

# 集體規劃

## —線性決策法則之應用

蔡渭水



### 作者簡介：

蔡渭水，民國42年5月16日生，台灣彰化縣人。

畢業於台灣大學化學系，大同工學院事業經營研究所碩士。

政治大學企業管理研究所博士班三年級。

### 著 作：

Linear Decision Rule Versus Management Coefficients.  
Methods In Peerless Paint Company Planning. 未發行碩士論文，1979.

### 摘要：

為了向臺灣的管理人員推介整體規劃的技巧，本論文將討論其中之一種技巧線性決策法則應用於一家124拓展油漆公司的結果，支持了“利用整體規劃模式能改善管理，因而使成本下降的假說”。

線性決策法則是建立在使總成本最低的觀念上。首先，建立有關的新資、存貨及生產成本函數，再將之加總為總成本函數，以生產量及勞工數對總成本函數作偏微分並令之為零即可求出決策法則，該決策法則係由一連串對將來各期的銷貨預測，上一期的存貨，及員工數加權而成。這些決策法則可協助管理人員作有關生產及雇用的決策，並進而產生大量的成本節省。

## 一、前 言

我國經濟在政府及企業界多年來努力耕耘的結果，已面臨如何邁入已開發國家的關頭。在一片技術晉級聲中，管理技術晉級獲得了極大的迴響，然而就管理程序中最重要的一項——計劃却未獲得應有的重視。一個月為期的生產排程也許較為企業界所常用，然而一年以上的中長期生產計劃却很少人留心去做。

講到中長期生產計劃的擬定，必須考慮到幾個問題：例如：當一個經營者面對銷售紀錄時，可能會想到下個月應該生產多少產品才能滿足顧客的需要；或者當一個員工離職時，經營者必須考慮是否招進新員工或只是調整職務就可以了。凡此等等只要任何現狀改變都會觸發類似上述的思考程序。當然，經營者可能對基於過去經驗之直覺判斷所為之解答感到滿意而不加深思，然而在今日商場競爭激烈中，如此直覺的決策將是非常冒險而且成本亦很高。因之，本研究之目的在於提供此類決策之系統化方法。

本研究着重於將經營者的視野擴大至中期計劃（medium range planning），亦即是一年期的計劃，或是在需求有季節性變化時，一個需求週期的計劃。也就是在利用固定之機器及其他資本設備而運用加班、聘雇、存貨等方式來減少一計劃期中需求變動的影響。本研究所應用之集體規劃（Aggregate Planning）法即是常用的中期計劃技術之一；其特徵是利用

對全體產品之集體銷貨數量（即不分產品種類求其總和）加以預測，以做為決定計劃期間內各期之生產、員工、存貨、加班等數量水準之基礎。因之，本研究包含了以下二個相關聯的問題：即存貨決策、生產及聘雇決策，茲分述如下：

### (一) 存貨決策問題：

存貨是調節產銷的主要工具，存貨部主管的基本工作是訂貨，貯存以隨時均能滿足顧客的需要。如果未來的需求是固定的，則存貨之調配自然不成問題，然而存貨部門對銷貨額幾乎無法控制，經理必須被動地接受訂單並須試圖對未來銷貨做預測。很不幸地，這些預測是無法完全正確；因此，在這節骨眼上必然產生嚴重的問題。庫存的存貨通常包含着廢棄（obsolescence），損壞（damage），保險及投資的利息等成本。這些存貨成本當然可以降低存貨量來減低；然而如此做將增大缺貨的風險，亦降低了服務水準，而可能促使顧客轉向其他競爭者購買，使企業蒙受損失。因之，如何決定存貨水平而使存貨成本與缺貨損失得保持平衡是一個相當重要的問題。

### (二) 生產及聘雇決策問題：

當每月訂單數量變動頗大時，為應付需求，有二種途徑可循，即使生產量或存貨量隨銷貨量之變動而變動。如果是變動存貨量則在庫存量高時，廢棄、保險、損壞、利息等成本亦隨之增高，若庫存超出原有容量而須另租倉庫時，則租金須加入計算。當庫存降低時，則又可能發生缺貨。另一方面，若以變動生產量來應付需求時，為提高生產量則須加班或增聘員工，惟在降低生產量時則可能產生員工閒置現

象，解雇或調職顯然也發生費用，但如維持生產水準，則增加存貨，故生產決策與存貨決策息息相關，但如果生產被控制住，則存貨量亦可決定。

面臨這些相互關連的決策，經營者必須決定那一種方法能最圓滿地達成其目標。是加班？儲存大量存貨？閒置設備？允許缺貨？增聘？解雇？或者以上各法之各種組合呢？

了解了以上各相關連問題及其相互間之關連性後，我們可以將集體規劃之假說整理如下：

集體規劃是中期計劃技術之一種，乃利用對銷貨之集體預測（即只預測各產品之總銷貨量，而不管產品組合中各產品比例的預測。）及上一期之存貨，員工水平以之決定下一期之生產及員工水平，藉以改善企業之營運，降低總成本。

集體規劃之方法頗多，大體可分為二大類，即：數學法（Mathematical Methods）及啟發法（Heuristic and Computer Search Methods）。數學法包括線性決策法則（Linear Decision Rule, LDR），運輸法（Transportation Model），簡捷法（Simplex Model）；啟發法包括：管理系數法（Management Coefficients Method, MCM），參數生產規劃（Parametric Production Planning, PPP），尋覓決策法則（Search Decision Rule, SDR）以及目標規劃（Goal Programming, GP），〔註一〕。

鑑於臺灣之客觀環境，我們認為下列三個條件是選擇模式所必須注意即：

- (1)理論結構必須簡單易懂。
- (2)獲得資料之成本必須合理。
- (3)必須容易應用。

在衆多的模式中，我們選擇了合乎以上三個條件的線性決策法則加以介紹。

## 二、線性決策法則之理論基礎

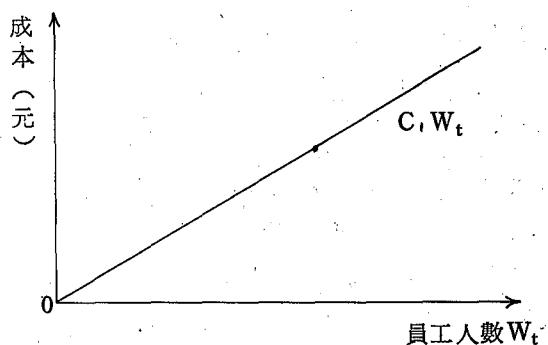
線性決策法則係於一九五五年由Holt, Modigliani 及 Simon首先在管理科學（Management Science）雜誌上發表後雖屢經引伸〔註二〕，然其基本原理却仍無重大之改變，即係假設各攸關成本係二次函數而將規劃期內各成本之總和，利用微分法，求得最小總攸關成本之決策法則。因之其主要內容為攸關成本函數之建立及決策法則之求得。

### (一) 攸關成本函數之建立：

所謂攸關成本在此係指沉入成本以外之成本包括：

#### 1 正常薪津：

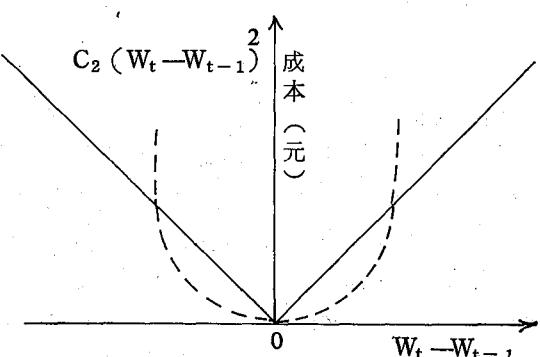
若以  $W_t$  代表第  $t$  月之員工人數， $C_1$  代表工資率，則第  $t$  月之正常薪津應為  $C_1 W_t$ ，若以圖示則如圖一：



#### 2 增雇及遣散成本：

員工人數變動時若為增雇則  $W_t - W_{t-1} > 0$ ，此時須支付雇用與訓練費用，若為遣散則  $W_t - W_{t-1} < 0$ ，此時發生遣散費用，如下圖所示實線部份，若以二次式配

合之，則如虛線部份所示：



大致上，二次曲線與折線成本函數其變化方向趨於一致，其所不同者僅斜率而已，且在一定範圍內，二次式仍是很好的配合方程式，因之增雇及遣散費用可以

$C_2(W_t - W_{t-1})^2$ ，[式2]代表之

### 3. 加班成本：

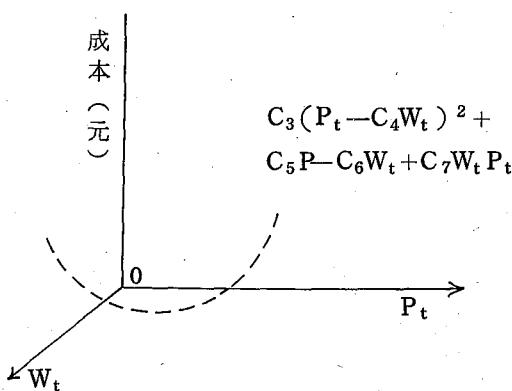
加班成本通常與生產量、員工數有直接關係，因之以當期之生產量  $P_t$  員工數  $W_t$  之二次式與之配合，而得加班成本為：

$$C_3 P_t^2 + a_1 P_t W_t + C_3 C_4 W_t^2 + C_5 P_t - C_6 W_t$$

若加以配方則得：

$$C_3(P_t - C_4 W_t)^2 + C_5 P_t - C_6 W_t + C_7 P_t W_t$$

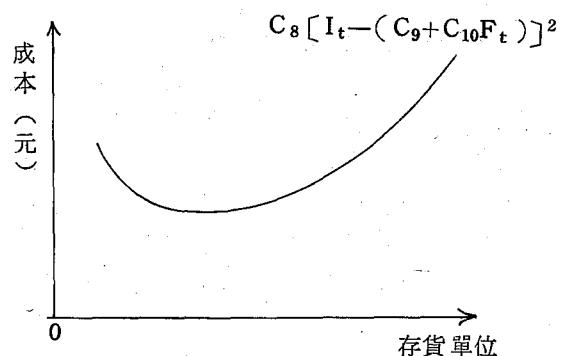
如圖三所示。



就其意義而言  $C_4$  代表員工之生產力， $C_5, C_6, C_7$  則分別為改良成本函數配合之係數。

### 4. 存貨成本

已知除非存貨能維持在理想的水平，否則勢必使成本增加，若以  $C_9 + C_{10} F_t$  代表理想存貨水平則存貨之成本大約可以  $C_8 [I_t - (C_9 + C_{10} F_t)]^2$ ，其中  $I_t$  代表第  $t$  期之存貨  $F_t$  為第  $t$  期之銷貨預測，則如圖四：



### (二) 決策法則之導出：

將此四種成本之總和為總成本之函數，期使  $T$  期中總成本為最低即：

$$\text{Min } C_T = \sum_{t=1}^T C_t$$

$$\text{其中 } C_t = [C_1 W_t + C_2 (W_t - W_{t-1})^2 + C_3 (P_t - C_4 W_t)^2 + C_5 P_t - C_6 W_t + C_7 P_t W_t + C_8 (I_t - C_9 - C_{10} F_t)^2]$$

subject to :

$$I_{t-1} + P_t - F_t = I_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots, T$$

將  $C_t$  分別對  $P_t$  及  $W_t$  偏微分，令之為零，即解得：

$$\begin{aligned} P_t = & a_1 F_t + b_1 W_{t-1} + C_1 - d_1 I_{t-1} \\ & + a_2 F_{t+1} \\ & + a_3 F_{t+2} \\ & + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_t = & e_1 F_t + b_2 W_{t-1} + C_2 - d_2 I_{t-1} \\ & + e_2 F_{t-11} \\ & + e_3 F_{t-12} \\ & + \dots \end{aligned}$$

即為所欲求之線性決策法則。

### 三、線性決策法則之應用：

#### (一) 實例研究對象

拓展油漆公司成立於民國47年，發展至今每年銷貨已超過新台幣六千萬元，其主要產品包括各種油漆及稀釋劑，規模在油漆業界不可謂之不大，然而該公司經營者每為中期計劃感到困擾，銷貨預測成了被生產部門攻擊的焦點，生產部門主管認為不準確的預測使得生產排程無法達到要求，而銷售部門主管則認為預測本來就無法完全正確，只是供做參考而已。

面臨這個問題，我們嘗試著以線性決策法則來加以解決。

#### (二) 研究設計

本研究之設計如下列步驟說明：首先將最近三年（65—67）內，有關生產、銷售、預測、存貨、員工、成本等資料加以收集，其次將65, 66二年的資料利用多元迴歸法建立各成本函數，接着將成本函數加總利用偏微分求得決策法則，最後，以67年之銷售量，公司預測，代入決策法則，求出各月之生產量、員工數及總成本，以之與該公司之實際決策及其實際總成本相互比較。

#### (三) 成本函數之求取

##### 1. 正常薪津：

拓展油漆公司由於成立已有20年之久；雖然員工流動率很高，但資深員工離職比率却很低，因之其正常薪資大致可以下式表示：

$$\text{正常薪資} = \$ 21,800 + 3,700 w_t \quad (\text{式 } 5)$$

其中 \$ 21,800 為（資深員工薪津率－新進員工薪津率）× 資深員工人數

\$ 3,700 為新進員工薪津率

$w_t$  為第  $t$  月之總員工人數

##### 2. 生產相關成本

原始的LDR模式認為員工之生產力為固定，即（式3）中之  $C_4$  惟事實上一個新進員工和一個熟練員工之生產力無論如何都不會相等，而其相互間之學習效果亦必須予以認定方為合理。另一方面，因與LDR有關之增雇及遣散成本在無法實行標準工時制之工廠中，其估計頗為困難；譬如，公司對員工之訓練如採在職訓練，則訓練期間之生產量降低，瑕疵品之數量增加，加班時數增多等之損失，其成本應如何由正常作業成本中予以分離，而藉以計算訓練費用，又如因遣散員工而造成士氣低落及產量降低之成本應如何計算？凡此種種原因之交互影響必然共同地表現於生產力上，若欲對加班成本及增雇遣散成本加以分析，則其效益與所需成本亦不相當，因此本文建議使用——綜合表示方法以解決此問題。由於各種因素所造成的結果都將表現於生產力上，所以我們打算以產量 ( $P_t$ ) 為目標函數，各種因素如正常工時 ( $TN$ )，加班工時 ( $TO$ )，離職人數 ( $TF$ )，新進員工第一個月之工作時數 ( $T_1$ )，第二個月之工作時數 ( $T_2$ )，第三個月之工作時數 ( $T_3$ )，等等為自變數，建立一迴歸模式，以決定標準產量。建立此一迴歸式的樣本必須由經營者自行選擇最能代表正常生產的月份所構成。以拓展油漆公司來說，該經理在65年～66年中選了十二個月實際資料作樣本，而建立了以下的標準產量  $P_t$  之迴歸方程式：

$$P_t = 58.726 + 0.0131819TN + \\ + 0.0258423TO + 0.0364758T_1 \\ + 0.0467106T_2 \quad (\text{式 } 6)$$

除了  $T_3$  因顯著水準 (Significant level) 不足於電腦運算中被捨棄外，其餘各自變數之  $t$  值分別為： $TN(2.488259)$ ,  $TO(2.633633)$ ,  $T_1(2.856209)$ ,  $T_2(3.900996)$  均優於 5% 之顯著水準，同時經觀察結果，發現該公司招募員工均屬非技術工人，其學習時間大約不超過二個月，因此，自變數  $T_3$  之捨棄應屬合理。至於此一標準產量式之解釋能力如何？因其判定係數 (Coefficient of Determination,  $R^2$ ) 等於 0.877588，即使經過自由度修正 [註三] 後亦達 0.807639，由此可知生產量之變動有 80% 以上可由四個自變數即  $TN$ ,  $TO$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  來解釋，是此種解釋亦屬相當可靠。因而，我們以該產量之迴歸式做為標準產量之決定式。

有了標準產量，我們可以估計因雇用、遣散……等等因素所產生效率低落之成本如下：

$$E_i = C_w(\bar{P}_i - P_i), \text{ 如果 } E_i < 0, \\ \text{表示成本之節省} \quad (\text{式 } 7)$$

如果  $E_i > 0$ ，表示應計入之效率低落成本，其中  $C_w$  代表單位產品之人工成本。

$P_i$  代表第  $i$  期之實際產量

$\bar{P}_i$  代表第  $i$  期推算之標準產量

生產相關成本到這裏已簡化為二種成本即加班成本及效率低落之成本，值得注意的是若效率低落成本  $E_i$  為負，則代表成本節省，應自生產相關成本中扣除。至於因員工不熟練而產生原料之耗損的情形，在拓展油漆公司並不顯著。因此省略不計，否則亦應計入生產相關成本。

接下來要做的是建立生產相關成本函數。因增雇遣散成本與生產成本分離不易，故而我們嘗試建立前述之標準產量式，以計算效率低落成本，因此在以生產相關

成本為應變數的迴歸式中，自應包括原來 LDR 方程式中有關增雇、遣散之自變數， $(W_t - W_{t-1})^2$ ，而使得我們的自變數共有  $W_t^2$ ,  $(W_t - W_{t-1})$ ,  $(W_t - W_{t-1})^2$ ,  $W_{t-1}^2$ ,  $P_t W_t$ ,  $P_t$ ,  $P_t^2$  等七個。

根據拓展油漆公司 65 至 66 二年 24 期的資料建立生產相關成本迴歸式時我們遇到了一個難題，那就是七個自變數間彼此之相關係數很大，以至於  $t$  一值遭到歪曲，無法做為取捨自變數之基準。一般遇到此等問題通常有五種解決方法即 [註四]：捨棄變數，更換變數，合併變數，一次差異，變數重組等。然而在本例中以上各法均會破壞 LDR 成本函數之因果關係，因之，在比較  $t$  一值，與因果關係何者重要時，我們認為後者較為重要，因此決定保持原有成本函數的變數組合而不理會自變數的顯著水準 ( $t$  一值)，所得到之成本函數如下：

$$\begin{aligned} \text{生產相關成本} = & 53231.6 + 2062.12 \\ & W_t^2 + 209.132P_t W_t \\ & + 0.953634 P_t^2 \\ & + 581.249 (W_t - W_{t-1}) \\ & + 1129.31 (W_t - W_{t-1})^2 + 2376.87 P_t \\ & - 27902.6 W_t \end{aligned} \quad (\text{式 } 8)$$

其判定係數  $R^2 = 0.906633$ ，經修正自由度後為  $R^2 = 0.865785$ ，此一結果，可以說相當令人滿意，惟須注意的是由於我們沒有捨棄變數，當自變數增多時，判定係數必定提高，然而經過修正自由度後猶維持 86.5785%，可見解釋能力亦相當高。

### 3. 存貨相關成本

拓展油漆公司的存貨相關成本，根據我們分析的結果包括下列三種即：存貨儲存成本 (Inventory Carrying costs)，整備成本 (Set up Costs) 及再處理成本 (Reprocessing Costs)，儲存成本是為維持存貨而發生之成本，包括因

(式9)

存貨增加而增加之存貨投資利息，倉庫人員費用，及因過時及損壞所造成之損失等。在拓展油漆公司，由於只有一座容量夠大的倉庫，因之，除了投資利息及過時，損壞所造成之損失外，其餘與存貨多寡無關不計，全部的儲存成本估計為每年20%。

整備成本的發生乃由於拓展油漆公司係採批量生產，一批產品生產完成到另一批產品開始生產為止必須經過機械整備，文書工作，工人工作重新指派等，其成本總額隨批量大小而變動，批量大則總整備成本減少，反之則增加，因此必須予以控制。就拓展油漆公司而言，所須整備之材料人事費用一次約為85元。

至於再處理成本的發生則是不合顧客要求的存貨經過加工而成為可出售之存貨的處理過程中所發生之人工成本，其計算方法為單位再處理產品之人工成本乘以產品數量。

以上三項成本的總和即為我們的存貨相關成本。然而在建立成本函數的迴歸方程式前，還有一件工作要做，即是估計最適當的存貨水準。首先我們須訂定最適當之存貨水準為再訂貨點，加上經濟存貨之半。至於經濟存貨可由儲存成本和整備成本相等而求得，即  $Q = \sqrt{\frac{2AS}{C}}$ ，A為年銷貨量，S為每次之擊備成本，C為每年之儲存成本以百分比表示，拓展油漆公司的A=六千萬元，S=85元，C=20%於是經濟存貨為225,830元，相當於4.5單位（每單位平均價格為五萬元），而平均存貨水準即為經濟存貨之半即2.25單位。又再訂貨點為二週之銷貨量，即50單位，因而最適存貨為52.25單位。

我們將24期的各項資料以迴歸運算結果如下：

$$\text{存貨相關成本} = 35484.3 + 38.6268 (I_t - 52.25)^2$$

其中  $I_t$  為第  $t$  期之平均存貨。（期初存貨+期末存貨/2）。自變數  $(I_t - 52.25)^2$  的  $t$ -值為 26.004240，其顯著水準遠超過 5%，而判定係數  $R^2 = 0.968491$ ，經修正自由度後亦達 0.967059 可說相當具有解釋能力。

現在我們再次回到 LDR 的標準式：

$$C_T = \sum_{t=1}^T C_t$$

$$\begin{aligned} C_t = & C_1 W_t + C_{13} \dots \dots \dots \text{正常薪津} \\ & + C_2 (W_t - W_{t-1} - C_{11})^2 \dots \dots \dots \text{增雇及遣散成本} \\ & + C_3 (P_t - C_4 W_t)^2 + C_5 P_t - C_6 W_t + C_{12} P_t W_t \dots \dots \dots \text{加班成本} \\ & + C_7 (I_t - C_8 - C_9 F_t) \dots \dots \dots \text{存貨成本} \end{aligned}$$

與拓展油漆公司成本函數對照的結果得到：

$$C_1 = 3700$$

$$C_2 = 1129.31$$

$$C_3 = 0.953634$$

$$C_4 = 46.501408$$

$$C_5 = 2376.87$$

$$C_6 = 27902.6$$

$$C_7 = 38.6268$$

$$C_8 = 52.25$$

$$C_9 = 0$$

$$C_{11} = -0.2573469$$

$$C_{12} = -120.44135$$

$$C_{13} = 110451.11$$

#### (四) 決策法則之計算

我們知道決策法則計算的基本原理即為  $\text{Minimize } C_T = \sum_{t=1}^T C_t$

Subject to  $I_{t-1} + P_t - F_t = I_t$

亦即  $\frac{\partial C_T}{\partial P_t} = 0 \quad \frac{\partial C_T}{\partial W_t} = 0$  之解。

然而由於方程式變數甚多，運算須涉及矩

陣，過程十分複雜，我們不打算深入研討而僅以 Holt 等人所提之簡算法來求得答案〔註四〕。其詳細運算過程則省略，有興趣者可參考〔註五〕。簡算法包括九個步驟，分別以拓展油漆公司之資料運算如下：

第一步：列出成本函數之各係數即：

$$\begin{aligned} C_1 &= 3700 \\ C_2 &= 1129.31 \\ C_3 &= 0.953634 \\ C_4 &= 46.501408 \\ C_5 &= 2376.87 \\ C_6 &= 27902.6 \\ C_7 &= 38.6268 \\ C_8 &= 52.25 \\ C_9 &= 0 \\ C_{11} &= -0.2573469 \\ C_{12} &= -120.44135 \\ C_{13} &= 110451.10 \end{aligned}$$

第二步：定義並計算引伸係數：（各引伸變數之定義純粹係方便計算，無其他意義）

$$\begin{aligned} C_{10} &\equiv C_1 - C_6 = -24202.6 \\ C_{14} &\equiv 2C_3 C_4 - C_{12} = 209.13199 \\ C_{15} &\equiv 2C_2 / C_{14} = 10.799973 \\ C_{16} &\equiv 2C_3 C_4^2 / C_{14} = 19.72075 \\ C_{17} &\equiv C_3 C_{15} / C_7 = 0.266634 \\ C_{18} &\equiv (2C_3 C_{16} - C_{14}) / 2C_7 \\ &= -2.4636471 \\ C_{19} &\equiv C_{16} + C_{18} + 2C_{15} + 3C_{17} \\ &= 39.65695 \\ C_{20} &\equiv C_{15} + 3C_{17} + C_{18} \\ &= 9.1362279 \\ C_{21} &\equiv C_{15} + 4C_{17} + C_{18} \\ &= 9.4028619 \\ C_{22} &\equiv C_{16} + C_{18} + 2C_{15} + 6C_{17} \\ &= 37.993205 \\ C_{23} &\equiv C_{16} + 2C_{15} = 41.320696 \end{aligned}$$

第三步：計算  $S$ ：（ $S$  係輔助方程式之根〔註六〕，用以求得另一參數  $\lambda$ ，而  $\lambda$  的幕數列即是用來推算對各期

銷貨預測之權數，詳細用法將於下面各步驟分別說明）

在此我們定義

$$S \equiv (1/2C_{17}) [(C_{15} + C_{18}) + \sqrt{(C_{15} + C_{18})^2 - 4C_{16}C_{17}}]$$

將各係數代入得

$$S_1 = 28.686797$$

$$S_2 = 2.5782547$$

第四步： $\lambda$  之計算：

我們定義  $\lambda$  為

$$\lambda \equiv \frac{1}{2} [(2+S) - \sqrt{S(4+S)}]$$

則將第三步中所求之  $S_1, S_2$  代入結果得

$$\lambda_1 = 0.0326219$$

$$\lambda_2 = 0.229976$$

第五步：將有關之係數代入 HMMS 方程式〔註 7〕

HMMS 方程式可表示如下：

$$(C_{19} - C_{21}\lambda_i + C_{17}\lambda_i^2)W_1 + C_{17}(1 - \lambda_i^{-1})W_2$$

$$= [1 + C_9(1 - \lambda_i)]$$

$$[\sum_{r=1}^{\infty} \lambda_i^{r-1} F_r] + [(C_{15} + C_{17})(1 - \lambda_i)] W_0 - I_0 + [C_8 -$$

$$\frac{C_{10}}{C_{14}(1 - \lambda_i)}] \quad i = 1, 2 \quad [\text{式 10}]$$

以及

$$P_1 = C_{10}/C_{14} - C_{15}W_2 + C_{23}W_1 - C_{15}W_0 \quad (\text{式 11})$$

以  $\lambda_i$  代入〔式 10〕得

$$39.35049W_1 - 7.9068322W_2$$

$$= \sum_{r=1}^{\infty} \lambda_i^{r-1} S_r + 11.057908W_0 - I_0 + 171.88143 \dots \quad (\text{式 12})$$

$$37.508619W_1 - 0.8924997W_2$$

$$= \sum_{r=1}^{\infty} \lambda_i^{r-1} S_r + 11.005287W_0 - I_0$$

$$+ 202.54249 \dots \text{ (式 13)}$$

第六步：解  $W_1$

以（式 12）與（式 13）聯立求得  $W_1$  解為

$$\begin{aligned} W_1 = & \sum_{r=1}^{\infty} (-0.003436\lambda^{r-1} \\ & + 0.0302417\lambda^{r-1}) S_r \\ & + 0.295072 W_0 - 0.026828 \\ I_0 + 5.538508 \quad (\text{式 14}) \end{aligned}$$

第七步：解  $W_2$

以（式 10）代入（式 8）或（式 9）解得：

$$\begin{aligned} W_2 = & \sum_{r=1}^{\infty} (-0.1434616\lambda^{r-1} + \\ & + 0.150506\lambda^{r-1}) F_r \\ & + 0.06998 W_0 - 0.0070439 \\ I_0 + 5.8255435 \quad (\text{式 15}) \end{aligned}$$

第八步：解  $P_1$

將（式 14），（式 15）及其他係數代入（式 11）式求得：

$$\begin{aligned} P_1 = & -115.72882 - 10.799973 \\ & W_2 + 41.30696 W_1 \\ & - 10.799973 W_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = & \sum_{r=1}^{\infty} [1.4083759\lambda^{r-1} \\ & - 0.37268\lambda^{r-1}] F_r \\ & + 0.632772 W_0 - 1.032123 I_0 \\ & + 50.134396 \quad (\text{式 16}) \end{aligned}$$

第九步：計算預測權數

由上面各步驟所解得之勞工人數法則（第六步），及生產數量法則（第八步）中權數的計算是我們最後要做的工作，這些權數的計算可以下列工作底稿表示：所求得的線性決策法則可表示如下：

$$W_t = 0.0268281 F_t + 0.0295072$$

$$\begin{aligned} W_{t-1} = & 0.0268281 I_{t-1} \\ & + 5.538508 \quad (\text{式 17}) \end{aligned}$$

$$+ 0.0068435 F_{t+1}$$

$$+ 0.0015958 F_{t+2}$$

$$+ 0.0003674 F_{t+3}$$

$$+ 0.0000846 F_{t+4}$$

⋮

$$P_t = 1.0356959 F_t + 0.632772$$

$$W_{t-1} = 1.032123 I_{t-1}$$

$$+ 50.134396 \quad (\text{式 18})$$

$$- 0.0397649 F_{t+1}$$

$$- 0.0182119 F_{t+2}$$

$$- 0.0044840 F_{t+3}$$

$$- 0.0010409 F_{t+4}$$

⋮

我們由（式 17）（式 18），可看出銷貨預測的權數是隨時間之延伸而降低，這和一般決策邏輯相吻合，至於上期存貨則分別和本期生產量與勞工數有負的關係，亦顯得相當合理，故大體而言上述二決策法則並無不合理的現象發生。

#### 五、採用線性決策法則之功效：

利用線性決策法則來作中期生產計劃依據的功效，可分有形及無形二方面來衡量。有形的功效是以成本降低的多少來衡量。我們以六十七年度拓展油漆公司的實際營業資料與若採用線性決策法則究會產生什麼情況來做比較，所得之結果如圖五、六、七所示，其中，線性決策法則所得之決策依預測值不同而分二種，即公司本身對銷貨之預測及完全預測。所謂完全預測即指能百分之百預測出下期的營業實績，此在實務上自然不可能達到，僅作為比較之依據而已。

所求得之決策法則與公司決策效益之比較係以六十七年一年中發生之總攸關成本為基準。各決策之總攸關成本可由（式 5）、（式 8）、（式 9），求得，其結

第九步工作底稿

Column 1	Column 2	Column 3	Column 4 員工法則權數	Column 5 生產量法則權數
r	$\lambda_2^{r-1}$	$\lambda_2^{\frac{r-1}{2}}$	$-0.0034136 \lambda_2^{r-1}$ $+0.0302417 \lambda_2^{r-1}$	$1.4083759 \lambda_2^{r-1}$ $-0.376268 \lambda_2^{r-1}$
1	1.0000000	1.0000000	0.0268281	1.0356959
2	0.0326219	0.229976	0.0068435	-0.0397649
3	0.0010641	0.0528889	0.0015958	-0.0182119
4	0.0000347	0.0121631	0.0003674	-0.0044840
5	0.0000011	0.0027972	0.0000846	-0.0010409
6	0.0000000	0.0006433	0.0000195	-0.0002397
7	.	0.0001479	0.0000045	-0.0000551
8	.	0.0000340	0.0000010	-0.0000127
9	.	0.0000078	0.0000002	-0.0000029
10	.	0.0000018	0.0000001	-0.0000007
11	.	0.0000004	0.0000000	-0.0000001
12	.	0.0000001	0.0000000	-0.0000000
.	.			
.	.			
Total	1.0337219	1.2986608	.0357449	0.9718841

果如(表一)所示。

由(表一)，我們可以看出利用線性決策法則所節省之成本高達 \$ 1,884,575。較之因建立模式所花費之費用高出甚多，就成本一效益比較，自然應建議採行。至於利用公司預測或完全預測，其間差異僅達 \$20,697 是故就預測改進之情報價值並不高，不值得對預測方法加以改進，因改進的成本可能比所獲得之利益高也。

採用線性決策法則的無形功效可包括下列各項：

(1)建立一較客觀的計劃目標

線性決策法則考慮了至少一個需求週期間的生產，雇用，存貨等問題，以求在變動需求的情況下降低成本至最低限度，故而所計算出之決策法則具有相當的客觀性。

(2)給予各部門確定的目標，避免部門間之衝突

線性決策法則中成本函數之建立，銷貨預測之達成均需要各部門通力合作，而經由決策法則所計算出之目標（如生產量、員工數）亦屬確定，故而各部門相互間之衝突得以避免。

### (3)增加控制生產、人事、存貨等的能力

線性決策法則提供了確定的標準，並得與實際營運情況互相對照，而迅速發現其偏差，從而增強控制能力。

### (六)檢討

線性決策法則在應用上有一些限制及假設，在此予以檢討說明：

#### 1. 限制：

線性決策法則與其他各集體規劃模式的適用範圍是(1)產品數量須能以共同單位表示，如：拓展油漆公司其產品產量能以加侖或公斤表示而不會造成偏差，反之，如以家電用品為例，一部電視機與一部電扇相加的結果，若逕以二部表示，即不免造成誤解。

#### (2)產品組合比率無大變動：

由於銷貨預測乃至於生產數量決策均

以總和數目表示，而並未對產品組合中各產品之比率加以說明，因之，產品組合之比率須無重大變動方可使用本模式，惟所謂組合之比率並非嚴格的各別產品間的比率，凡是替代性產品，補償性產品均可列為一類，而視為同一產品，於是得到決策後，再行依判斷之比率予以分出。如此做是因為替代性產品與補償性產品對本產品而言是競爭同一市場，其需求之變動彼此相關連，必須依短期計劃隨時予以調整，方可符合顧客需求。

### 2. 線性決策法則之基本假設

#### (1)線性決策法則中的成本函數假設為二次式。

成本函數的假設與配合圖形已於前面加以說明，此一假設是線性決策法則之特色，也是 LDR 方程式有解之充分條件，然而二次式成本函數僅能對真實成本做有限度的估計，因之又有下一假設即：

#### (2)粗略的估計對求取最適解的影響不大。

由於二次函數在接近極點（最適解處

表一：成本之比較

	$F_t$	$S_t$
1 公司決策（未用 LDR ） 之總成本	\$ 3,039,158 (268 %)	\$ —
2 利用線性決策法則（ LDR ）來做決策之總成 本	1,154,583 (102 %)	1,133,886 (100 %)
節省之成本 (1 - 2 )	\$ 1,884,575	—
LDR $F_t$ - LDR $S_t$ 情報價值	—	\$ 20,697

)相當平坦，因而縱使最適解不甚精確對總成本亦無大影響。

### (3)成本函數的邏輯關係。

成本二次函數的建立係基於對可能發生該項成本的各因素間之邏輯關係推展而來。

## 四、線性決策法則應用上的其他問題

LDR模式在應用上較困難之處為成本資料之獲得及成本函數之建立，至於成本函數建立後，只要依前述九個步驟，逐步推算即可求得決策法則。現將資料獲得及函數建立的相關問題討論如下：

### (一)成本資料的獲得

首先我們要了解的是有那些成本資料是必需的。

#### 1 正常薪津：

可由會計部門取得每人每月本薪(不包括加班、獎金)的金額，其總和即為每月正常薪津。

#### 2 增聘遣散成本：

此成本包括因增聘遣散所增加支出的費用，即訓練費用，招雇時之人事費用，遣散費，以及因而產生之生產量的變化等。若上述費用可明白劃分出則可以建立增聘遣散成本方程式，否則不妨按拓展油漆公司的例子，將之與加班成本合併為生產相關成本。

#### 3 加班成本：

加班成本通常可由員工薪資表中得到，資料之取得應不成問題，若公司設有獎金制度則亦應予加入。

#### 4 存貨攸關成本

所謂存貨攸關成本係指因為存貨決策不同而產生之成本，我們認為應包括因而增加之倉儲費用，人事費用，保險費用，利息費用，及因而造成之存貨損失，故就其性質而言包括變動成本及半變動成本。

### (二)成本函數之建立

成本資料獲得後，其次就是如何建立成本函數的問題除了前面介紹的迴歸法外，尚有下列幾種方法：

#### 1.解方程式法：

首先將所須建立之成本方程式列出，若以加班成本方程式為例則：

$$\begin{aligned} \text{加班成本 } CO &= C_3(P_t - C_4W_t)^2 \\ &\quad + C_5P_t - C_6W_t \\ &\quad + C_7P_tW_t \end{aligned}$$

我們要求出的是  $C_3, C_4, C_5, C_6, C_7$  等五個係數，在過去的成本資料中，我們選出五期具代表性的資料建立如下之聯立方程式

$$CO_1 = C_3(Pt_1 - C_4Wt_1)^2 + C_5Pt_1 - C_6Wt_1 + C_7Pt_1Wt_1$$

$$CO_2 = C_3(Pt_2 - C_4Wt_2)^2 + C_5Pt_2 - C_6Wt_2 + C_7Pt_2Wt_2$$

$$CO_3 = C_3(Pt_3 - C_4Wt_3)^2 + C_5Pt_3 - C_6Wt_3 + C_7Pt_3Wt_3$$

$$CO_4 = C_3(Pt_4 - C_4Wt_4)^2 + C_5Pt_4 - C_6Wt_4 + C_7Pt_4Wt_4$$

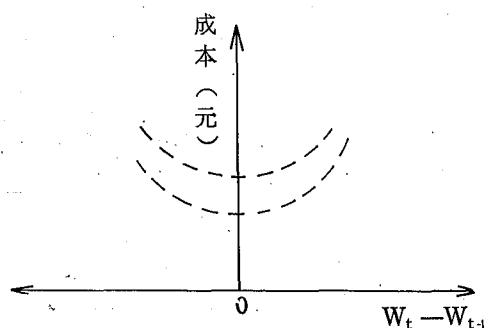
$$CO_5 = C_3(Pt_5 - C_4Wt_5)^2 + C_5Pt_5 - C_6Wt_5 + C_7Pt_5Wt_5$$

解得  $C_3, C_4, C_5, C_6, C_7$ ，即得加班成本方程式。

其他成本方程式亦可以同法求得。

#### 2.圖解法：

將所有樣本資料繪於圖上，以增雇及遣散成本函數為例，則如圖八：



再以透明紙片繪製各種不同之  $C_2(W_t - W_{t-1})^2$  之圖形按於圖上，觀察得最佳配合之函數即為所求之增雇及遣散成本函數。

## 五、結論

線性決策法則係集體規劃技巧之一，應用於本研究中顯示出其深具潛力。以粗略的銷貨預測為基礎即可達成大量節省成本的目的；同時預測之不精確不再是銷售部門及生產部門爭執的焦點，另方面生產、存貨、加班均有一定之根據，得以為衡量績效之基準，故而，凡是合於該決策法則限制的廠家均可一試，以增進公司利潤及效率。

### 註解

註一：Buffa Elwood S., Production - Inventong Systems: Planning and Control, Home wood, I11 Richard D. Irwin, Inc, 1968, pp 148-200

註二：LDR 之引伸有以下各種：

(1)包含多樣產品之模式，以 Bergstrom Gray L. "Multi-Item Production Planning- An Extension of HMMS Rules," Management Science, Vol. 16, No. 10 (June 1970), pp B-614-B-629 為代表

(2)包含送貨之模式，以 Peterson Rein, "Optimal Smoothing of Shipments in Response to Orders," Management Science, Vol. 17, No. 9 (

May 1971 ) pp 597-607 為代表

(3)包含行銷變數之模式，以 Robat Alan Leitch. "Marketing Strategy and Optimal Production Schedule ", Management Science, Vol. 21, No. 3 (November 1974 ) pp. 302-312 為代表。

(4)包含學習因素之模式，以 Ebart Ronald J. "Aggregate Planning with Learning curve Productivity", Management Science, Vol. 23, No. 2 (October 1976 ) pp. 171-182 為代表

$$\text{註三: } R_e^2 = 1 - \left( \frac{N-1}{N-P} \right) \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

N 為樣本數，P 為自變數之個數， $Y_i$  為第 i 個應變數， $\hat{Y}_i$  為  $Y_i$  之推定值， $\bar{Y}$  為  $Y_i$  之平均數， $R_e^2$  為經自由度修正後之判定係數。

註四：郭明哲，預測方法，中興管理顧問公司，六十五年，pp. 260-262

註五：Holt, Charles C., Franco Modigliani, John F. Muth and Herbert A Siman Planning Production, Inventory, and work Force. Englewood cliffs, N.J.: Prentice-Hall, Inc, 1973. pp. 92-114。

註六：見註五，pp. 99-100。

註七：HMMS 方程式係 Holt, Modigliani, Muth, Simon. (HMMS) 利用矩陣運算求決策法則所得到最後一步的方程式，詳見 [註五] 。