

不確定下之最適購併決策分析

The Optimal Decision of Mergers and Acquisitions under Uncertainty

李國榮* *Kuo-Jung Lee*

實踐大學高雄校區

Shih Chien University, Kaohsiung Campus

廖四郎 *Szu-Lang Liao*

國立政治大學

National Cheng-Chi University

徐守德 *David S. Shyu*

國立中山大學

National Sun Yat-sen University

(Received April, 2005; First Revised Sep. 19, 2005; Accepted Oct. 5, 2005)

摘要

本文應用實質選擇權分析法討論合併、股票收購與現金收購等三種購併形式下的最適決策問題。我們利用兩階段的方式來探討購併的決策問題，第一階段考慮購併發生的原因包括規模經濟、目標公司經營不善、研發技術的取得與市場競爭力等因素，依據購併所產生最大綜效價值來決定最佳的目標公司；第二階段決定主併公司與目標公司最適的購併時點、換股比率或是購併金額等問題。本研究導出三種購併型態下的最適購併門檻、換股比率或購併金額，我們也發現規模經濟、績效改善、市場佔有率增加皆會降低購併門檻、加速購併活動。最後，購併型態會影響購併雙方的購併報酬與時點，其中現金收購發生的時點將晚於合併與股票收購。

關鍵字：購併、實質選擇權、門檻、購併賽局

Abstract

This paper applies a real option approach to analyze the optimal decision of mergers, stock offers, and cash offers. We use the two-stage approach to investigate the optimal decision of merger and acquisitions. At the first stage, the merger company has to choose the target company to make the largest synergy, which comes from increased return of scale, improved performance, acquired R&D, and increased market power. At the second stage, the main work is to determine the takeover threshold (timing), exchange rate of stocks or bid premium under three forms of mergers and acquisitions. We find that increased return of scale, improved performance, and increased market power will lower takeover threshold and speed up merger activity. Finally, the forms of mergers and acquisitions will affect the timing and the returns of the acquirer and acquiree. Cash offers happen even later than mergers and stock offers.

Keywords: Mergers and acquisitions, Real options approach, Threshold, Takeover game

* 聯繫作者：實踐大學高雄校區金融營運學系，845 高雄縣內門鄉大學路 200 號。Tel：07-6678888 ext. 4221; Fax: 07-6678888 ext. 4222; E-mail addresses: leekj@pchome.com.tw。Address: Department of Financial Operations, Shih Chien University Kaohsiung Campus, No. 200, University Rd, Neimen Shiang, Kaohsiung 845, Taiwan, R.O.C.

作者感謝兩位匿名審查委員的寶貴意見。

不確定下之最適購併決策分析

The Optimal Decision of Mergers and Acquisitions under Uncertainty

壹、前言

經貿環境的快速發展，使台灣產業結構在近幾年來面臨空前的全球化壓力。為求生存，企業組織除了積極追求經營上的創新以求突破發展瓶頸之外，更可以透過企業間的購併¹，以整合相互間之經營利基，加強產業競爭力。在台灣產業從區域供銷邁向全球流通網路的轉型過程中，購併在台灣逐漸興盛，但購併的進行並不容易，企業間的重組與整合固然造就許多成功典範，但也不乏失敗案例。購併的價格與時點應是主要成功的關鍵，本文即針對此一關鍵進行研究。

企業進行購併有利於增加規模經濟、提高營運效率、降低成本、分享資源增加市場佔有率及稅的節省等，也就是發揮綜效效果 (Brealey and Myers, 2000)。當前全球企業購併，不僅合併金額日益龐大，跨國全球性大企業合併也日益增加，而且從歐美擴及亞洲、從傳統的資本密集產業，如石化、汽車等，擴及到服務業。競爭激烈的產業企業併購機會尤其多，例如在銀行購併方面，政府近年來亦積極推動有關金融整合之改革措施，從民國 90 年 7 月 9 日正式公佈實施「金融控股公司法」，且於同年 11 月 1 日開放金融控股公司申請設立後，金融機構方面的購併更成為近一兩年的購併主流，到 92 年底為止，共有 14 家取得金控公司執照，未來金控與金控之間的購併預計將掀起另一波的購併風潮。

傳統對於購併常用的評價方法包括現金流量折現法、帳面價值調整法與市場比較法 (Ernst and Young, 1994)，但這些方法無法評價購併計畫的時間與營運彈性，低估投資計畫價值 (Trigeorgis, 1996; 廖四郎、陳坤銘與鄭宗松，2003)，故近幾年來有些學者利用實質選擇權理論在購併計畫的評估

¹ 一般所稱的購併 (mergers and acquisitions) 包括兩個部分，一為合併 (mergers)、另一為收購 (acquisitions)。

上，其優點是面臨市場不確定情況下，考慮了購併決策中的彈性價值（flexibility value）。McDonald and Siegel（1986）與 Dixit and Pindyck（1994）認為在成本及價格等不確定情況下，投資計畫的執行可以視為擁有等待選擇權的買權。McDonald and Siegel（1985）與 Hsu and Lambrecht（2004）亦強調在不確定與不可回復（irreversibility）下投資，意味放棄了可未來投資的選擇權，故最適的投資時點必須要在延後投資的利潤與放棄選擇權間做一權衡。

Margrabe（1978）首先將選擇權觀念運用於合併過程中，他將合併視為一種交換選擇權。在其模型中，合併是一種零和遊戲且合併的時點是外生給定。Shleifer and Vishny（2001）亦應用此一設定於模型中，求出合併的價值並對合併浪潮（merger waves）的原因提出解釋。Morellec（2001）則擴充Shleifer and Vishny（2001）²的模型，在改善目標公司經營不善的購併動機下，考慮不完全資訊的學習效果，求出購併時點與購併條件（個別公司對合併後新公司所持有比例）。Smith and Triantis（1995）檢驗與購併相關的選擇權，舉例說明選擇權理論如何評估購併進行時的成長與彈性。Lambrecht（2001）假設購併動機產生於規模報酬或是單位生產成本減少之下，求出購併時點與最適購併條件，此一模型與Morellec（2001）的最大差異在於其假設購併雙方擁有完全資訊。Lambrecht（2004）假設購併動機產生於規模報酬的好處，作者顯示購併綜效是生產需求的遞增函數，並以實質選擇權方法導出購併的最適時點，此一模型與Morellec（2001）的最大差異在於其假設購併雙方擁有完全資訊。Hemantha and Jahera（2002）發展以實質選擇權評價為基本的模型，來評價購併時股票交換的管理彈性，文中顯示購併交易如何視為一個實質選擇權交換（real option swap）且藉買賣雙方的管理彈性來求最適的結構，並以銀行業購併的例子，求取最適的交易價值。

綜觀所有購併案，若就相互協商談判的購併案件而言，從開始到結束大致可分為三個不同階段（劉忠欽、朱瑞陽與辛大智，2003）：（1）規劃階段，重點在於標的公司的選擇與確定以及標的公司價值評估。（2）交渉階段，主要在價格與各種條件談判、審查評鑑³（due diligence）以及擬訂購併合約進行正式談判與簽約。（3）執行階段，著重購併合約的履行與購併後的整合。但是目前文獻的模型大都是在購併對象已知的條件下進行分析，

² 此篇文章已於2003年刊登於Journal of Financial Economics。

³ 對目標公司進行優劣分析(SWOT analysis)，指出目標公司之優勢與弱勢，分析目標公司在整個產業的競爭力，從而列出可能存在的問題及交易破壞者，並針對可能發生問題的部分，在執行審查評鑑時特別留意並尋找答案。

也就是著重在上述的第二階段，對於第一階段的問題，也就是在購併標的的選擇上，並未加以考慮。本研究討論涵蓋規劃與交涉兩階段⁴，以期更能符合實際的需求與應用。

購併的主要優點在於生產上的規模經濟、擴大市場佔有率與研發技術的取得等，因而產生購併綜效。然而這些動機對購併的影響，大都經由直覺的推測或是實證上的發現，鮮少文獻透過模型的建立與推導加以闡述。目前的研究 (Lambrecht, 2004; Morellec, 2001; Shleifer and Vishny, 2001) 在設定購併綜效來源上並不完整，也沒有討論換股比率的問題，但這些問題在購併的過程中都是必須面對且甚為重要，然而似乎還沒有較好的一個模型來解決這些問題。本文冀望建構較完整的購併環境（模型），可以提供管理者對於購併活動評價的參考，因此本研究較完整的考慮購併原因（綜效來源）包括規模經濟、績效改善、市場佔有率及研發技術的取得等因素，以反應實際購併情況。本文將購併決策分為兩個階段，第一階段在預期綜效最大的考慮下決定最佳的目標公司，第二階段則決定購併雙方公司最適的購併時點、購併條件⁵與換股比率。歸納起來，在面臨購併活動時，最重要的課題（問題）與解決建議分別如下：

- (1) 是否要進行購併投資？（(14) 式與命題 1）。
- (2) 如何選擇合併夥伴？（(15) 式）。
- (3) 購併後可以發揮多少綜效？（(14) 式）。
- (4) 以何種形式（策略）進行？（命題 1、3、4）。
- (5) 何時進行購併？（命題 1、3、4）。
- (6) 雙方換股比例為何？（命題 2、3）支付金額如何決定？（命題 4）。

購併利潤除了反應綜效外，也受到購併策略的影響，因為購併策略影響雙方公司對購併後新公司的持有股份，換句話說購併策略會造成收購價格或換股比率的不同，因此影響購併的時點。對於購併活動，應用實質選擇權方法可以處理其收益不確定問題，但無法呈現購併雙方間的互動關係，Grenadier (1996)認為實質選擇權方法缺乏評估選擇權持有者間的策略 (strategic interaction) 價值，其認為當投資收益受到競爭者策略影響時，策略賽局 (strategic exercise game) 可以應用到真實世界的投資問題。Smit (2001)認為購併選擇權可以賽局理論來描述、評估，然而該文章僅限於一般

⁴ 本研究主要討論購併的時點與換股比率等問題，屬於購併前的問題討論，因此不包括第三階段後續整合等問題研究。

⁵ 在本模型中是指購併雙方所分別持有對購併後公司的比率。

敘述性的討論。Lambrecht (2004)進一步建構模型來評估購併活動。本文將考慮合併 (mergers)、股票收購 (stock offers) 與現金收購 (cash offers) 等三種購併形式下的最適決策問題，其中合併模式由雙方公司分別使自身利潤最大下，同時決定合併時點與條件，故以 Cournot-Nash 賽局加以描述；股票收購與現金收購屬於敵意購併的形式，一方先決定購併條件，另一方再決定購併時點，類似 Stackelberg 領導-追隨賽局，相關的文獻包括 Smith and Triantis (1995), Grenadier (1996), Mella-Barral and Perraudin (1997), Grenadier (1999) 與 Lambrecht (2004)。

購併利潤受到規模經濟、市場佔有率與購併雙方行為的影響。除此之外，購併過程中也產生不小的成本，包括執照費用、資金取得的成本及委託專業機構的費用，如投資銀行、會計師及律師事務所等。另外還需考慮購併過程中耗費的人力、物力及兩家公司整合的相關費用，這些成本皆為一次性 (one-off) 的沉沒成本(Lambrecht, 2004; Weston, Chung, and Siu, 1998)。因此當購併時，購併雙方公司可以同時就購併的隨機利潤與成本間作一考量，因為是否購併對於雙方公司來說，為一權利而不是義務，Lambrecht (2001) 認為購併雙方公司的利潤擁有選擇權的特性 (option-like features)，而購併的決定如同執行此一選擇權。當公司的利潤愈高時，執行選擇權也就是購併的機率即愈高，但購併不可回復的特性卻會延後購併的決定，因此最適的購併時點必須在這兩點間取得平衡。

本文以下之結構為第二節說明模型的假設與設定，並且求導在此情形下公司的價值。第三節建立兩階段模型，首先在預期綜效最大的考慮下決定最佳的目標公司，接著對於購併雙方公司，決定最適的購併時點、購併條件與換股比率。第四節討論股票收購與現金收購之下，利用上述模型來決定最適的收購時點與收購條件。第五節利用數值分析檢驗此一模型。第六節為本文結論。

貳、基本假設與理論模型

本文擴充 Lambrecht (2004) 的模型，並利用兩階段的方式來探討購併的決策問題。第一階段依據購併所產生最大綜效價值，在眾多購併目標公

司中決定最佳的目標公司；第二階段主要決定主併公司與目標公司最適的購併時點、購併金額或是換股比率等問題。本節首先說明模型的基本假設。

一、基本假設

(一)市場上有 n ($i = 1, 2, \dots, n$) 家公司，彼此之間是同業的關係，第 1 家 ($i = 1$) 公司欲在其他 $n-1$ 家公司之間尋求購併目標以擴張公司規模。

(二)購併目標的選擇在於能夠創造最大的購併綜效，其目的仍在於權益價值極大化。模型中考慮企業雙方進行購併的原因如下 (Brealey and Myers, 2000; Andrade, Mitchell, and Stafford, 2001; Morellec, 2001)：

- 1.規模經濟：結合兩公司的資本，達到規模經濟的目的。
- 2.績效改善：主併公司常選擇體質不錯但經營不佳無法發揮效率的公司為標的，期望購併後透過更換經營團對等方法來改善目標公司經營不善的部分，而此一績效改善也是購併綜效的主要來源之一。
- 3.研發技術：有些公司為了快速取得關鍵技術而進行購併。
- 4.市場獨佔力：藉由購併的進行，可以快速增加市場佔有率，甚至壟斷市場，具有影響價格能力。

(三)所有公司與投資者對於模型中的參數皆擁有完全資訊。

(四)公司權益價值 E_i ($i = 1, \dots, n$) 主要由產出價格 (p_t) 所決定，此一隨機變數服從幾何布朗運動 (geometric Brownian Motion)：

$$dp_t = \alpha p_t dt + \sigma p_t dz \quad (1)$$

其中 α 為產出價格的瞬時變動率， dz 為 Wiener process 的增量。購併擁有不可回復性 (irreversible)，即公司權益價值在購併之前包含一結構改變 (restructuring) 之選擇權，但在購併發生後即消失，因此公司權益價值可表示為淨權益價值與購併選擇權價值兩部分：

$$E_i = V_i(p_t) + O_i(p_t) \quad , i = 1, \dots, n \quad (2)$$

其中 V_i 為 i 公司的淨權益價值， O_i 為 i 公司購併之選擇權價值。

(五)當購併時，每家公司皆需花費固定成本 I_i ($i = 1, \dots, n$)，其為公司

規模某一比例。此一成本包括取得資金成本、委託專業機構的費用，如投資銀行、會計師及律師事務所等，另外還需考慮購併過程中耗費的人力、物力等相關費用 (Weston, Chung, and Siu, 1998; Lambrecht, 2001)。

二、模型設定與公司價值

假設第 1 家公司欲在市場上其餘的 $n-1$ 家公司中尋求收購或合併的目標，公司的利潤函數設定如下：

$$\pi_i(p_t) = \max_L [p_t(q)L_i - C(L_i)], i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

企業間常為了擴大市場佔有率而進行購併，因此假設公司需求函數受到產出數量的影響⁶：

$$p_t(q) = \frac{p_t}{q^{\varepsilon_i}}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

ε_i 為需求彈性，假設 $\varepsilon_i < 1$ ，如此可確保勞動 L 與資本 K 增加時產出也會增加。當 $\varepsilon_i = 0$ 時，表示產出不影響價格，為價格接受者。假設生產函數為 Cobb-Douglas 生產函數 (Griliches and Mairesse, 1984; Goto and Suzuki, 1989) 的設定：

$$q(L_i) = A_i L_i^{a_i} K_i^{b_i} D_i^{c_i}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

其中 L 代表勞動投入、 K 代表資本投入、 A 代表技術效率參數且 D 代表研發成本。此外，生產成本僅包含變動成本：

$$C(L_i) = w_{L_i} L_i, i = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

其中 w_L 為每單位勞動投入的價格。在公司利潤極大化下，可以求出最適勞力投入：

⁶ 類似的設定可參閱廖四郎、陳坤銘與鄭宗松 (2003) 及 Lambrecht (2004)。

$$L_i = \left(\frac{a_i(1-\varepsilon_i)p_t A_i^{1-\varepsilon_i} K^{b_i(1-\varepsilon_i)} D^{c_i(1-\varepsilon_i)}}{w_{L_i}} \right)^{\frac{1}{1-a_i(1-\varepsilon_i)}} \quad (7)$$

將最適勞力投入帶入第 (3) 式，即可求得利潤函數：

$$\begin{aligned} \pi_i(p_t) &= \left([a_i(1-\varepsilon_i)]^{\frac{a_i(1-\varepsilon_i)}{1-a_i(1-\varepsilon_i)}} - [a_i(1-\varepsilon_i)]^{\frac{1}{1-a_i(1-\varepsilon_i)}} \right) \\ &\quad \times p_t^{\frac{1}{1-a_i(1-\varepsilon_i)}} A_i^{\frac{1-\varepsilon_i}{1-a_i(1-\varepsilon_i)}} K_i^{\frac{b_i(1-\varepsilon_i)}{1-a_i(1-\varepsilon_i)}} D_i^{\frac{c_i(1-\varepsilon_i)}{1-a_i(1-\varepsilon_i)}} w_{L_i}^{\frac{-a_i(1-\varepsilon_i)}{1-a_i(1-\varepsilon_i)}} \\ &\equiv \phi_i(a_i, \varepsilon_i) p_t^{\gamma_i} A_i^{\theta_i} K_i^{b_i \theta_i} D_i^{c_i \theta_i} w_{L_i}^{-a_i \theta_i} \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\gamma_i = \frac{1}{1-a_i(1-\varepsilon_i)}$ 且 $\theta_i = \frac{1-\varepsilon_i}{1-a_i(1-\varepsilon_i)}$ 。利用 Ito's lemma，我們可以得到利潤函數的動態過程：

$$\frac{d\pi_i(p_t)}{\pi_i(p_t)} = [\alpha\gamma_i + \frac{1}{2}\gamma_i(\gamma_i-1)\sigma^2]dt + \gamma_i\sigma dz \quad (9)$$

假設公司所有利潤皆發放為股利，則公司價值可視為未來利潤的折現值：

$$V_i(p_t) = \frac{\pi(p_t)}{r - \gamma_i(r - \delta) - \frac{1}{2}\sigma^2\gamma_i(\gamma_i-1)} = \frac{\phi_i p_t^{\gamma_i} A_i^{\theta_i} K_i^{b_i \theta_i} D_i^{c_i \theta_i} w_{L_i}^{-a_i \theta_i}}{r - g(\gamma_i)} \quad (10)$$

其中 r 為無風險利率， $g(\gamma_i) = \gamma_i(r - \delta) + \frac{1}{2}\sigma^2\gamma_i(\gamma_i-1)$ 。相較於 Lambrecht (2004) 的結果：公司價值受到產出價格、工資與資本的影響。本文的模型設定更為一般化，(10) 式結果表示，除了價格、工資與資本影響公司價值外，公司價值還受到需求彈性、生產效率與研發投入的影響。

參、最適的合併決策

本文發展一個兩階段模型，首先在眾多購併目標中，依據規模經濟、目標公司經營不善、研發技術的取得與市場競爭力等因素，尋求購併後可產生最大綜效價值的合併對象；在第二階段中與購併目標經由協議，決定出最適的購併時點與購併條件。本節中所討論的購併過程為合併型態，至於股票收購與現金收購將在下節中討論。

一、購併目標的決定

在模型中，合併目標的決定是以能夠產生最大綜效為依據，而此綜效反應了規模經濟、市場佔有率的提高或是績效的改善。此外，合併後相同部門的整合也可以減少勞力的投入，假設 η ($0 < \eta \leq 1$) 為公司合併後所剩勞動佔原來勞動投入的比例，換句話說， $1-\eta$ 為資遣的勞動比例。第 1 家公司與某家合併目標公司 i ($i = 2, \dots, n$) 在合併後的利潤函數 π_{1i} 可表示為：

$$\pi_{1i}(p_t) = p_t(q_{1i})[A_{1i}(\eta_{1i}L)^{a_{1i}}K^{b_{1i}}D^{c_{1i}}] - w_{L_{1i}}\eta_{1i}L_{1i}, \quad i = 2, \dots, n \quad (11)$$

其中 $L = L_1 + L_i$, $K = K_1 + K_i$, $D = D_1 + D_i$, $i = 2, \dots, n$ 。同樣的，在最適勞力投入下，合併後利潤函數為：

$$\begin{aligned} \pi_{1i}(p_t) &= \left([a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})]^{\frac{a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}{1-a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}} - [a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})]^{\frac{1}{1-a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}} \right) \\ &\quad \times p_t^{\frac{1}{1-a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}} A_{1i}^{\frac{1-\varepsilon_{1i}}{1-a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}} \eta_{1i}^{-1} K^{\frac{b_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}{1-a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}} D^{\frac{c_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}{1-a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}} w_{L_{1i}}^{\frac{-a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}{1-a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}} \\ &\equiv \phi_{1i}(a_{1i}, \varepsilon_{1i}) p_t^{\gamma_{1i}} A_{1i}^{\theta_{1i}} \eta_{1i}^{-1} K^{b_{1i}\theta_{1i}} D^{c_{1i}\theta_{1i}} w_L^{-a_{1i}\theta_{1i}}, \quad i = 2, \dots, n \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $\gamma_{1i} = \frac{1}{1-a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}$ 為價格彈性參數且 $\theta_{1i} = \frac{1-\varepsilon_{1i}}{1-a_{1i}(1-\varepsilon_{1i})}$ 。因此我們得到合併後公司價值為：

$$V_{1i}(p_t) = \frac{\phi_{1i} p_t^{\gamma_{1i}} A_{1i}^{\theta_{1i}} \eta_{1i}^{-1} (K_1 + K_i)^{b_{1i}\theta_{1i}} (D_1 + D_i)^{c_{1i}\theta_{1i}}}{r - g(\gamma_{1i})} \equiv \psi_{1i} p_t^{\gamma_{1i}}, \quad i = 2, \dots, n \quad (13)$$

其中 $g(\gamma_{ii}) = \gamma_{ii}(r - \delta_{ii}) + \frac{1}{2}\sigma^2\gamma_{ii}(\gamma_{ii} - 1)$ 。在上式中，合併後公司價值的資本投入為 $K_1 + K_i$ ，若 $b_{ii}\theta_{ii} > 1$ ，代表合併將可發揮規模經濟效果。同理，若 $c_{ii}\theta_{ii} > 1$ ，代表合併將可提升研發效果。此外， η_{ii}^{-1} 代表合併後的精簡勞動力效果。

購併決策最重要的考量在於能否發揮一加一大於二的效果，也就是綜效效果，這部分可由購併前後公司價值的異同來觀察。因此我們可以定義購併所產生的綜效價值 S_i 為：

$$\begin{aligned} S_i &= V_{ii}(p_t) - V_1(p_t) - V_i(p_t) \\ &= \frac{\phi_{ii} p_t^{\gamma_{ii}} A_{ii}^{\theta_{ii}} \eta_{ii}^{-1} K^{b_{ii}\theta_{ii}} D^{c_{ii}\theta_{ii}}}{r - g(\gamma_{ii})} - \frac{\phi_1 p_t^{\gamma_1} A_1^{\theta_1} K^{b_1\theta_1} D^{c_1\theta_1}}{r - g(\gamma_1)} - \frac{\phi_i p_t^{\gamma_i} A_i^{\theta_i} K^{b_i\theta_i} D^{c_i\theta_i}}{r - g(\gamma_i)} \\ &\equiv (\psi_{ii} p_t^{\gamma_{ii}} - \psi_1 p_t^{\gamma_1} - \psi_i p_t^{\gamma_i}), \quad i = 2, \dots, n \end{aligned} \quad (14)$$

由(14)式可以得知，購併綜效的發揮有賴於個別公司合併後生產效率提高、勞動成本降低、目標公司績效改善、研發技術取得、市場競爭力提高以及規模經濟較果。綜效價值即購併選擇權價值的來源，因此綜效高低將直接影響購併執行的決定。合併、股票收購與現金收購的不同處，在於支付款項形式及雙方公司如何分配綜效價值。在合併情況下，雙方公司交換佔有新公司比例的股權；在股票收購情況下，主併公司利用股票交換形式來購買被併公司的股權，因此主、併雙方皆持有合併後新公司股權；在現金收購情況下，主併公司利用現金來購買被併公司的股權，因此被併公司並未持有新公司股權。

合併雙方公司的收益可視為一選擇權，也就是擁有一選擇將本身的股權與新公司股權進行交換。在現金支付條件下，只有主併者之收益擁有選擇權的特性，被併公司的收益則無。合併、股票收購與現金收購的另一個相異點在於分配綜效的順序假設上。在合併的過程中，雙方持有股權的結果可假設為一Cournot-Nash均衡，亦即合併的時點與條件由雙方公司同時協商決定；至於股票收購與現金收購的情況，假設持有股權與現金溢酬的結果為一Stackelberg賽局⁷，亦即一方先決定購併條件，另一方再決定購併時點。

在眾多購併目標（第2家到第n家公司）中，若第1家公司與第m家公

⁷ 相較於Cournot-Nash假設廠商同時做出決定，且之後不作變更，稱為一次賽局（one-shot game），Stackelberg則假設賽局參與者在行動上非是同步，稱為逐步賽局（sequential game）。

司合併後所得到的綜效價值最大，可表示為：

$$S_{1m} = \max[S_{12}, S_{13}, \dots, S_{1n}] \quad (15)$$

則第 m 家公司為第 1 家公司最佳的合併對象，在最佳的購併狀況下，購併後新公司的生產、需求彈性係數及其他參數大都會優於購併前的個別公司： $A_{1m} \geq A_i$ 、 $a_{1m} \geq a_i$ 、 $b_{1m} \geq b_i$ 、 $c_{1m} \geq c_i$ 、 $\varepsilon_{1m} \leq \varepsilon_i$ 、 $\eta_{1m} \leq \eta_i$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ 。

二、購併時點與條件

決定第 1 家公司最佳的合併對象後，即可決定兩家公司最適的合併時點及換股比率等問題。實務上，這部分常透過合併雙方協議以達成共識，在過程中公司規模、合併意願及市場反應等因素皆會影響最後結果。在合併過程中，利用對雙方最有利的均衡角度來求解，亦即在 Cournot-Nash 均衡下，合併的時點與條件由雙方公司在相同的合併門檻下所決定。

首先，合併選擇權價值可以計算如下：

$$\begin{aligned} O_{1m}(p_t) &= \max[V_{1m}(p_t) - V_1(p_t) - V_m(p_t) - I_1 - I_m, 0] \\ &= \max[\psi_{1m} p_t^{\gamma_{1m}} - (1 + \omega_1) \psi_1 p_t^{\gamma_1} - (1 + \omega_m) \psi_m p_t^{\gamma_m}, 0] \end{aligned} \quad (16)$$

其中 I_1 、 I_m 代表兩家公司在購併過程中發生的成本，且為公司規模某一比例： $I_i = \omega_i V_i(p)$ 其中 ω_i 為成本比率， $0 < \omega_i \leq 1$ ， $i = 1, m$ 。

依據前述模型的假設，產出價格符合幾何布朗運動，我們可以求得購併微分方程式（Dixit and Pindyck, 1994）：

$$\frac{1}{2} \sigma^2 p_t^2 O''(p_t) + (r - \delta) p_t O'(p_t) - r O(p_t) = 0 \quad (17)$$

合併選擇權的一般解可假設為：

$$O_{1m}(p_t) = B p_t^\beta, \quad \beta > 0 \quad (18)$$

其中 B 為待求解係數， β 為下列二次方程式（quadratic equation）的正解：

$$Q \equiv \frac{1}{2} \sigma^2 \beta(\beta-1) + (r-\delta)\beta - r = 0 \quad (19)$$

另外，(18) 式的解滿足下列邊界條件 (boundary condition)：

$$V_1(\bar{p}) + V_m(\bar{p}) + O_{1m}(\bar{p}) = V_{1m}(\bar{p}) \quad (20)$$

$$V_1'(\bar{p}) + V_m'(\bar{p}) + O_{1m}'(\bar{p}) = V_{1m}'(\bar{p}) \quad (21)$$

其中 $\bar{p}_t$ 為最適合併門檻值，第一個邊界條件為價值相符條件 (value-matching condition)，要求購併選擇權執行時合併的價值關係，即第(2)式仍然成立，確保合併時點的權益價值沒有跳躍情況發生⁸，也避免發生套利情形。第二個邊界條件為平滑相接條件 (smooth-pasting condition)。依據邊界條件可解出係數 B 為：

$$B = [\psi_{1m} p_t^{\gamma_{1m}} - (1 + \omega_1) \psi_1 p_t^{\gamma_1} - (1 + \omega_m) \psi_m p_t^{\gamma_m}] \bar{p}^{-\beta} \quad (22)$$

如此即可求得購併選擇權。

命題 1 當雙方公司協商進行合併，產出價格 $p(t)$ 第一次等於或大於門檻 $\bar{p}$ 時，公司的最適決定即為採取合併策略。公司的合併選擇權為

$$O_{1m}(p_t) = [\psi_{1m} p_t^{\gamma_{1m}} - (1 + \omega_1) \psi_1 p_t^{\gamma_1} - (1 + \omega_m) \psi_m p_t^{\gamma_m}] \left(\frac{p_t}{\bar{p}} \right)^{\beta} \quad (23)$$

而最適合併門檻值 $\bar{p}$ 為下式的解 (證明可參閱附錄)：

$$(\beta - \gamma_{1m}) \psi_{1m} \bar{p}^{\gamma_{1m}} - (1 + \omega_1)(\beta - \gamma_1) \psi_1 \bar{p}^{\gamma_1} - (1 + \omega_m)(\beta - \gamma_m) \psi_m \bar{p}^{\gamma_m} = 0 \quad (24)$$

此一封閉解讓公司管理者在面對合併決策時，有一明確的依據。公司最適合併時點 T 因此可表示為： $T = \inf[t \geq 0 : p(t) \geq \bar{p}]$ 。

⁸ Lambrecht (2004) 認為完全資訊的假設隱含合併選擇權價值在合併之前已經反應在公司股價中，因此合併的宣佈對於公司股價沒有影響。

在選擇權價值中， $[\psi_{1m}p_t^{\gamma_{1m}} - (1+\omega_1)\psi_1p_t^{\gamma_1} - (1+\omega_m)\psi_m p_t^{\gamma_m}]$ 代表購併時的剩餘 (surplus)， $(p_t/\bar{p})^\beta$ 如同折現因子，以求取購併剩餘的現值，另外也可以將此折現因子視為在目前價格為 p_t 下，達到門檻 $\bar{p}$ 的機率。

若簡化模型的設定，假設合併雙方公司的勞力投入彈性與市場佔有率因子相同： $a_i = a$ 、 $\varepsilon_i = \varepsilon$ ， $i = 1, m$ ，個別公司產出價格彈性因此相同 $\gamma_1 = \gamma_m = \gamma$ ，則最適購併的門檻值 $\bar{p}$ 的特殊解為：

$$\bar{p} = \left[\frac{(\beta - \gamma)[(1 + \omega_1)\psi_1 + (1 + \omega_m)\psi_m]}{(\beta - \gamma_{1m})\psi_{1m}} \right]^{\frac{1}{\gamma_{1m} - \gamma}} \quad (25)$$

當產品價格 $p(t)$ 第一次等於或大於門檻 $\bar{p}$ 時，公司的最適決定即為採取購併策略。Lambrecht (2004) 的模型中，購併時點主要受到規模經濟的影響，規模經濟的效益愈大，愈提早購併的時點。由 (25) 式可以發現，最適合併門檻值除了受到規模經濟的影響外，也受到經營績效改善、研發技術的取得與市場競爭力等因素⁹的影響。而其影響結果將利用數值分析作更進一步之探討。

三、換股比率

Lambrecht (2004) 求出購併雙方對新公司所持有的比例，但如此仍嫌不足，本節將進一步求出購併雙方公司的換股比率。根據之前的基本假設，公司市場價值在購併前後的關係如下：

$$\begin{aligned} E_1(\bar{p}) &= V_1(\bar{p}) + O_1(\bar{p}) = s_1 V_{1m}(\bar{p}) - I_1 \\ E_m(\bar{p}) &= V_m(\bar{p}) + O_m(\bar{p}) = (1 - s_1) V_{1m}(\bar{p}) - I_m \end{aligned} \quad (26)$$

等號左邊代表的是購併前雙方公司的市場價值，右邊代表的是購併後的公司市場價值減去購併成本。假設兩家公司合併前流通在外的股數為 N_i ($i = 1, m$)，則換股比率（第 m 公司每股換得第 1 公司股票的比例） e_{1m} 為兩家公司單位市場價值之比：

⁹ 除此之外，產出價格彈性、成長率、波動度與購併成本皆影響最適購併時點。

$$e_{1m} = \frac{E_m(p_t)/N_m}{E_1(p_t)/N_1} = \frac{(O_m + V_m)N_1}{(O_1 + V_1)N_m} \quad (27)$$

考慮雙方公司對新公司最適的持有股份比例為 s_1 與 s_2 且定義如下：

$$s_1 = \frac{N_1}{N_1 + e_{1m}N_m} \quad \text{且} \quad s_m = \frac{e_{1m}N_m}{N_1 + e_{1m}N_m}$$

我們進一步探討個別公司在合併時的選擇權價值，

$$O_i(p_t, s_i) = \max[s_i V_{1m}(p_t) - (1 + \omega_i) V_i(p_t), 0] \quad i = 1, m$$

其中 s_i 代表雙方公司在合併發生後持有新公司的股權比例且 $s_1 + s_m = 1$ 。因此利用相同的方法可求出個別公司的合併選擇權：

$$O_i(p_t, \bar{p}_i, s_i) = [s_i \psi_{1m} \bar{p}^{\gamma_{1m}} - (1 + \omega_i) \psi_i \bar{p}^{\gamma_i}] \left(\frac{p_t}{\bar{p}} \right)^\beta \quad (28)$$

令 $\bar{p}_1 = \bar{p}_m = \bar{p}$ 與條件

$$\left. \frac{\partial O_i(p_t, \bar{p}_i, s_i)}{\partial \bar{p}_i} \right|_{\bar{p}_i = \bar{p}} = 0 \quad (i = 1, m) \quad \text{且} \quad s_1 + s_2 = 1。$$

則求得雙方公司對新公司最適的持有股份比例：

$$s_i = \frac{(1 + \omega_i) \psi_i \bar{p}^{\gamma_i} (\beta - \gamma_i)}{\psi_{1m} \bar{p}^{\gamma_{1m}} (\beta - \gamma_{1m})}, \quad i = 1, m \quad (29)$$

其中最適合併的門檻值 $\bar{p}$ 為下式的解：

$$(\beta - \gamma_{1m}) \psi_{1m} \bar{p}^{\gamma_{1m}} - (1 + \omega_1) (\beta - \gamma_1) \psi_1 \bar{p}^{\gamma_1} - (1 + \omega_m) (\beta - \gamma_m) \psi_m \bar{p}^{\gamma_m} = 0$$

如此即可求得下列之換股比率。

命題 2 公司經由協議決定合併，其最適換股比率為（證明可參考附錄）：

$$e_{1m} = \frac{(1 + \omega_m)\psi_m \bar{p}^{\gamma_m} (\beta - \gamma_m) N_1}{(1 + \omega_1)\psi_1 \bar{p}^{\gamma_1} (\beta - \gamma_1) N_m} \quad (30)$$

此一最適換股比率考量了合併綜效與合併雙方利潤最大，因此對於合併雙方公司來說皆可接受且互蒙其利。

命題中可以發現換股比率受到雙方公司合併成本的影響，換股比率與目標公司的合併成本有一正向關係（ $\frac{\partial e_{1m}}{\partial \omega_m} > 0$ ），這是因為成本愈高，目標公司的履約價格愈高¹⁰，在合併門檻提高情形下欲達成合併，目標公司必定要求提高換股比率。由於換股比率代表目標公司每股換得主併公司股票的比例，因此主併公司的合併成本與換股比率有一反向關係（ $\frac{\partial e_{1m}}{\partial \omega_1} < 0$ ）。若簡化模型的設定，假設合併雙方公司的要素投入彈性與市場佔有率因子相同： $a_i = a$ 、 $b_i = b$ 、 $c_i = c$ 且 $\varepsilon_i = \varepsilon$ ， $i = 1, m$ ，則換股比率簡化為：

$$e_{1m} = \frac{(1 + \omega_m) N_1 A_m^\theta K_m^{b_m \theta} D_m^{c_m \theta}}{(1 + \omega_1) N_m A_1^\theta K_1^{b_1 \theta} D_1^{c_1 \theta}} \equiv \tilde{\omega} \tilde{A}^\theta \tilde{K}^\theta \tilde{D}^\theta \tilde{N}$$

其中 $\tilde{\omega} = (1 + \omega_m)/(1 + \omega_1)$ 、 $\tilde{A} = A_m/A_1$ 、 $\tilde{K} = K_m^{b_m}/K_1^{b_1}$ 、 $\tilde{D} = D_m^{c_m}/D_1^{c_1}$ 且 $\tilde{N} = N_1/N_m$ ，我們可以更清楚發現，換股比率受相對成本（ $\tilde{\omega}$ ）、相對效率（ $\tilde{A}$ ）、相對資本規模（ $\tilde{K}$ ）、相對研發成本（ $\tilde{D}$ ）、相對股數（ $\tilde{N}$ ）與其彈性參數 θ 的影響，其中 $\frac{\partial e_{1m}}{\partial \tilde{K}} > 0$ 代表在其他條件固定下，被併公司相對於主併公司的規模愈大，換股比率也愈高。總之，當被併公司的相對價值愈高時，主併公司願意用較高的價格購買，換股比率也因此較高。

此外，合併對雙方公司的報酬為

$$R_i = \frac{O_i(\bar{p})}{V_i(\bar{p})} = (1 + \omega_i) \times \frac{\gamma_{1m} - \gamma_i}{\beta - \gamma_{1m}}, \quad i = 1, m \quad (31)$$

故報酬受到合併成本 $(1 + \omega_i)$ 與合併綜效 $\left(\frac{\gamma_{1m} - \gamma_i}{\beta - \gamma_{1m}}\right)$ 兩項的影響，合併成本愈大，除了延後合併時點外，也要求愈大的報酬。綜效代表合併的效益，故亦影響報酬的表現。由下列結果進一步分析合併報酬受到的影響：

¹⁰ 由上述合併選擇權式中可瞭解，固定的合併成本即為履約價格的一部分。

$$\frac{\partial R_i}{\partial \gamma_i} = \frac{-(1+\omega_i)}{\beta - \gamma_{1m}} < 0$$

$$\frac{\partial R_i}{\partial \gamma_{1m}} = \frac{(1+\omega_i)(\beta - \gamma_i)}{(\beta - \gamma_{1m})^2} > 0$$

$$\frac{\partial R_i}{\partial \mu} = \frac{-(1+\omega_i)(\gamma_{1m} - \gamma_i) \frac{\partial \beta}{\partial \mu}}{(\beta - \gamma_{1m})^2} > 0$$

$$\frac{\partial R_i}{\partial \sigma} = \frac{-(1+\omega_i)(\gamma_{1m} - \gamma_i) \frac{\partial \beta}{\partial \sigma}}{(\beta - \gamma_{1m})^2} > 0$$

可以發現，個別公司的產出價格彈性(γ_i)對於報酬有不利的影響，但合併後，產出價格彈性(γ_{1m})對於報酬則有正面的影響。此外，合併產生的報酬隨產出價格波動度(σ)與成長率(μ)的增加而增加。

肆、股票與現金收購決策

Block and Hirt (2000) 認為合併活動係經由雙方公司在和諧的氣氛下進行協商，雙方就相關議題充分溝通、達成共識，這種經由協議達成的公司合併交易，亦稱為善意的購併(friendly takeover)，此亦上節所討論的合併形式，合併雙方經由協議過程共同追求彼此最大利潤，其過程屬於Cournot-Nash 賽局。本節將探討兩種敵意購併的形式，亦即股票收購與現金收購。所謂敵意購併是指當一家公司企圖購併另一家公司時，被購併的目標公司並不認同此種意圖，而有不合作甚至反抗的行為，亦稱為非善意的購併 (Block and Hirt, 2000)。首先探討以股票支付的非善意的購併。

一、股票收購

由於敵意購併不是雙方善意協商的結果，因此主併公司為了以股票收

購目標公司，常會提高價格或是承諾目標公司的出價¹¹。此一情況如同讓目標公司先決定購併條件，也就是購併後對新公司的持股比例或是購併溢酬，接著主併公司再決定購併的時點 (Lambrecht, 2004)。在收購過程中，若目標公司的議價籌碼增加，對於主併公司的要價會較高，將增加主併公司的成本、提高購併選擇權的執行價格、延後主併公司收購時點。我們假設股票收購的過程為Stackelberg領導-追隨賽局 (leader-follower game)，其中目標公司為領導者，主併公司為追隨者。由於股票收購或現金收購過程是分別決定購併時點與條件，相較之下較不效率，所以發生的時點將晚於合併，這部分之後將進一步說明。

在購併的過程中，我們假設第 1 家公司為主併公司，第 m 家公司為目標公司，主併公司利用自己的股票與目標公司的股票交換，以取得目標公司的所有權，購併後公司的價值為 $V_{1m}(p)$ 。購併過程中第 m 家公司先決定新公司持股 s_1 ¹²，求取最大的購併選擇權價值，亦即：

$$\max_{s_1} O_{sm}(p_t, \bar{p}(s_1), s_1)$$

然後第 1 家公司再決定購併的時點，以求取最大的購併選擇權價值：

$$\max_{\bar{p}} O_{s1}(p_t, \bar{p}, s_1)$$

利用上節的方法，我們可以求得股票收購的選擇權價值、購併條件與購併門檻，其中主併公司的收購選擇權價值為：

$$\begin{aligned} O_{s1}(p_t, \bar{p}, s_1) &= [s_1 V_{1m}(\bar{p}) - (1 + \omega_1) V_1(\bar{p})] \left(\frac{p_t}{\bar{p}} \right)^\beta, \quad p_t \leq \bar{p} \\ &= s_1 V_{1m}(p) - (1 + \omega_1) V_1(p), \quad p_t > \bar{p} \end{aligned} \quad (32)$$

另外，目標公司的購併選擇權為：

¹¹ 最著名的例子即是美國運通公司在 1979 年企圖收購麥格西爾公司 (McGraw-Hill)，那時麥格西爾公司的股價是 \$26，一開始美國運通公司出價 \$34，後來甚至漲到 \$40 (Block and Hirt, 2000)。

¹² 第 m 家公司先決定對新公司的持股 $1-s_1$ ，也就是決定 s_1 。

$$\begin{aligned}
O_{sm}(p_t, \bar{p}, s_1) &= [(1-s_1)V_{1m}(\bar{p}) - (1+\omega_m)V_m(\bar{p})] \left(\frac{p_t}{\bar{p}} \right)^\beta, \quad p_t \leq \bar{p} \\
&= (1-s_1)V_{1m}(p) - (1+\omega_m)V_m(p), \quad p_t > \bar{p}
\end{aligned} \tag{33}$$

目標公司選擇持股 s_m 以極大化選擇權價值，但因為 $\frac{\partial \bar{p}}{\partial s_1} < 0$ ，代表目標公司在較快取得較小持股 s_m 及繼續等待以取得較大持股間具有一抵換關係。根據一階條件 $\frac{\partial O_{s1}(p_t, \bar{p}, s_1)}{\partial \bar{p}} = 0$ ，可以求出主併公司與被併公司最適的持股比例¹³：

$$s_1(p_t) = \frac{(1+\omega_1)\psi_1 p^{\gamma_1}(\beta-\gamma_1)}{\psi_{1m} p^{\gamma_{1m}}(\beta-\gamma_{1m})}, \quad s_m(p_t) = 1 - s_1(p_t) \tag{34}$$

命題 3 若主併公司決定利用股票方式來收購被併公司，當產出價格 $p(t)$ 第一次等於或大於收購門檻 $\bar{p}_s$ 時，公司的最適決定即為採取股票收購策略。股票收購下購併活動的換股比率為：

$$e_{1m} = \frac{[\psi_{1m} p^{\gamma_{1m}}(\beta-\gamma_{1m}) - (1+\omega_m)\psi_1 p^{\gamma_1}(\beta-\gamma_1)]N_1}{(1+\omega_1)\psi_1 p^{\gamma_1}(\beta-\gamma_1)N_m} \tag{35}$$

此外，主併公司與被併公司購併後的累積報酬分別為：

$$R_{s1} = \frac{O_1}{V_1} = (1+\omega_1) \frac{\gamma_{1m} - \gamma_1}{\beta - \gamma_{1m}}, \quad p_t \geq \bar{p} \tag{36}$$

與

$$\begin{aligned}
R_{sm} &= \frac{O_{sm}}{V_m} = (1+\omega_m) \frac{\gamma_{1m} - \gamma_m}{\beta - \gamma_{1m}} + (1+\omega_1) \frac{\beta - \gamma_1}{\beta - \gamma_{1m}} \frac{\gamma_{1m} - \gamma_1}{\beta - \gamma_{1m}} \frac{\psi_1 \bar{p}^{\gamma_1}}{\psi_m \bar{p}^{\gamma_m}}, \quad p_t = \bar{p} \\
&= \frac{\psi_{1m} p^{\gamma_{1m}}}{\psi_m p^{\gamma_m}} - (1+\omega_1) \frac{\beta - \gamma_1}{\beta - \gamma_{1m}} \frac{\psi_1 p^{\gamma_1}}{\psi_m p^{\gamma_m}} - (1+\omega_m), \quad p_t \geq \bar{p}
\end{aligned} \tag{37}$$

其中股票收購門檻值 $\bar{p}_s$ 為下式的解（證明可參考附錄）：

¹³ 因為 $\gamma_i < \gamma_{1m}$ ， $i = 1, m$ ，滿足二階條件式 $\frac{\partial^2 O(p_t, \bar{p}, s_1)}{\partial \bar{p}^2} < 0$ 。

$$(\beta - \gamma_{1m})\psi_{1m}\bar{p}^{\gamma_{1m}} - (1 + \omega_1)\frac{(\beta - \gamma_1)^2}{\beta - \gamma_{1m}}\psi_1\bar{p}^{\gamma_1} - (1 + \omega_m)(\beta - \gamma_m)\psi_m\bar{p}^{\gamma_m} = 0 \quad (38)$$

由上述購併雙方的報酬結果發現，主併者為了取得目標公司的控制權，所支付的報酬要超過合併下的報酬 ($R_{sm} > R_s$)，說明股票收購發生時點晚於合併型態且較不效率，此一結果與Lambrecht (2004)一致，另外主併者的報酬則與合併時的報酬相同 ($R_{s1} = R_1$)。Copeland and Weston (1988)實證發現在購併活動中，被併公司在善意合併與敵意購併的股東報酬分別為 20% 與 35%；主併公司的股東報酬則分別為 2~3%¹⁴與 3~5%，此一結果說明上述的分析與實證結果大致符合。

在收購活動中，目標公司的報酬較主併公司的報酬複雜許多，但可分為兩部分加以解釋，第一部分與合併時的報酬相同，表示購併成本與綜效效果。第二部分報酬除了 $(1 + \omega_1)$ 外由三者所組成¹⁵，前者 $\left(\frac{\beta - \gamma_1}{\beta - \gamma_{1m}}\right)$ 代表主併者的遲滯效果 (hysteresis effect)，產生於購併是一不可回復性活動，實質選擇權理論認為在不可回復性情況下不確定性將會延後投資 (Dixit and Pindyck, 1994)，因為 $\beta > 1$ ，所以遲滯效果會大於 1，當不確定性減少時 ($\sigma \rightarrow 0$)，遲滯因子會趨近於 1 (因為 $\beta \rightarrow \infty$) 而使遞延效果消失。此外，不確定性也會增加綜效效果，不確定性對目標公司的影響大於對主併公司的影響。再者， $\left(\frac{\gamma_{1m} - \gamma_1}{\beta - \gamma_{1m}}\right)$ 代表主併者的綜效效果，當此一效果愈大時，被併與主併公司的報酬皆會增加，但若此一效果趨近於 0 時， $R_{s1} \rightarrow 0$ 且 $R_{sm} \rightarrow R_m$ 。最後， $\left(\frac{\psi_1 p^{\gamma_1}}{\psi_m p^{\gamma_m}}\right)$ 代表規模效果，目標公司相對於主併公司的規模愈小，目標公司的報酬愈大。

若簡化模型的設定，假設合併雙方公司的勞力投入彈性與市場佔有率因子相同： $a_i = a$ 、 $\varepsilon_i = \varepsilon$ ， $i = 1, m$ ，個別公司產出價格彈性因此相同 $\gamma_1 = \gamma_m = \gamma$ ，則股票收購最適購併門檻值 $\bar{p}_s$ 之特殊解為：

$$\bar{p}_s = \left[\left(\frac{\beta - \gamma}{\beta - \gamma_{1m}} \right)^2 \frac{(1 + \omega_1)\psi_1}{\psi_{1m}} + \left(\frac{\beta - \gamma}{\beta - \gamma_{1m}} \right) \frac{(1 + \omega_m)\psi_m}{\psi_{1m}} \right]^{\frac{1}{\gamma_{1m} - \gamma}} \quad (39)$$

公司最適購併時點因此可表示為：

¹⁴ 此一合併下股東報酬未達統計上顯著水準。

¹⁵ 此部分報酬代表出價效果 (bidding effect)，反應目標公司為領導-追隨賽局中的領導者。

$$T_s = \inf[t \geq 0 : p(t) \geq \bar{p}_s]$$

當產出價格首次等於或大於門檻時，公司的最適決定即為採取股票收購策略。

二、現金收購

現金收購過程與股票收購是類似的，主要差異在於主併公司以現金支付方式來收購目標公司股份，而非股票交換方式。目標公司收到現金，但對新公司即不再持有股份，故主併公司的收益類似選擇權型態，目標公司的收益則無此特性而為確定之現金流量。假設現金購併的過程仍為一領導-追隨賽局，其中目標公司為領導者，主併公司為追隨者，也就是目標公司先決定購併價格（溢酬），接著主併公司再決定購併的時點。假設 u 為購併溢酬（bid premium）且被併者（第 m 家公司）願意接受此一現金價格，則購併的過程可表示為，目標公司先決定購併價格以極大化購併選擇權價值，然後主併公司再決定購併的時點以求取最大的購併選擇權價值：

$$\max_u O_{cm}(p_t, \bar{p}(u), u) \quad \text{且} \quad \max_{\bar{p}} O_{cl}(p_t, \bar{p}, u)$$

我們亦可以求得現金收購的選擇權價值，購併條件與購併門檻，其中主併公司的購併選擇權為：

$$\begin{aligned} O_{cl}(p_t, \bar{p}, u) &= (V_{1m}(\bar{p}) - (1 + \omega_1)V_1(\bar{p}) - (1 + u)V_m(\bar{p})) \left(\frac{p_t}{\bar{p}} \right)^\beta, \quad p_t \leq \bar{p} \\ &= V_{1m}(p) - (1 + \omega_1)V_1(p) - (1 + u)V_m(p), \quad p_t > \bar{p} \end{aligned} \quad (40)$$

以及目標公司的購併選擇權：

$$\begin{aligned} O_{cm}(p_t, \bar{p}, u) &= (u - \omega_m)V_m(\bar{p}) \left(\frac{p_t}{\bar{p}} \right)^\beta, \quad p_t \leq \bar{p} \\ &= (u - \omega_m)V_m(p), \quad p_t > \bar{p} \end{aligned} \quad (41)$$

利用與上節同樣的方法即可求得下列命題。

命題 4 若主併公司決定利用現金方式來收購被併公司，當產出價格 $p(t)$ 第一次等於或大於收購門檻 $\bar{p}_c$ 時，公司的最適決定即為採取現金收購策略。被併公司價值為 $(1+u)V_m$ ，公司的購併溢酬為

$$u = \frac{(\beta - \gamma_{1m})\psi_{1m}\bar{p}^{\gamma_{1m}} - (1 + \omega_1)(\beta - \gamma_1)\psi_1\bar{p}^{\gamma_1} - (\beta - \gamma_m)\psi_m\bar{p}^{\gamma_m}}{(\beta - \gamma_m)\psi_m\bar{p}^{\gamma_m}} \quad (42)$$

其中，現金購併門檻值 $\bar{p}_c$ 為下式的解（證明可參考附錄）：

$$(\beta - \gamma_{1m})^2\psi_{1m}\bar{p}^{\gamma_{1m}} - (1 + \omega_1)(\beta - \gamma_1)^2\psi_1\bar{p}^{\gamma_1} - (1 + \omega_m)(\beta - \gamma_m)^2\psi_m\bar{p}^{\gamma_m} = 0 \quad (43)$$

由上述命題可知，當主併公司決定利用現金來收購被併公司時，此一命題可幫助管理者作出最佳決策。即在 $p(t)$ 第一次等於或大於門檻 $\bar{p}$ 時，主併公司支付價值 $(1+u)V_m$ 給被併公司。

購併後，由於綜效價值的發揮，將創造個別公司額外的價值，這部分佔公司價值的比例可視為購併後的累積報酬。主、被併公司的報酬分別以 R_{c1} 與 R_{cm} 表示，顯示如下：

$$R_{c1} = \frac{O_{c1}}{V_1} = (1 + \omega_1) \frac{\gamma_m - \gamma_1}{\beta - \gamma_m} + \frac{\gamma_{1m} - \gamma_m}{\beta - \gamma_m} \frac{\psi_m p^{\gamma_m}}{\psi_1 p^{\gamma_1}}, \quad p_t \geq \bar{p} \quad (44)$$

與

$$\begin{aligned} R_{cm} &= \frac{O_{cm}}{V_m} = (1 + \omega_m) \frac{\gamma_{1m} - \gamma_m}{\beta - \gamma_{1m}} + (1 + \omega_1) \frac{\beta - \gamma_1}{\beta - \gamma_m} \frac{\gamma_{1m} - \gamma_1}{\beta - \gamma_{1m}} \frac{\psi_1 \bar{p}^{\gamma_1}}{\psi_m \bar{p}^{\gamma_m}} - \omega_m, \quad p_t = \bar{p} \\ &= \frac{\beta - \gamma_{1m}}{\beta - \gamma_m} \frac{\psi_{1m} p^{\gamma_{1m}}}{\psi_m p^{\gamma_m}} - (1 + \omega_1) \frac{\beta - \gamma_1}{\beta - \gamma_m} \frac{\psi_1 p^{\gamma_1}}{\psi_m p^{\gamma_m}} - (1 + \omega_m), \quad p_t \geq \bar{p} \end{aligned} \quad (45)$$

可以比較發現， $R_{cm} < R_{sm}$ 而且 $R_{c1} > R_{s1}$ 。這是因為主併公司的收益擁有選擇權的特性，而目標公司的收益則沒有此一特性，因此不確定性與不可回復性使主併公司有延後購併的動機。延後購併會增加主併公司的收益但減少目標公司的收益。

同樣的，若簡化模型的設定，假設合併雙方公司的勞力投入彈性與市

場佔有率因子相同： $a_i = a$ 、 $\varepsilon_i = \varepsilon$ ， $i = 1, m$ ，且個別公司產出價格彈性因此相同，也就是 $\gamma_1 = \gamma_m = \gamma$ ，則最適現金收購門檻值 $\bar{p}_c$ 的特殊解為

$$\bar{p}_c = \left[\left(\frac{\beta - \gamma}{\beta - \gamma_{1m}} \right)^2 \frac{1}{\psi_{1m}} ((1 + \omega_1)\psi_1 + (1 + \omega_m)\psi_m) \right]^{\frac{1}{\gamma_{1m} - \gamma}} \quad (46)$$

公司最適購併時點因此可表示為：

$$T_c = \inf[t \geq 0 : p(t) \geq \bar{p}_c]$$

當產品價格第一次等於或大於門檻時，公司的最適決定即為採取購併策略。

經由歸納，上述各種形式下的購併門檻可改寫為下式的解：

$$\left(\frac{\beta - \gamma_1}{\beta - \gamma_{1m}} \right)^{n_1} \frac{(1 + \omega_1)\psi_1 \bar{p}^{\gamma_1}}{\psi_{1m} \bar{p}^{\gamma_{1m}}} + \left(\frac{\beta - \gamma_m}{\beta - \gamma_{1m}} \right)^{n_m} \frac{(1 + \omega_m)\psi_m \bar{p}^{\gamma_m}}{\psi_{1m} \bar{p}^{\gamma_{1m}}} = 1 \quad (47)$$

其中合併、股票收購與現金收購的次方值 (n_1, n_m) 分別為 $(1, 1)$ 、 $(2, 1)$ 及 $(2, 2)$ 。比較上述各種形式下的購併門檻得知 $\bar{p} < \bar{p}_s < \bar{p}_c$ ¹⁶，代表合併時點發生的最早、最有效率，股票收購的形式次之，現金收購發生的最晚、最沒效率。這是因為合併是由雙方公司共同協商所決定，對雙方皆有利且最有效率。股票收購並非由雙方公司同時決定，而是由目標公司先決定購併條件，主併公司再決定購併時點，因此對目標公司較有利，此一結果相較於合併自然較不效率。現金收購亦非由雙方公司同時決定，而且還有一非參與的因素，亦即目標公司對新公司沒有持有股份，因此報償的結構及主、被併公司對新公司的動機並不一致，被併者要求更多的購併溢酬，主併公司因此等待收購(執行投資)的時間將更延長，故購併時點最晚¹⁷，此一結果與Lambrecht (2001)一致。此外，由公式結果亦可發現，當目標公司購併前後的價格彈性(i.e. $\gamma_m \rightarrow \gamma_{1m}$)相近時，遲滯性因子 $\left(\frac{\beta - \gamma_m}{\beta - \gamma_{1m}} \right)$ 也接近於1，股票收購與現金收購的兩種購併門檻(時點)將趨於一致。

¹⁶ 各種特例下的購併門檻仍然符合此一關係

¹⁷ 本文也利用實際的資料加以檢驗，經由SDC資料庫所提供的2004年非善意購併成功資料，共得到以股票交換者有35例，以現金支付者有357例。購併期間是指購併計畫由宣告到完成的天數，經計算後股票交換的平均購併天數為89天，現金支付的平均購併天數為94天。由於後者花費期間較長，因此可以證明一般而言，現金收購時點將晚於股票收購。

伍、數值分析

在上述模型中我們求出購併雙方對新公司持有比例、換股比率的封閉解及購併門檻的特殊解，但對於一般情形的購併門檻有必要藉由數值解進一步說明。表 1 列出參數的說明與設定。

表 1 參數設定說明

參 數 說 明	符 號	數 值
無風險利率	r	0.05
價格波動度	σ	0.1
主併公司價格彈性	γ_1	1.2
被併公司價格彈性	γ_m	1.2
合併後公司價格彈性	γ_{1m}	1.5
主併公司價值參數	ψ_1	1.5
被併公司價值參數	ψ_m	1.5
合併後公司價值參數	ψ_{1m}	3
主併、被併成本比例	ω_1 、 ω_m	0.05、0.03

在上述參數的設定下，我們求出目標公司價格彈性（ γ_m ）變動下的三種型態購併門檻值，如圖 1 所示。我們發現同一目標公司價格彈性下，現金收購的門檻大於合併與股票收購門檻。此外，增加公司價格彈性會提高購併門檻、延後購併時點。此一原因在於購併後公司價格彈性（ γ_{1m} ）不變下，目標公司價格彈性增加，代表目標公司的條件變好、購併綜效價值下降，故不易發生購併且提高購併門檻。同樣的，若增加主併公司價格彈性（ γ_1 ）也會提高購併門檻。由圖 1 亦可發現，隨著目標公司價格彈性增加，股票收購與現金收購的購併門檻逐漸接近，當 $\gamma_m=1.5$ 時，兩者的購併門檻即相同。這主要是因為當 γ_m 增加時，購併前後的價格彈性差異（ $\gamma_{1m}-\gamma_m$ ）減少，遲滯性因子 $\left(\frac{\beta-\gamma_m}{\beta-\gamma_{1m}}\right)$ 降低，代表現金購併相對於股票購併的延後效果降低，因此當 $\gamma_m = \gamma_{1m} = 1.5$ 時，遲滯性因子等於 1，股票收購與現金收購的兩種購併門檻（時點）即趨於一致。

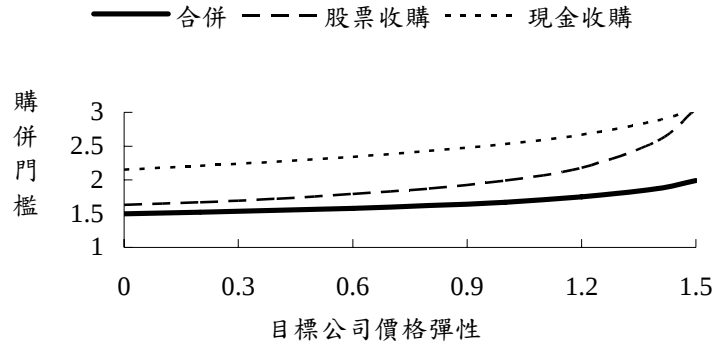


圖1 價格彈性對合併門檻的影響

另外，我們也觀察價格波動度（ σ ）對購併門檻的影響，如圖 2 所示。可以發現價格波動度與三種類型的購併門檻皆有一正向關係，代表產出價格不確定性增加時，會增加合併的疑慮，因此合併門檻增加、延後合併時點，這與實質選擇權理論一致(Dixit and Pindyck, 1994; McDonald and Siegel, 1986)。由圖 2 亦可發現，在價格波動度較小時，購併型態對於購併門檻的影響有限，但隨著價格波動度增加，三種門檻的差距越大，代表購併型態對於購併門檻的影響力越大。

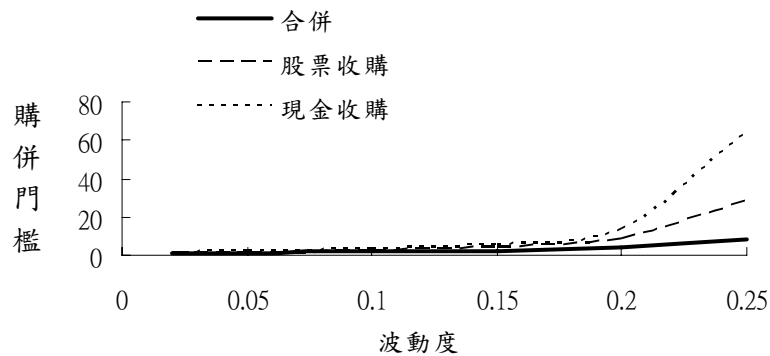


圖2 波動度對合併門檻的影響

陸、結 論

在購併活動中，最重要的課題為如何選擇合併夥伴、購併後可以發揮多少綜效、及雙方購併時點、換股比例或支付金額等將如何決定？鑒於目前文獻大都針對其中一、兩項主題進行探討、求解，或僅概略性的廣泛討論，無法精確的指出購併時點、換股比例等問題。因此，本文利用實質選擇權方法，將綜效視為雙方購併的選擇權價值，並應用賽局理論針對上述問題加以求解，提供公司面對購併決策時的判斷準則。

本研究建構一個動態經濟環境，允許公司產出價格變動且公司擁有完全資訊，利用兩階段的方式來探討購併的決策。第一階段依據合併所產生最大綜效價值來決定合併的目標公司。第二階段利用賽局理論來描述三種購併型態：合併、股票與現金收購，並決定主併公司與目標公司最適的購併時點、換股比率或是合併金額等問題，且求得其封閉解。本文發現購併型態會影響購併雙方的購併報酬與時點，其中以合併方式最有效率，合併發生的時點最早，股票收購次之，現金收購發生的時點將晚於合併與股票收購。然而，此一結果受到價格波動度的影響，當價格波動度增加時，購併型態對購併時點的影響將越明顯。最後，較大的購併成本、較高的產出價格波動度、較低的市場獨占率與較差的績效改善皆會延後購併時點。

附 錄

附錄一、第 (24) 式之證明：

由 Bellman Equation 知

$$rO(p_t) = E(dO) \quad (\text{a1})$$

上式代表在任一時點區間 dt ，投資機會的總報酬等於資本上漲的預期報酬。利用 Ito's Lemma 可以得到：

$$\frac{1}{2} \sigma^2 p_t^2 O''(p_t) + (r - \delta) p_t O'(p_t) - rO(p_t) = 0 \quad (\text{a2})$$

極大化合併選擇權的合併門檻將滿足下列一階條件： $\frac{\partial O(p_t, \bar{p})}{\partial \bar{p}} = 0$ ，也就是

$$\left(\frac{p_t}{\bar{p}}\right)^\beta \frac{1}{\bar{p}} \left[(\gamma_{1m} - \beta) \psi_{1m} \bar{p}^{\gamma_{1m}} + (\beta - \gamma_1)(1 + \omega_1) \psi_1 \bar{p}^{\gamma_1} + (\beta - \gamma_m)(1 + \omega_m) \psi_m \bar{p}^{\gamma_m} \right] = 0 \quad (\text{a3})$$

至於二階條件限制 $\frac{\partial^2 O(p_t, \bar{p})}{\partial \bar{p}^2}$ ：

$$\left(\frac{p_t}{\bar{p}}\right)^\beta \bar{p}^{\gamma_{1m}-1} \left[(\gamma_1 - \gamma_{1m})(\beta - \gamma_1)(1 + \omega_1) \psi_1 \bar{p}^{\gamma_1 - \gamma_{1m} - 1} + (\beta - \gamma_m)(1 + \omega_m) \psi_m \bar{p}^{\gamma_m - \gamma_{1m} - 1} \right] \quad (\text{a4})$$

因為 $\beta > \gamma$ ，故滿足二階條件小於 0。

附錄二、命題 2 證明：

換股比率為兩家公司單位市場價值之比，因此 $e_{1m} = s_m N / s_m N$ 。由 (29) 式結果帶入上式關係即可求出換股比率。

附錄三、第 (38) 式之證明：

極大化購併選擇權的門檻將滿足下列一階條件： $\frac{\partial O_{sm}(p_t, \bar{p})}{\partial \bar{p}} = 0$ ，也就是

$$\left(\frac{p_t}{\bar{p}}\right)^\beta \frac{1}{\bar{p}} \left[(\beta - \gamma_{1m}) \psi_{1m} \bar{p}^{\gamma_{1m}} - (1 + \omega_1) \frac{(\beta - \gamma_1)^2}{\beta - \gamma_{1m}} \psi_1 \bar{p}^{\gamma_1} - (1 + \omega_m)(\beta - \gamma_m) \psi_m \bar{p}^{\gamma_m} \right] = 0 \quad (\text{a5})$$

至於二階條件限制：

$$\left(\frac{p_t}{\bar{p}}\right)^\beta \frac{1}{\bar{p}^2} \left[(1+\omega_1)(\gamma_1 - \gamma_{1m}) \frac{(\beta - \gamma_1)^2}{\beta - \gamma_{1m}} (1+\omega_1)\psi_1 \bar{p}^{\gamma_1} + (1+\omega_m)(\gamma_m - \gamma_{1m})(\beta - \gamma_m)\psi_m \bar{p}^{\gamma_m} \right] \quad (\text{a6})$$

因為 $\beta > \gamma_{1m} > \max[\gamma_1, \gamma_m]$ ，故滿足 $\frac{\partial^2 O(p_t, \bar{p})}{\partial \bar{p}^2} < 0$ 。

附錄四、第 (43) 式之證明：

極大化購併選擇權的門檻將滿足下列一階條件： $\frac{\partial O_{cl}(p_t, \bar{p}, u)}{\partial \bar{p}} = 0$ ，也就是

$$\left(\frac{p_t}{\bar{p}}\right)^\beta \frac{1}{\bar{p}} \left[(\beta - \gamma_{1m})\psi_{1m} \bar{p}^{\gamma_{1m}} - (1+\omega_1)(\beta - \gamma_1)\psi_1 \bar{p}^{\gamma_1} - (1+u)(\beta - \gamma_m)\psi_m \bar{p}^{\gamma_m} \right] = 0 \quad (\text{a7})$$

上式經過整理後即可求得購併溢酬 u ：

$$u = \frac{(\beta - \gamma_{1m})\psi_{1m} \bar{p}^{\gamma_{1m}} - (1+\omega_1)(\beta - \gamma_1)\psi_1 \bar{p}^{\gamma_1} - (\beta - \gamma_m)\psi_m \bar{p}^{\gamma_m}}{(\beta - \gamma_m)\psi_m \bar{p}^{\gamma_m}} \quad (\text{a8})$$

利用(a7)對購併溢酬 u 微分可得到：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}}{\partial u} \frac{1}{\bar{p}} \left[\gamma_{1m}(\beta - \gamma_{1m})\psi_{1m} \bar{p}^{\gamma_{1m}} - \gamma_1(1+\omega_1)(\beta - \gamma_1)\psi_1 \bar{p}^{\gamma_1} - \gamma_m(1+u)(\beta - \gamma_m)\psi_m \bar{p}^{\gamma_m} \right] \\ = (\beta - \gamma_m)\psi_m \bar{p}^{\gamma_m} \end{aligned} \quad (\text{a9})$$

另外，由條件 $\frac{\partial O_{cm}(p_t, \bar{p}, u)}{\partial u} = 0$ 可得到：

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial u} \frac{1}{\bar{p}} = \frac{1}{(u - \omega_m)(\beta - \gamma_m)} \quad (\text{a10})$$

將(a10)帶入(a9)式，並利用(a8)式結果即可求得現金收購門檻。

參考文獻

1. 廖四郎、陳坤銘與鄭宗松，“最適投資決策與產品生命週期-實質選擇權分析法”，*中山管理評論*，第 11 卷第 3 期，571-596，民國九十二年。
2. 劉忠欽、朱瑞陽與幸大智，“企業併購與人力資源之處理”，*全國律師*，民國九十二年。
3. Andrade, G., M. Mitchell, and E. Stafford, 2001, “New Evidence and Perspectives on Mergers,” *Journal of Economic Perspectives*, 15, 103-120.
4. Block, S. B. and G. A. Hirt, 2000, *Foundations of Financial Management*, 9th Edition, McGraw-Hill, Boston, MA.
5. Brealey, R. A. and S. C. Myers, 2000, *Principles of Corporate Finance*, 6th Edition, McGraw-Hill, Boston, MA.
6. Copeland, T. E. and J. F. Weston, 1988, *Financial Theory and Corporate Policy*, 3th Edition, Addison Wesley.
7. Dixit, A. K. and R. S. Pindyck, 1994, *Investment Under Uncertainty*, NJ: Princeton University Press.
8. Ernst & Young Corporate Finance, 1994, *Mergers and Acquisitions: Back-to-Basics Techniques for the 90s*, New York, 2nd ed.: John Wiley and Sons, Inc.
9. Goto, A. and K. Suzuki, 1989, “R&D Capital, Rate of Return on R&D Investment and Spillover of R&D in Japanese Manufacturing Industries,” *The Review of Economics and Statistics*, 71(4), 555-564.
10. Grenadier, S. R., 1996, “The Strategic Exercise of Options: Development Cascades and Overbuilding in Real Estate Markets,” *Journal of Finance*, 51(5), 1653-1679.
11. Grenadier, S. R., 1999, “Information Revelation through Option Exercise,” *Review of Financial Studies*, 12, 95-130.
12. Griliches, Z. and J. Mairesse, 1984, *Productivity and R&D at the Firm Level*:

R&D, Patents and Productivity, University of Chicago Press, 339-374.

13. Herath, Hemantha S. B. and John S. Jahera Jr., 2002, "Real Options: Valuing Flexibility in Strategic Mergers & Acquisitions As an Exchange Ratio Swap," Working paper.
14. Hsu, Y. and B. M. Lambrecht, 2004, "Preemptive Patenting under Uncertainty and Asymmetric Information," forthcoming in the *Annals of Operations Research*.
15. Lambrecht, B., 2001, "The Timing and Terms of Takeovers Under Uncertainty: A Real Options Approach," Working Paper, University of Cambridge.
16. Lambrecht, B., 2004, "The Timing and Terms of Mergers Motivated by Economies of Scale," *Journal of Financial Economics*, 72, 41-62.
17. Margrabe, W., 1978, "The Value of the Option to Exchange One Asset for Another," *Journal of Finance*, 33, 177-186.
18. McDonald, R. and D. Siegel, 1986, "The Value of Waiting to Invest," *The Quarterly Journal of Economics*, 101, 707-727.
19. McDonald, R. and D. Siegel, 1985, "Investment and the Valuation of Firms When There is an Option to Shut Down," *International Economic Review*, 26(2), 331-349.
20. Mella-Barral, P. and W. R. Perraudin, 1997, "Strategic Debt Service," *Journal of Finance*, 52, 531-556.
21. Morellec, E., 2001, "The Dynamics of Mergers and Acquisitions," Working paper, William E. Simon Graduate School of Business Administration, Rochester.
22. Shleifer, A. and R. Vishny, 2001, "Stock Market Driven Acquisitions," Working paper, Harvard University.
23. Smit, Han T. J., 2001, "Acquisition Strategies As Option Games," *Journal of Applied Corporate Finance*, 14, 79-89.

24. Smith, K. W. and A. J. Triantis, 1995, "The Value of Options in Strategic Acquisitions," in *Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications*, ed. by L. Trigeorgis, pp. 135-149. Praeger, London.
25. Trigeorgis, L., 1996, *Real Options*, The MIT Press.
26. Weston, J. F., K. S. Chung, and J. A. Siu, 1998, "Takeovers, Restructuring, and Corporate Governance," Prentice Hall, New Jersey, second edn.