2001) 則認為只要有完備的避險策略，就能減低匯率波動的不確定性，促使利潤提高。Campa and Goldberg (2005) 的研究中指出，當匯率的波動程度越高時，對進口專案價值的影響越深，所進口之產品的價格彈性也越大。另外，我們也得到諸多匯率變動影響貿易專案價值的證據。舉例來說，Kim (2005) 就曾以韓國為例，指出匯率變動對產出的影響效果在韓國具有結構性變遷的現象。Vigfusson et al. (2009) 以匯率對美國進出口專案的影響為例，指出美國出口專案的產品價格對於匯率的敏感程度較進口專案的產品價格為高。此外，從國際貿易實務的觀點來看，當匯率貶值時，通常有利於企業將產品出口銷售，以獲取更大的利潤；當匯率升值時，有利於企業將產品進口銷售，從而得到更高的利潤。

以上文獻與觀念都是探討匯率波動程度對進出口專案價值的影響。然而，因為匯率和兩國的無風險利率具有連動關係，而這些文獻卻都未考慮兩國的無風險利率變動時對進出口貿易專案價值的變化，所使用的淨現值評價方法，亦無法評估兩國無風險利率的變動影響貿易專案價值的程度。倘若經營者同時考慮匯率和兩國無風險利率的因素，評估出精確的貿易專案價值以進行決策，就不會導致公司因匯損而造成損失。近一年來，由於金融風暴的發生，使得亞洲諸國對美元不斷的貶值，各國央行為了刺激景氣，紛紛在極短時間內採取降息的手段，使得本國的無風險利率越來越低，如台灣、韓國、日本等便是。而某些國家，在通貨膨脹大於刺激景氣的考量下，卻反其道地升息。姑且不論是升息亦或是降息，貿易專案的價值在此刻都受到很大的影響。為了探討兩國的無風險利率與匯率的連動性對貿易專案價值影響的程度，本文有別於過往文獻探討匯率波動度對進出口貿易專案價值的影響，而是探討本國與外國的無風險利率對進出口貿易專案價值的影響程度。因此，本文針對在雙邊貿易的架構下，將產品進出口買賣之貿易行為建立成模型，並在該模型中加入隨機匯率，分別進行

進口貿易專案價值與出口貿易專案價值的評價，同時分析兩國的無風險利率對這些貿易專案價值的影響。

後續架構的安排如下：第二節為模型的基本假設，在該節裡，我們將定義文中所使用之一些符號的意義以及模型建立前所需之幾項基本的假設；第三節分別評價出以本國貨幣計價之進口貿易專案價值及出口貿易專案價值；第四節則針對進口貿易專案及出口貿易專案進行避險，並分析兩國的無風險利率對這些貿易專案價值的影響；最後一節為結論。

## 2. 模型基本假設

本節共分兩個小節，第一小節先定義文中所使用的一些符號的意義；第二小節則是建立模型前的幾項基本假設。

### 2.1 符號說明

本文模型中所使用的一些符號的意義定義如下：對任意時間  $t$ ,  $t \in [0, T)$  時：

$P_t^d$  = 在時間  $t$  時，產品於國內之每單位的售價；

$P_t^f$  = 在時間  $t$  時，產品於它國之每單位的售價；

$C_t^d$  = 在時間  $t$  時，向國內供應商進貨之每單位的產品價格，即進貨成本；

$C_t^f$  = 在時間  $t$  時，向國外供應商進貨之每單位的產品價格，即進貨成本；

$Q_t^d$  = 在時間  $t$  時，產品於國內的銷售量；

$Q_t^f$  = 在時間  $t$  時，產品於它國的銷售量；

$r_d$  = 本國市場的無風險利率， $r_d$  為正的常數；

$r_f$  = 外國（它國）市場的無風險利率， $r_f$  為正的常數；

$X_t$  = 在時間  $t$  時，以本國貨幣計價之即期匯率，即以本國貨幣計價之一單位外幣的價格；

$Y_t$  = 在時間  $t$  時，以外國貨幣計價之即期匯率，即以外國貨幣計價之一單位本國貨幣的價格。此處  $Y_t = \frac{1}{X_t}$ ；

$\pi_t$  = 在時間  $t$  時，產品的利潤；

$V_t^d$  = 在時間  $t$  時，以本國貨幣計價之企業進口貿易專案的價值；

$V_t^f$  = 在時間  $t$  時，以本國貨幣計價之企業出口貿易專案的價值。

### 2.2 基本假設

倘若某家以產品買賣業務為主的企業，與它國（生產國）的某家產品供應商制定產品供輸合約以

進口單一產品銷售，該進口貿易專案合約除了訂定每單位產品的進貨價格外，並約定買賣雙方的交易與付款方式為：買方自它國（生產國）產品供應商進口產品至國內（消費國）銷售時，不先行墊付貨款，而是以開立信用狀（Local Credit）予賣方的方式以延遲  $\Delta t$  時間後再以外幣支付款項；同樣地，該企業與國內（生產國）的某家產品供應商制定產品供輸合約將單一產品外銷，該出口貿易專案合約亦訂定每單位產品的進貨價格，並約定買賣雙方的交易與付款方式為：買方向國內（生產國）產品供應商進貨外銷至它國（消費國）時，亦不先行墊付貨款，而是以開立信用狀（Local Credit）予賣方的方式以延遲  $\Delta t$  時間後再支付款項。現欲針對於  $[t, T)$ ,  $0 \leq t < T$  的銷售期間，可連續交易的進口貿易專案價值與出口貿易專案價值進行評估，則該企業應如何有效評估這兩種專案的價值呢？欲評估這些專案價值之前，需先進行幾項基本的假設如下，再建立專案價值的模型以評價之。

假設 (1)：假設我們所交易的市場，為一個完全競爭（complete）且無套利機會（no arbitrage opportunity）的市場。任何企業在該市場交易產品，都不可能有利行爲出現。

假設 (2)：假設產品於該市場的交易行爲是連續進行的，且不考慮手續費、關稅稅率、運輸等費用。

假設 (3)：以本國貨幣計價之即期匯率（spot exchange rate） $X_t$  的動態過程：

由於該交易市場為完全競爭市場，因此，根據 Musiela and Rutkowski (2005)，我們可以假設在風險中立機率測度之下，以本國貨幣計價之即期匯率的動態過程服從幾何布朗運動（Geometric Brownian Motion，簡稱 GBM）如下：

$$\frac{dX_t}{X_t} = (r_d - r_f)dt + \sigma_X dW_t, \quad (1)$$

其中： $\sigma_X$  為即期匯率的標準差（standard deviation）， $\sigma_X > 0$ ， $W_t$  為在風險中立機率測度  $P$  之下的標準布朗運動（standard Brownian Motion）。此處外國的無風險利率  $r_f$  在此式所代表的經濟意義為每單位的  $X_t$  所發放的股息。

更進一步地，(1) 式可以寫成如下的形式：

$$X_s = X_t e^{(r_d - r_f - \frac{1}{2}\sigma_X^2)(s-t) + \sigma_X(W_s - W_t)}, \quad s \leq t \leq 0.$$

假設 (4)：產品交易的價格表示：

根據 Carruth et al. (2000) 的假設，每單位產品的價格可由「類似彈性需求」的關係（iso-elastic demand relationship）決定。基於此，企業自它國的產品供應商進口產品於國內銷售之每單位產品的售價可表示如下：

$$P_t^d = Q_T^d e^{-\frac{1}{\varepsilon_d}},$$

其中： $\varepsilon_d$  為產品於國內之價格需求彈性， $\varepsilon_d$  為常數且  $\varepsilon_d > 1$ 。

同樣地，企業自國內產品供應商進貨以銷售至它國之每單位產品的售價亦可以表示如下：

$$P_t^f = Q_T^f^{-\frac{1}{\varepsilon_f}},$$

其中： $\varepsilon_f$  為產品於國外之價格需求彈性， $\varepsilon_f$  為常數且  $\varepsilon_f > 1$ 。

#### 假設 (5)：產品的成本

由於每單位產品的進貨價格已在合約中言明，因此，無論是什麼時間，對進貨商而言，每單位產品的進貨成本皆固定，故我們可以假設企業向國內產品供應商進貨之每單位產品的進貨成本為常數，即：

$$C_t^d = C^d,$$

當然，我們亦可以假設企業向它國產品供應商進貨之每單位產品的進貨成本為常數，即：

$$C_t^f = C^f.$$

#### 假設 (6)：產品的銷售量

假設該企業進口或出口的產品均處於產品的衰退成熟期，根據廖四郎等人 (2004) 的假設，我們可令企業自它國產品供應商進貨至國內銷售之產品的銷售量為一個隨時間遞減的指數函數，即：

$$Q_t^d = \frac{1}{\theta_d} e^{-\frac{t}{\theta_d}},$$

其中： $\theta_d$  為常數，且  $\theta_d > 0$ 。

同樣地，我們亦可令企業自國內產品供應商外銷至它國之產品的銷售量為一個隨時間遞減的指數函數，即：

$$Q_t^f = \frac{1}{\theta_f} e^{-\frac{t}{\theta_f}},$$

其中： $\theta_f$  為常數，且  $\theta_f > 0$ 。

有了以上的假設之後，接著，我們就可以對進口貿易專案的價值與出口貿易專案的價值進行模型的建立與評價。

### 3. 進口貿易專案價值與出口貿易專案價值的評價

由於本模型之貿易專案的價值是在無套利環境的假設下評價的，故匯率的升值或貶值不會影響所評價之貿易專案的價值。又企業與產品供應商所約定之產品供輸合約的付款方式為延遲付款，因此，經營者持有銷售收入後，再支付給產品供應商貨款之可能的決策方式有：先將銷貨收入換匯後，存入銀行，至支付時點再支付貨款，或是先將銷貨收入存入銀行，再於支付時點換匯後支付貨款兩種模式。所以，本節的兩小節中，會分別依經營者換匯時間先後次序的不同，分成兩種情況評價。

另外，在評價方法上，一般而言，平賭過程評價法 (Martingale Method) 是較常見的專案價值評價方法，其做法是在風險中立情況下，利用該法導出折現至現值之預期未來到期現金流量的封閉解，該封閉解是一期 ( $t$  期) 專案價值的封閉解。欲得到本文之專案的總價值評價公式時，除了利用此法先求出  $t$  期專案價值的封閉解外，接著只需再將每一期的封閉解加總 (積分) 即可。然而，該方法的缺點是所求得的專案總價值評價公式非完整形態的評價公式。因此，本模型的評價方法，有別於平賭過程評價法，而是利用微積分與統計學的理論與技巧，將未來所預期的報酬累積加總 (積分) 計算，就能得到完整的專案總價值封閉解。以下的第一小節為進口貿易專案模型的建立與價值的評價；第二小節為出口貿易專案模型的建立與價值的評價。現在，我們就一一介紹之。

#### 3.1 進口貿易專案價值的評價

第一種：經營者先換匯之進口貿易專案價值的評價

面對一項進口貿易專案，倘若經營者支付貨款的決策是，將在時間  $t$  的產品銷售收入先換成外幣，存入本國的銀行，經過  $\Delta t$  時間，也就是於  $t + \Delta t$  時間時，支付貨款給國外 (它國) 的供應商，則在支付時間  $t + \Delta t$  的利潤，為時間  $t$  時於本國的銷貨收入先換成外幣存入本國銀行至時間  $t + \Delta t$  後之本利和，與支付日所需支付予產品供應商貨款之差額。所以，在時間  $t + \Delta t$  時，以外國貨幣計價之進口貿易專案的利潤為：

$$\pi_{t+\Delta t} = P_t^d Q_t^d Y_t e^{r_f \Delta t} - C^f Q_t^d。$$

根據 Harrison and Kreps (1979)，在完全競爭市場的環境下，專案利潤的現值為未來利潤於  $t$  期訊息下的條件期望值以該市場的無風險利率折現。因此，以本國貨幣計價之進口貿易專案於時間  $t$  的價值為：

$$E_t^P \left[ (\pi_{u+\Delta t} \cdot X_{u+\Delta t}) e^{-r_d(u+\Delta t-t)} \right], u \geq t。$$

此種進口貿易專案的總價值，為在  $[t, T]$  期間之每個時點所預期的利潤折現至  $t$  時點的總和，

故該進口貿易專案的價值為：

$$V_t^d = \frac{\varepsilon_d \theta_d^{\frac{1}{\varepsilon_d}} \left( e^{-\left[\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) T + r_d(T-t)\right]} - e^{-\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) t} \right)}{1 - \varepsilon_d(1 + r_d \theta_d)} + \frac{C^f X_t \left( e^{-\left[\frac{T}{\theta_d} + r_f(T+\Delta t-t)\right]} - e^{-\left(\frac{t}{\theta_d} + r_f \Delta t\right)} \right)}{1 + r_f \theta_d} \quad (2)$$

((2) 式的推導過程置於附錄 A 中。)

第二種：經營者於支付時點換匯之進口貿易專案價值的評價

面對一項進口貿易專案，經營者支付貨款給產品供應商的決策是，在時間  $t$  的產品銷售收入先存入本國的銀行，於  $t + \Delta t$  時間時再換成外幣，支付貨款給國外（它國）的供應商，則在支付時間  $t + \Delta t$  的利潤，為時間  $t$  時於本國的銷貨收入先存入本國的銀行至時間  $t + \Delta t$  後之本利和換成外幣後，扣除支付日所需支付予產品供應商貨款後的利潤。所以，在時間  $t + \Delta t$  時，以外國貨幣計價之進口貿易專案的利潤為：

$$\pi_{t+\Delta t} = P_t^d Q_t^d e^{r_d \Delta t} Y_{t+\Delta t} - C^f Q_t^d。$$

根據 Harrison and Kreps (1979)，在完全競爭市場的環境下，專案利潤的現值為未來利潤於  $t$  期訊息下的條件期望值以該市場的無風險利率折現。因此，以本國貨幣計價之進口貿易專案於時間  $t$  的價值為：

$$E_t^P [\pi_{u+\Delta t} \cdot X_{u+\Delta t}] e^{-r_d(u+\Delta t-t)}, u \geq t。$$

此種進口貿易專案的總價值，為在  $[t, T]$  期間未來每個時點所預期的利潤折現至  $t$  時點的總和。故以本國貨幣計價之該種進口貿易專案的價值為：

$$V_t^d = \frac{\varepsilon_d \theta_d^{\frac{1}{\varepsilon_d}} \left( e^{-\left[\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) T + r_d(T-t)\right]} - e^{-\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) t} \right)}{1 - \varepsilon_d(1 + r_d \theta_d)} + \frac{C^f X_t \left( e^{-\left[\frac{T}{\theta_d} + r_f(T+\Delta t-t)\right]} - e^{-\left(\frac{t}{\theta_d} + r_f \Delta t\right)} \right)}{1 + r_f \theta_d} \quad (3)$$

((3) 式的推導過程置於附錄 A 中。)

由 (2) 式和 (3) 式可知，不同之換匯時點的進口貿易專案價值是相同的，因此，在無套利環境下，經營者換匯時點的先後順序並不會改變進口貿易專案的價值，也就是說，即使換匯時間的不同，

也不會有套利情形發生。另外，因為進口貿易專案的價值不含  $\sigma_X^2$  項，所以即期匯率波動度的變動不會促使進口專案價值的改變。

### 3.2 出口貿易專案價值的評價

第一種：經營者先換匯之出口貿易專案價值的評價

面對一項出口貿易專案，倘若經營者支付貨款的決策是，將在時間  $t$  的產品銷售收入匯回國內換成本國貨幣後，存入本國的銀行，經過  $\Delta t$  時間，也就是於  $t + \Delta t$  時間時，支付貨款給國內的供應商，則在支付時間  $t + \Delta t$  的利潤，為時間  $t$  時的外銷收入先換成本國貨幣存入本國銀行至時間  $t + \Delta t$  後之本利和，與支付日所需支付予產品供應商貨款之差額。所以，在時間  $t + \Delta t$  時，以本國貨幣計價之出口貿易專案的利潤為：

$$\pi_{t+\Delta t} = P_t^f Q_t^f X_t e^{r_d \Delta t} - C^d Q_t^f,$$

該專案於時間  $u + \Delta t$  的利潤折現至時間  $t$  的價值為：

$$E_t^P [\pi_{u+\Delta t} e^{-r_d(u+\Delta t-t)}], u \geq t.$$

此種出口貿易專案的總價值，為在  $[t, T]$  期間之每個時點所預期的利潤折現至  $t$  時點的總和。故該出口貿易專案的價值為：

$$V_t^f = \frac{X_t \varepsilon_f \theta_f^{\frac{1}{\varepsilon_f}} \left( e^{-\left[\frac{1}{\theta_f} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_f}\right) T + r_f(T-t)\right]} - e^{-\frac{1}{\theta_f} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_f}\right) t} \right)}{1 - \varepsilon_f(1 + r_f \theta_f)} + \frac{C^d \left( e^{-\left[\frac{T}{\theta_f} + r_d(T+\Delta t-t)\right]} - e^{-\left(\frac{t}{\theta_f} + r_d \Delta t\right)} \right)}{1 + r_d \theta_f}. \quad (4)$$

((4) 式的推導過程置於附錄 B 中。)

第二種：經營者於支付時點換匯之出口貿易專案價值的評價

面對一項出口貿易專案，倘若經營者支付貨款的決策是，將在時間  $t$  的產品銷售收入匯回國內存入本國的銀行後，經過  $\Delta t$  時間，也就是於  $t + \Delta t$  時間時，換成本國貨幣以支付貨款給國內的供應商，則在支付時間  $t + \Delta t$  的利潤，為時間  $t$  時的外銷收入先存入本國銀行至時間  $t + \Delta t$  後之本利和，再於支付日換成本國貨幣以支付予產品供應商貨款之差額。所以，在時間  $t + \Delta t$  時，以本國貨幣計價之出口貿易專案的利潤為：

$$\pi_{t+\Delta t} = P_t^f Q_t^f e^{r_f \Delta t} X_{t+\Delta t} - C^d Q_t^f,$$



將  $u + \Delta t$  時間的利潤折現至時間  $t$  的價值為：

$$E_t^P [(\pi_{u+\Delta t} e^{-r_d(u+\Delta t-t)}), u \geq t.]$$

故該出口貿易專案的總價值，則為在  $[t, T]$  期間，未來每個時點的預期利潤折現至  $t$  時點之總和。所以該出口貿易專案的價值為：

$$V_t^f = \frac{X_t \varepsilon_f \theta_f^{\frac{1}{\varepsilon_f}} \left( e^{-\left[\frac{1}{\theta_f} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_f}\right) T + r_f(T-t)\right]} - e^{-\frac{1}{\theta_f} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_f}\right) t} \right)}{1 - \varepsilon_f(1 + r_f \theta_f)} + \frac{C^d \left( e^{-\left[\frac{T}{\theta_f} + r_d(T+\Delta t-t)\right]} - e^{-\left(\frac{t}{\theta_f} + r_d \Delta t\right)} \right)}{1 + r_d \theta_f} \quad (5)$$

((5) 式的推導過程置於附錄 B 中。)

由 (4) 式和 (5) 式可知，不同之換匯時點的出口貿易專案價值是相同的，因此，在無套利環境下，經營者換匯時點的先後順序也不會改變出口貿易專案的價值，也就是說，即使換匯時間的不同，也不會有套利情形發生。另外，因為出口貿易專案的價值不含  $\sigma_X^2$  項，所以即期匯率波動度的變動亦不會促使出口專案價值的改變。

## 4. 進口貿易專案和出口貿易專案的避險與敏感度分析

### 4.1 進口貿易專案和出口貿易專案的避險策略

由於進口貿易專案在執行期間，必定具有某種程度的風險，因此，執行該專案的經營者必須具備良好的避險策略。現在，我們就進口貿易專案的避險方式，分述如下：

將進口貿易專案價值的封閉解對匯率微分後，得到：

$$\frac{\partial V_t^d}{\partial X_t} = \frac{C^f \left( e^{-\left[\frac{T}{\theta_d} + r_f(T+\Delta t-t)\right]} - e^{-\left(\frac{t}{\theta_d} + r_f \Delta t\right)} \right)}{1 + r_f \theta_d} \leq 0,$$

表示當匯率升值一單位時，經營者最有力的避險方式是，必須售出  $C^f \left( e^{-\left[\frac{T}{\theta_d} + r_f(T+\Delta t-t)\right]} - e^{-\left(\frac{t}{\theta_d} + r_f \Delta t\right)} \right) / (1 + r_f \theta_d)$  單位的標的專案  $V_t^d$  以避險；反之，當匯率貶值一單位時，經營者最有力的避險方式是，必須持有  $C^f \left( e^{-\left[\frac{T}{\theta_d} + r_f(T+\Delta t-t)\right]} - e^{-\left(\frac{t}{\theta_d} + r_f \Delta t\right)} \right) / (1 + r_f \theta_d)$  單位的標的專案  $V_t^d$  以避險。

另外，在出口貿易專案的避險方面，出口貿易專案在執行期間，亦必定具有某種程度的風險，執行該專案的經營者亦必須具備良好的避險策略。因此，我們亦就出口貿易專案的避險方式，說明如下：

將出口貿易專案價值的封閉解對匯率微分後，得到：

$$\frac{\partial V_t^f}{\partial X_t} = \frac{\varepsilon_f \theta_f^{\frac{1}{\varepsilon_f}} \left( e^{-\left[\frac{1}{\theta_f} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_f}\right) T + r_f (T-t)\right]} - e^{-\frac{1}{\theta_f} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_f}\right) t} \right)}{1 - \varepsilon_f (1 + r_f \theta_f)} \geq 0,$$

表示當匯率升值一單位時，經營者最有力的避險方式是，須持有  $\varepsilon_f \theta_f^{\frac{1}{\varepsilon_f}} \left( e^{-\left[\frac{1}{\theta_f} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_f}\right) T + r_f (T-t)\right]} - e^{-\frac{1}{\theta_f} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_f}\right) t} \right) / (1 - \varepsilon_f (1 + r_f \theta_f))$  單位的標的專案  $V_t^f$  以避險；反之，當匯率貶值一單位時，經營者最有力的避險方式是，必須售出  $\varepsilon_f \theta_f^{\frac{1}{\varepsilon_f}} \left( e^{-\left[\frac{1}{\theta_f} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_f}\right) T + r_f (T-t)\right]} - e^{-\frac{1}{\theta_f} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_f}\right) t} \right) / (1 - \varepsilon_f (1 + r_f \theta_f))$  單位的標的專案  $V_t^f$  以避險。

#### 4.2 兩國無風險利率對進口貿易專案價值與出口貿易專案價值的影響

為了突顯兩國的無風險利率  $r_d$  與  $r_f$  對進口貿易專案和出口貿易專案的重要性，以下我們以比較靜態法分析兩國的無風險利率  $r_d$  與  $r_f$  對進口貿易專案價值與出口貿易專案價值之影響，並歸納出一些結論。在分析之前，我們須先固定式中的一些參數，並假設本國為臺灣，它國為美國，做為本模型中的兩國。

因為匯率  $X_t$  為以新台幣計價之一單位美元的價值，所以令  $X_t = 34.8$ 。對於產品價格的需求彈性，我們令本國的產品價格需求彈性  $\varepsilon_d = 1.5$ ；同樣地，我們亦令外國的產品價格需求彈性為  $\varepsilon_f = 1.5$ 。不失一般性，國內產品銷售量的參數  $\theta_d$  可設為  $\theta_d = 2$ ，而外國產品銷售量的參數  $\theta_f$  亦可設為  $\theta_f = 2$ 。此外，從國外購買，以美元計價之每單位產品的成本，我們令  $C^f = 0.05$ ；而從國內購買，以新台幣計價之每單位產品的成本，我們令  $C^d = 10$ 。最後，無論產品於國內銷售，亦或是於國外銷售，我們都令銷售始點  $t = 0$ ，且產品的銷售期為一年，即  $T = 1$ ，延遲付款時間則以一般企業開票，延遲支付三個月的時間差為基準，即  $\Delta t = 0.25$ 。

圖 1 為國內的無風險利率  $r_d$  與外國的無風險利率  $r_f$  對進口貿易專案價值的影響。圖 2 為國內的無風險利率  $r_d$  與外國的無風險利率  $r_f$  對出口貿易專案價值的影響。觀察這兩個圖，我們發現，以本國貨幣計價之進口貿易專案價值和出口貿易專案價值都會受到國內無風險利率  $r_d$  與外國無風險利率  $r_f$  的變動而有所變化。國內無風險利率  $r_d$  的升高將導致進口貿易專案價值及出口貿易專案價值的增加，兩者呈現正相關；而外國無風險利率  $r_f$  的升高將促使進口貿易專案價值及出

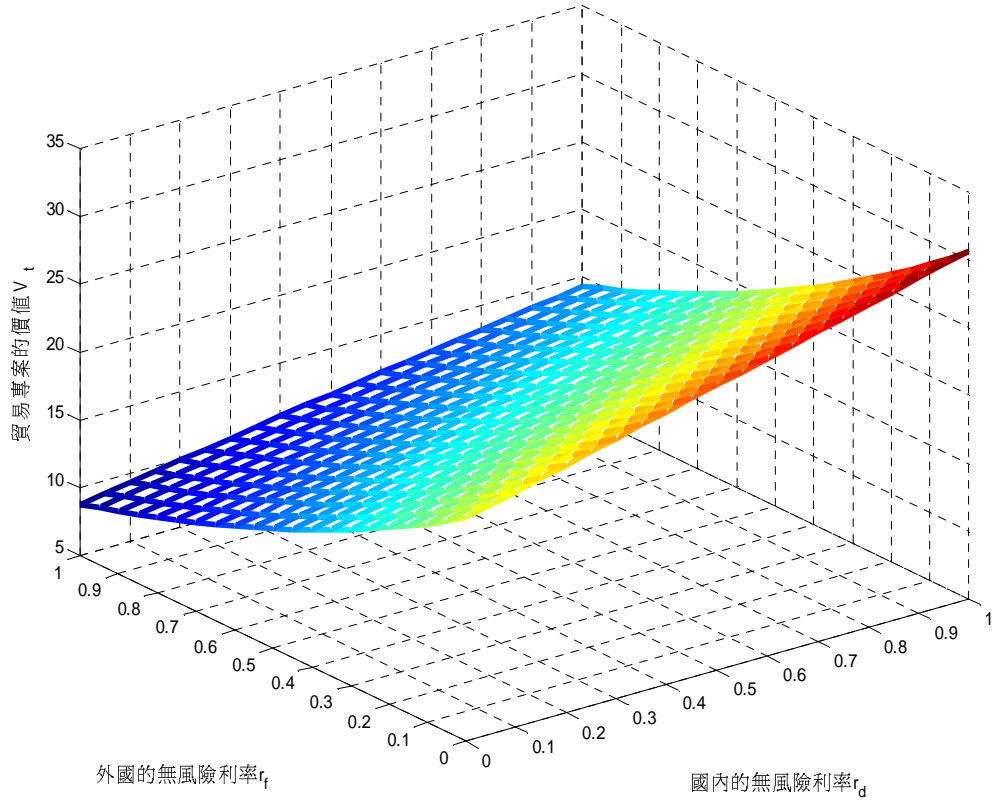


圖 1 國內的無風險利率  $r_d$  與外國的無風險利率  $r_f$  對進口貿易專案價值的影響。

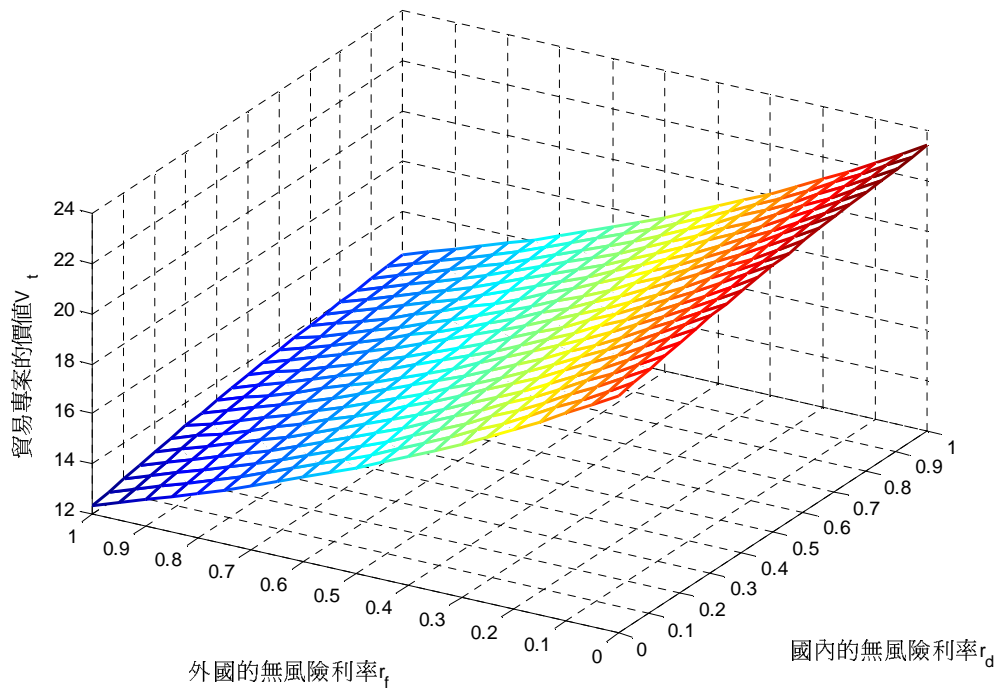


圖 2 國內的無風險利率  $r_d$  與外國的無風險利率  $r_f$  對出口貿易專案價值的影響。

口貿易專案價值的下跌，兩者呈現負相關。之所以呈現此種現象，是因為貿易專案的價值和以本國貨幣計價之每單位外幣的匯率  $X_t$  連結，而國內的無風險利率  $r_d$  為每單位  $X_t$  的成長率，外國的無風險利率  $r_f$  為每單位  $X_t$  所發放的股利率，當國內的無風險利率  $r_d$  越高，表示專案價值的成長越快速，而當外國的無風險利率  $r_f$  越高，表示所發放的股息越多，就會促使貿易專案的價值越低。此外，就國際貿易實務的觀點而言，雖然匯率的貶值，有利於企業將產品出口至國外銷售，匯率的升值，有利於企業進口產品於國內銷售，然而，若再將兩國的利率考量進來，從事產品進出口銷售的經營者，對於以本國貨幣計價之進口貿易專案與出口貿易專案，若期望專案的利潤能更多，就會希望國內的無風險利率  $r_d$  越高越好，而外國的無風險利率  $r_f$  越低越好。

因此，我們可以歸納出，於風險中立之無套利環境的假設下，將隨機匯率納入考慮後，所評價之進口貿易專案價值與出口貿易專案價值，與本國的無風險利率呈現正相關；與外國的無風險利率呈現負相關的結果。因為兩國無風險利率的變動會影響進口貿易專案價值與出口貿易專案價值，經營者會期望在匯率持續升值、國內無風險利率走低、外國的無風險利率走高三項有利的因素下，執行進口貿易專案；反之，經營者會期望在匯率持續貶值、國內無風險利率走低、外國的無風險利率走高三項有利的因素下，執行出口貿易專案。

## 5. 結論

近年來，世界各國為了強化本身的經貿實力，除了在世界貿易組織 (World Trade Organization, 簡稱 WTO) 的多邊貿易架構下進行貿易自由化外，對於區域間的整合與結盟，更是如火如荼地展開。以亞太地區為例，陸續有東協自由貿易協定 (ASEAN Free Trade Area, 簡稱 AFTA)、東協加一 (東協各國加上中國) 與東協加三 (東協各國加上中、日、韓三國) 等亞太區域經貿聯盟的組成。這些組織的形成，將會使全球市場更高度國際化，國與國之間的貿易行為愈將日益頻繁且愈趨複雜。面對當下的環境，企業經營者如何對進口貿易專案與出口貿易專案做出準確的評價，使得執行該專案時能有效獲利，將是企業貿易能否成功的關鍵。本文假設匯率服從幾何布朗運動，以雙邊貿易為架構，在風險中立的無套利環境下，導出進口貿易專案價值與出口貿易專案價值的封閉解，並提出進口貿易專案與出口貿易專案的避險方式，同時分別分析本國的無風險利率與外國的無風險利率對進口貿易專案價值與出口貿易專案價值的影響。

本文主要的結論如下：第一、由於導出以本國貨幣計價之進口貿易專案價值與出口貿易專案價值的封閉解，使我們能精確地估算出整個專案的價值，經營者可根據所預測的專案價值，以決定是否執行或放棄；第二、在風險中立之無套利環境的假設下，匯率的升值與貶值、產品利潤換匯時點的先後順序及匯率的波動度不會影響進口貿易專案的價值和出口貿易專案的價值；第三、由於匯率與利

率的關聯性，使得兩國的無風險利率影響了進口貿易專案與出口貿易專案的價值。在進口貿易專案方面，除了預期未來匯率的升值有利於該專案的執行外，經營者亦須注意國內的無風險利率與國外的無風險利率的高低變化，以決定是否執行該專案。就出口貿易專案而言，除了預期未來匯率的貶值有利於該專案的執行外，經營者也須掌握國內的無風險利率與國外的無風險利率的高低變化，以決定是否執行該專案。在此期望本文的模型與結果能提供給專營產品進出口的企業與該研究領域的學術先進一個參考的依據。

## 附錄

### A. 推導進口貿易專案價值的封閉解

首先，先推導 (2) 式：

$$\begin{aligned}
 V_t^d &= \int_t^T \mathbb{E}_t^P \left[ (\pi_{u+\Delta t} \cdot X_{u+\Delta t}) e^{-r_d(u+\Delta t-t)} \right] du \\
 &= \int_t^T \mathbb{E}_t^P \left[ (P_u^d Q_u^d \cdot Y_u \cdot e^{r_f \Delta t} - C^f Q_u^d) \cdot X_{u+\Delta t} e^{-r_d(u+\Delta t-t)} \right] du \\
 &= \int_t^T \mathbb{E}_t^P \left[ (P_u^d Q_u^d \cdot Y_u \cdot e^{r_f \Delta t} \cdot X_{u+\Delta t} - C^f Q_u^d \cdot X_{u+\Delta t}) e^{-r_d(u+\Delta t-t)} \right] du \\
 &= \int_t^T \mathbb{E}_t^P \left[ \left( \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{-\frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{\frac{u}{\theta_d \varepsilon_d}} \cdot \frac{1}{\theta_d} e^{-\frac{u}{\theta_d}} \cdot Y_u \cdot e^{r_f \Delta t} \cdot X_u e^{(r_d - r_f - \frac{1}{2} \sigma_X^2) \Delta t + \sigma_X (W_{u+\Delta t} - W_u)} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - C^f \cdot \frac{1}{\theta_d} e^{-\frac{u}{\theta_d}} \cdot X_t e^{(r_d - r_f - \frac{1}{2} \sigma_X^2)(u+\Delta t-t) + \sigma_X (W_{u+\Delta t} - W_t)} \right) e^{-r_d(u+\Delta t-t)} \right] du \\
 &= \int_t^T \mathbb{E}_t^P \left[ \left( \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{-\frac{1}{\theta_d} (1-\frac{1}{\varepsilon_d}) u} \cdot e^{(r_d - \frac{1}{2} \sigma_X^2) \Delta t + \sigma_X (W_{u+\Delta t} - W_u)} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{C^f X_t}{\theta_d} \cdot e^{-\frac{u}{\theta_d}} \cdot e^{(r_d - r_f - \frac{1}{2} \sigma_X^2)(u+\Delta t-t) + \sigma_X (W_{u+\Delta t} - W_t)} \right) e^{-r_d(u+\Delta t-t)} \right] du \\
 &= \int_t^T \mathbb{E}_t^P \left[ \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{-\frac{1}{\theta_d} (1-\frac{1}{\varepsilon_d}) u} \cdot e^{(r_d - \frac{1}{2} \sigma_X^2) \Delta t + \sigma_X (W_{u+\Delta t} - W_u)} \cdot e^{-r_d(u+\Delta t-t)} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{C^f X_t}{\theta_d} \cdot e^{-\frac{u}{\theta_d}} \cdot e^{(r_d - r_f - \frac{1}{2} \sigma_X^2)(u+\Delta t-t) + \sigma_X (W_{u+\Delta t} - W_t)} \cdot e^{-r_d(u+\Delta t-t)} \right] du \\
 &= \int_t^T \mathbb{E}_t^P \left[ \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{-\frac{1}{\theta_d} (1-\frac{1}{\varepsilon_d}) u} \cdot e^{-\frac{1}{2} \sigma_X^2 \Delta t} \cdot e^{\sigma_X (W_{u+\Delta t} - W_u)} \cdot e^{-r_d(u-t)} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{C^f X_t}{\theta_d} \cdot e^{-\frac{u}{\theta_d}} \cdot e^{-(r_f + \frac{1}{2} \sigma_X^2)(u+\Delta t-t) + \sigma_X (W_{u+\Delta t} - W_t)} \right] du \\
 &= \int_t^T \left[ \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{-\frac{1}{\theta_d} (1-\frac{1}{\varepsilon_d}) u} \cdot e^{-\frac{1}{2} \sigma_X^2 \Delta t} \cdot e^{-r_d(u-t)} \cdot \mathbb{E}_t^P \left( e^{\sigma_X (W_{u+\Delta t} - W_u)} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{C^f X_t}{\theta_d} \cdot e^{-\frac{u}{\theta_d}} \cdot e^{-(r_f + \frac{1}{2} \sigma_X^2)(u+\Delta t-t)} \cdot \mathbb{E}_t^P \left( e^{\sigma_X (W_{u+\Delta t} - W_t)} \right) \right] du,
 \end{aligned}$$

因爲  $\sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_u) \sim \text{Normal}(0, \sigma_X^2 \Delta t)$ , 所以  $E_t^P (e^{\sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_u)}) = E_t^P E_u^P (e^{\sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_u)})$   
 $= E_t^P (e^{\frac{1}{2}\sigma_X^2 \Delta t}) = e^{\frac{1}{2}\sigma_X^2 \Delta t}$ . 又  $\sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_t) \sim \text{Normal}(0, \sigma_X^2(u + \Delta t - t))$ , 所以  
 $E_t^P (e^{\sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_t)}) = e^{\frac{1}{2}\sigma_X^2(u + \Delta t - t)}$ . 將此結果代入上式, 此專案的價值爲:

$$\begin{aligned}
V_t^d &= \int_t^T \left[ \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1 - \frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{-\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) u} \cdot e^{-\frac{1}{2}\sigma_X^2 \Delta t} \cdot e^{-r_d(u-t)} \cdot e^{\frac{1}{2}\sigma_X^2 \Delta t} \right. \\
&\quad \left. - \frac{C^f X_t}{\theta_d} \cdot e^{-\frac{u}{\theta_d}} \cdot e^{-(r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2)(u + \Delta t - t)} \cdot e^{\frac{1}{2}\sigma_X^2(u + \Delta t - t)} \right] du \\
&= \int_t^T \left[ \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1 - \frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{-\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) u} \cdot e^{-r_d(u-t)} - \frac{C^f X_t}{\theta_d} \cdot e^{-\frac{u}{\theta_d} - r_f(u + \Delta t - t)} \right] du \\
&= \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1 - \frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{r_d t} \cdot \int_t^T e^{-\left[\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) + r_d\right] u} du - \frac{C^f X_t}{\theta_d} \cdot e^{-r_f(\Delta t - t)} \cdot \int_t^T e^{-\left(\frac{1}{\theta_d} + r_f\right) u} du \\
&= \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1 - \frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{r_d t} \cdot \frac{\varepsilon_d \theta_d}{1 - \varepsilon_d(1 + r_d \theta_d)} \cdot \left( e^{-\left[\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) + r_d\right] T} - e^{-\left[\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) + r_d\right] t} \right) \\
&\quad - \frac{C^f X_t}{\theta_d} \cdot e^{-r_f(\Delta t - t)} \cdot \left( -\frac{\theta_d}{1 + r_f \theta_d} \right) \cdot \left( e^{-\left(\frac{1}{\theta_d} + r_f\right) T} - e^{-\left(\frac{1}{\theta_d} + r_f\right) t} \right) \\
&= \frac{\varepsilon_d \theta_d^{\frac{1}{\varepsilon_d}} \left( e^{-\left[\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) T + r_d(T-t)\right]} - e^{-\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) t} \right)}{1 - \varepsilon_d(1 + r_d \theta_d)} \\
&\quad + \frac{C^f X_t \left( e^{-\left[\frac{T}{\theta_d} + r_f(T + \Delta t - t)\right]} - e^{-\left(\frac{t}{\theta_d} + r_f \Delta t\right)} \right)}{1 + r_f \theta_d}.
\end{aligned}$$

接著, 再推導 (3) 式:

$$\begin{aligned}
V_t^d &= \int_t^T E_t^P \left[ (\pi_{u+\Delta t} \cdot X_{u+\Delta t}) e^{-r_d(u + \Delta t - t)} \right] du \\
&= \int_t^T E_t^P \left[ (P_u^d Q_u^d e^{r_d \Delta t} Y_{u+\Delta t} - C^f Q_u^d) \cdot X_{u+\Delta t} \cdot e^{-r_d(u + \Delta t - t)} \right] du \\
&= \int_t^T E_t^P \left[ \left( \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{-\frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{\frac{u}{\theta_d \varepsilon_d}} \cdot \frac{1}{\theta_d} e^{-\frac{u}{\theta_d}} \cdot e^{r_d \Delta t} - C^f \cdot \frac{1}{\theta_d} e^{-\frac{u}{\theta_d}} \cdot X_{u+\Delta t} \right) e^{-r_d(u + \Delta t - t)} \right] du \\
&= \int_t^T E_t^P \left[ \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1 - \frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{-\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) u} \cdot e^{r_d \Delta t} \cdot e^{-r_d(u + \Delta t - t)} \right. \\
&\quad \left. - \frac{C^f}{\theta_d} \cdot e^{-\frac{u}{\theta_d}} \cdot X_t e^{(r_d - r_f - \frac{1}{2}\sigma_X^2)(u + \Delta t - t) + \sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_t)} \cdot e^{-r_d(u + \Delta t - t)} \right] du \\
&= \int_t^T \left[ \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1 - \frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{-\frac{1}{\theta_d} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_d}\right) u - r_d(u-t)} \right. \\
&\quad \left. - \frac{C^f X_t}{\theta_d} \cdot e^{-\left[\frac{u}{\theta_d} + (r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2)(u + \Delta t - t)\right]} \cdot E_t^P (e^{\sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_t)}) \right] du,
\end{aligned}$$

因爲  $\sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_t) \sim \text{Normal}(0, \sigma_X^2(u + \Delta t - t))$ , 所以  $E_t^P (e^{\sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_t)}) =$

$e^{\frac{1}{2}\sigma_X^2(u+\Delta t-t)}$ 。故該專案的總價值為：

$$\begin{aligned}
 V_t^d &= \int_t^T \left[ \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{-\frac{1}{\theta_d} \left(1-\frac{1}{\varepsilon_d}\right) u - r_d(u-t)} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{C^f X_t}{\theta_d} \cdot e^{-\left[\frac{u}{\theta_d} + \left(r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2\right)(u+\Delta t-t)\right]} \cdot e^{\frac{1}{2}\sigma_X^2(u+\Delta t-t)} \right] du \\
 &= \int_t^T \left[ \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{-\frac{1}{\theta_d} \left(1-\frac{1}{\varepsilon_d}\right) u - r_d(u-t)} - \frac{C^f X_t}{\theta_d} \cdot e^{-\left[\frac{u}{\theta_d} + r_f(u+\Delta t-t)\right]} \right] du \\
 &= \left( \frac{1}{\theta_d} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_d}} \cdot e^{r_d t} \cdot \int_t^T e^{-\left[\frac{1}{\theta_d} \left(1-\frac{1}{\varepsilon_d}\right) + r_d\right] u} du - \frac{C^f X_t}{\theta_d} \cdot e^{-r_f(\Delta t-t)} \cdot \int_t^T e^{-\left(\frac{1}{\theta_d} + r_f\right) u} du \\
 &= \frac{\varepsilon_d \theta_d^{\frac{1}{\varepsilon_d}} \left( e^{-\left[\frac{1}{\theta_d} \left(1-\frac{1}{\varepsilon_d}\right) T + r_d(T-t)\right]} - e^{-\frac{1}{\theta_d} \left(1-\frac{1}{\varepsilon_d}\right) t} \right)}{1 - \varepsilon_d(1 + r_d \theta_d)} \\
 &\quad + \frac{C^f X_t \left( e^{-\left[\frac{T}{\theta_d} + r_f(T+\Delta t-t)\right]} - e^{-\left(\frac{T}{\theta_d} + r_f\right) \Delta t} \right)}{1 + r_f \theta_d}。
 \end{aligned}$$

## B. 推導出口貿易專案價值的封閉解

首先，先推導 (4) 式：

$$\begin{aligned}
 V_t^f &= \int_t^T \mathbb{E}_t^P \left[ (\pi_{u+\Delta t} \cdot e^{-r_d(u+\Delta t-t)}) \right] du \\
 &= \int_t^T \mathbb{E}_t^P \left[ (P_u^f Q_u^f X_u e^{r_d \Delta t} - C^d Q_u^f) e^{-r_d(u+\Delta t-t)} \right] du \\
 &= \int_t^T \mathbb{E}_t^P \left[ \left[ \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot e^{\frac{u}{\theta_f \varepsilon_f}} \cdot \frac{1}{\theta_f} e^{-\frac{u}{\theta_f}} \cdot X_t e^{\left(r_d - r_f - \frac{1}{2}\sigma_X^2\right)(u-t) + \sigma_X(W_u - W_t)} \cdot e^{r_d \Delta t} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - C^d \cdot \frac{1}{\theta_f} e^{-\frac{u}{\theta_f}} \right) e^{-r_d(u+\Delta t-t)} \right] du \\
 &= \int_t^T \mathbb{E}_t^P \left[ \left[ \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot X_t \cdot e^{-\left[r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2 + \frac{1}{\theta_f} \left(1-\frac{1}{\varepsilon_f}\right)\right] u + \left(r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2\right)t + \sigma_X(W_u - W_t)} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{C^d}{\theta_f} \cdot e^{-\left(r_d + \frac{1}{\theta_f}\right) u + r_d(t-\Delta t)} \right] \right] du \\
 &= \int_t^T \left[ \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot X_t \cdot e^{\left(r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2\right)t} \cdot e^{-\left[r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2 + \frac{1}{\theta_f} \left(1-\frac{1}{\varepsilon_f}\right)\right] u} \cdot \mathbb{E}_t^P \left( e^{\sigma_X(W_u - W_t)} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{C^d}{\theta_f} \cdot e^{r_d(t-\Delta t)} \cdot e^{-\left(r_d + \frac{1}{\theta_f}\right) u} \right] du,
 \end{aligned}$$

因為  $\sigma_X(W_u - W_t) \sim \text{Normal}(0, \sigma_X^2(u-t))$ ，所以  $\mathbb{E}_t^P \left( e^{\sigma_X(W_u - W_t)} \right) = e^{\frac{1}{2}\sigma_X^2(u-t)}$ 。因此，

該專案的價值為:

$$\begin{aligned}
V_t^f &= \int_t^T \left[ \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot X_t \cdot e^{(r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2)t} \cdot e^{-\left[ r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2 + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right] u} \cdot e^{\frac{1}{2}\sigma_X^2(u-t)} \right. \\
&\quad \left. - \frac{C^d}{\theta_f} \cdot e^{r_d(t-\Delta t)} \cdot e^{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right) u} \right] du \\
&= \int_t^T \left[ \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot X_t \cdot e^{r_f t} \cdot e^{-\left[ r_f + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right] u} - \frac{C^d}{\theta_f} \cdot e^{r_d(t-\Delta t)} \cdot e^{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right) u} \right] du \\
&= \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot X_t \cdot e^{r_f t} \cdot \int_t^T e^{-\left[ r_f + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right] u} du - \frac{C^d}{\theta_f} \cdot e^{r_d(t-\Delta t)} \cdot \int_t^T e^{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right) u} du \\
&= \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot X_t \cdot e^{r_f t} \cdot \frac{e^{-\left[ r_f + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right] T} - e^{-\left[ r_f + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right] t}}{-\left[ r_f + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right]} \\
&\quad - \frac{C^d}{\theta_f} \cdot e^{r_d(t-\Delta t)} \cdot \frac{e^{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right) T} - e^{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right) t}}{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right)} \\
&= \frac{X_t \varepsilon_f \theta_f^{\frac{1}{\varepsilon_f}} \left( e^{-\left[ \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) T + r_f(T-t) \right]} - e^{-\frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) t} \right)}{1 - \varepsilon_f(1 + r_f \theta_f)} \\
&\quad + \frac{C^d \left( e^{-\left[ \frac{T}{\theta_f} + r_d(T+\Delta t-t) \right]} - e^{-\left( \frac{t}{\theta_f} + r_d \Delta t \right)} \right)}{1 + r_d \theta_f}.
\end{aligned}$$

接著, 推導 (5) 式:

$$\begin{aligned}
V_t^f &= \int_t^T \mathbb{E}_t^{\text{P}} \left[ (\pi_{u+\Delta t} \cdot e^{-r_d(u+\Delta t-t)}) \right] du \\
&= \int_t^T \mathbb{E}_t^{\text{P}} \left[ (P_u^f Q_u^f e^{r_f \Delta t} X_{u+\Delta t} - C^d Q_u^f) e^{-r_d(u+\Delta t-t)} \right] du \\
&= \int_t^T \mathbb{E}_t^{\text{P}} \left[ \left[ \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot e^{\frac{u}{\theta_f \varepsilon_f}} \cdot \frac{1}{\theta_f} e^{-\frac{u}{\theta_f}} \cdot e^{r_f \Delta t} \cdot X_t e^{(r_d - r_f - \frac{1}{2}\sigma_X^2)(u+\Delta t-t) + \sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_t)} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - C^d \cdot \frac{1}{\theta_f} e^{-\frac{u}{\theta_f}} \right) e^{-r_d(u+\Delta t-t)} \right] du \\
&= \int_t^T \mathbb{E}_t^{\text{P}} \left[ \left[ \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot X_t \cdot e^{r_f \Delta t} \cdot e^{-\left[ r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2 + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right] u - \left( r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2 \right) (\Delta t - t) + \sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_t)} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{C^d}{\theta_f} \cdot e^{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right) u + r_d(t-\Delta t)} \right] du \right. \\
&= \int_t^T \left[ \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot X_t \cdot e^{-\left[ r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2 + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right] u - \left( r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2 \right) (\Delta t - t) + r_f \Delta t} \cdot \mathbb{E}_t^{\text{P}} \left( e^{\sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_t)} \right) \right. \\
&\quad \left. - \frac{C^d}{\theta_f} \cdot e^{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right) u + r_d(t-\Delta t)} \right] du,
\end{aligned}$$

因為  $\sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_t) \sim \text{Normal}(0, \sigma_X^2(u+\Delta t-t))$ , 故  $\mathbb{E}_t^{\text{P}} \left( e^{\sigma_X(W_{u+\Delta t} - W_t)} \right) = e^{\frac{1}{2}\sigma_X^2(u+\Delta t-t)}$ .



因此，該貿易專案的價值為：

$$\begin{aligned}
 V_t^f &= \int_t^T \left[ \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot X_t \cdot e^{-\left[ r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2 + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right] u - \left( r_f + \frac{1}{2}\sigma_X^2 \right) (\Delta t - t) + r_f \Delta t} \cdot e^{\frac{1}{2}\sigma_X^2 (u + \Delta t - t)} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{C^d}{\theta_f} \cdot e^{r_d(t-\Delta t)} e^{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right) u} \right] du \\
 &= \int_t^T \left[ \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot X_t \cdot e^{-\left[ r_f + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right] u + r_f t} - \frac{C^d}{\theta_f} \cdot e^{r_d(t-\Delta t)} \cdot e^{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right) u} \right] du \\
 &= \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot X_t \cdot e^{r_f t} \int_t^T e^{-\left[ r_f + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right] u} du - \frac{C^d}{\theta_f} \cdot e^{r_d(t-\Delta t)} \cdot \int_t^T e^{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right) u} du \\
 &= \left( \frac{1}{\theta_f} \right)^{1-\frac{1}{\varepsilon_f}} \cdot X_t \cdot e^{r_f t} \cdot \frac{e^{-\left[ r_f + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right] T} - e^{-\left[ r_f + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right] t}}{-\left[ r_f + \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \right]} \\
 &\quad - \frac{C^d}{\theta_f} \cdot e^{r_d(t-\Delta t)} \cdot \frac{e^{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right) T} - e^{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right) t}}{-\left( r_d + \frac{1}{\theta_f} \right)} \\
 &= \frac{X_t \varepsilon_f \theta_f^{\frac{1}{\varepsilon_f}} \left( e^{-\left[ \frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) T + r_f(T-t) \right]} - e^{-\frac{1}{\theta_f} \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) t} \right)}{1 - \varepsilon_f (1 + r_f \theta_f)} \\
 &\quad + \frac{C^d \left( e^{-\left[ \frac{T}{\theta_f} + r_d(T+\Delta t-t) \right]} - e^{-\left( \frac{t}{\theta_f} + r_d \Delta t \right)} \right)}{1 + r_d \theta_f}
 \end{aligned}$$

### 參考文獻

- 廖四郎、陳坤銘、鄭宗松 (2004)。最適投資決策與產品生命週期 — 實質選擇權分析法。《中山管理評論》，11(3)，571-596。
- 劉宗欣、張銘仁 (2000)。進口物價的匯率轉嫁與不對稱性：台灣實證研究。《經濟論文》，28(4)，369-396。
- Arize, A. C. (1997). Conditional exchange-rate volatility and the volume of foreign trade: Evidence from seven industrialized countries. *Southern Economic Journal*, 64(1), 235-254.
- Broll, U. and Eckwert, B. (1999). Exchange rate volatility and international trade. *Southern Economic Journal*, 66, 178-185.

- Campa, J. M. and Goldberg, L. S. (2005). Exchange rate pass-through into import prices. *The Review of Economics and Statistics*, **87**(4), 679–690.
- Carruth, A., Dickerson, A., and Henley, A. (2000). What do we know about investment under uncertainty? *Journal of Economic Surveys*, **14**, 119–153.
- Harrison, J. and Kreps, D. (1979). Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets. *Journal of Economic Theory*, **20**, 381–408.
- Kim, H. S. (2005). Structural change in the effects of the exchange rate on output in Korea. *Economic Papers*, **7**(2), 1–19.
- Kim, K. and Lee, W. (1995). The impact of Korea's exchange rate volatility on Korean trade. *Asian Economic Journal*, **9**(1), 45–60.
- Musiela, M. and Rutkowski, M. (2005). *Martingale Method in Financial Modelling*, 2nd ed., New York: Springer-Verlag.
- Sukar, A. H. and Hassan, S. (2001). US exports and time-varying volatility of real exchange rate. *Global Finance Journal*, **12**, 109–119.
- Vigfusson, R. J., Sheets, N., and Gagnon, J. (2009). Exchange rate pass-through to export prices: Assessing cross-country evidence. *Review of International Economics*, **17**(1), 17–33.
- Weliwita, A., Ekanayake, E. M., and Tsujii, H. (1999). Real exchange rate volatility and Sri Lanka's exports to the developed countries, 1978–96. *Journal of Economic Development*, **24**, 147–165.

[民國 98 年 4 月收稿, 民國 99 年 7 月接受.]

---

**PRICING AND ANALYZING THE VALUE OF  
THE IMPORTING AND THE EXPORTING PROJECT  
UNDER THE STOCHASTIC EXCHANGE RATE**

**Wei-Hong Wang**

**Department of Money and Banking, National Chengchi University**

**ABSTRACT**

Generally speaking, while the decision making are made according to Financial Statement by managers, they often ignore the impact of the change degree of the exchange rate on the value of the importing project or the exporting project and that connect the domestic and foreign risk-free interest rate. Due to the dynamic of exchange rate and the uncertainty of risk-free interest rate, it is very difficult for us to price the value of the project accurately. Based on the framework of the bilateral trade and the risk-neutral environment, we set the economic model to price the value of the importing and the exporting project under the stochastic exchange rate. According to the tendency of the exchange rate, we derive the closed forms of the importing project and the exporting project, and base on the analytical solutions. Thus, we obtain the effect that domestic risk-free rate is positively correlated with the value of the exporting project and the importing project in terms of domestic currency, and the foreign risk-free rate is negatively correlated with the value of the exporting project and the importing project in terms of domestic currency.

Key words and phrases: Bilateral trade, exporting project, importing project, risk-free interest rate, stochastic exchange rate.

JEL classifications: C02, F13, G00.