

雙層保護合成型擔保債權憑證之 評價與風險特徵研究

江彌修*

國立政治大學金融學系

岳夢蘭

國立政治大學財務管理學系

李蕙君

國立政治大學金融學系碩士

關鍵詞: 合成型擔保債權憑證、雙層保護擔保債權憑證、累積損失分配、分
券市場價值、主分券、子分券

JEL 分類代號: C63, G12

* 聯繫作者: 江彌修, 國立政治大學金融學系, 台北市 116 文山區指南路二段 64 號。電話: (02) 2939-3091 分機 81265; 傳真: (02) 2939-8004; E-mail: mhchiang@nccu.edu.tw。作者們由衷感謝編輯委員及兩位匿名審查人的指正及所提供的寶貴意見。

摘 要

本文在違約事件為條件式獨立的假設下，運用遞迴法則 (recursive method) 建構雙層保護合成型擔保債權憑證之損失分配，進而分析憑證之風險特徵。研究結果發現雙層保護合成型擔保債權憑證雖然標榜以雙重信用違約保護層及更大風險分散程度之債權群組 (reference pool) 配置來兼顧利潤與風險的平衡，但實際上卻是高槓桿程度的商品，其雙層保護結構設計，擴大了模型底層參數變動對上層損失分配之影響效果。本文針對雙層保護合成型擔保債權憑證，提供信用增強、違約相關性與資產重疊度之敏感度分析。數值結果顯現權益-權益分券 (equity on equity tranche) 至次償-先償分券 (mezzanine on senior tranche) 等六種分券的名目本金加總，雖然只佔其商品資本結構之極小比例，但卻承擔了部分之總信用風險。因此市場參與者必須仔細區分「風險金額移轉數目」與「內含風險移轉程度」之差異。

1. 前言

近年來國際間企業違約恢復平穩, 從 2002 年底後, 市場上信用價差開始出現緊縮的趨勢, 投資人在一般的合成型擔保債權憑證商品 (synthetic collateralized debt obligation, synthetic CDO) 中所能獲得的收益大幅縮水。為了提高投資人的收益率, 各種新奇的信用衍生性商品陸續推陳而出, 其中雙層保護合成型擔保債權憑證 (CDOs of CDOs; CDO squared; CDO²) 即是合成型擔保債券憑證市場中的一項新金融商品。合成型 CDO² 的結構與一般的合成型 CDO 的結構相似, 不同之處在於一般合成型 CDO 的標的資產群組 (reference pool) 是由債權群組的信用違約交換契約 (credit default swap) 所組成, 而合成型 CDO² 的標的資產群組則是由單一分券 (single tranche) 的 CDO 所組成。由於 CDO² 的標的資產群組是一群子擔保債券憑證 (inner CDO) 之分券, 實務上將之稱為子分券 (inner CDO tranche; mini CDO tranche), 而將上層之擔保債券憑證 (master CDO) 稱之為主分券 (master CDO tranche)。

主分券與子分券由各自的損失起賠點 (attachment points, AP) 與損失止賠點 (detachment points, DP) 來定義分券大小 (tranche size) 與擔保額度 (subordination)。而這些子擔保債券憑證通常會有相同的分券大小與擔保順位, 甚至會有數個標的資產同時出現在不同分券的債權群組中。這種標的資產的重疊性 (overlap) 加大了單一標的資產違約對子分券的影響, 進一步影響 CDO² 的報酬與風險特質。因此標的資產的重疊程度是決定 CDO² 風險特徵的重要因素。CDO² 的損失機制, 是在雙層的擔保債券憑證過濾下產生: 當子擔保債券憑證下的標的資產發生違約時, 依照違約金額的大小會使相關的子擔保債券憑證的分券遭受本金損失或部分擔保額度的減少, 若子分券遭受損失, 發生在子分券中的損失金額即會流入主擔保債券憑證中。CDO² 被視為具有雙層的違約損失保護, 要使 CDO² 分券遭受損失的違約家數通常較使 CDO 分券遭受本金損失所需的違約家數多。此種雙層的商品結構設計看似提供了投資人雙重的保護效果, 提高標的資產的風險分散程度, 但基於高風險高報酬的基本投資原則, 投資雙層保護合成型擔保債券憑證所能獲得的高收益水準也反映出雙層保護合成型擔保債券憑證勢必較一般信用衍生性商品承受

較高之風險。雙層保護合成型擔保債權憑證屬於證券化商品之再衍生, 產品複雜程度較一般證券化商品為甚, 商品的複雜結構使一般投資人不易了解此商品之風險特徵。

本文承接縮減式模型中之於違約事件的定義: 違約時點服從齊質 (homogeneous) 卜瓦松過程 (Poisson process), 且違約強度、回復率及無風險利率期間結構為外生變數且互相獨立。透過單因子高斯連繫結構 (one factor Gaussian copula) 模型, 在違約事件彼此獨立之假設下, 利用遞迴法則建構出債權群組之損失分配。和擔保債權憑證的差異處在於, 雙層保護擔保債權憑證分券之損失分配決定於其標的子分券群組之損失, 而擔保債權憑證之損失分配由其標的信用違約交換群組所決定。在條件獨立 (conditional independence) 的假設下, 違約事件之相關性由一個市場共同因子 (common factor) 所驅動, 此時違約強度可由市場上信用違約交換價差之報價反推得知。在評價雙層保護合成型擔保債權憑證時所需處理的資產重疊度議題, 本文採用 Baheti et al. (2005) 所提出之方法, 延伸 Hull and White (2004) 中的遞迴法則。相較於使用蒙地卡羅模擬在評價此類商品上所無法避免的耗時與不效率性, 本文的研究方法在模型實踐 (implementation) 上允許此商品之風險特徵得以被量化與分析, 從而提供投資人一管道來認識雙層保護合成型擔保債權憑證獨特的信用風險移轉特質及過程。此外, 本文以實務界所常用之三種風險衡量指標 (Gibson, 2004) 為基礎, 對雙層保護合成型擔保債權憑證進行風險性分析。我們提供雙層保護合成型擔保債權憑證分券信用價差之於不同違約相關性及資產重疊度的組合之下的敏感度分析, 並提供分券 delta 避險策略及避險成本之計算, 以作為投資人避險上的參考。

本文以下之結構如下: 第二節為文獻回顧, 探討信用風險及合成型雙層擔保債券憑證評價與避險的相關議題。第三節首先定義雙層保護合成型擔保債權憑證的商品結構, 並建立評價模型。此外我們定義避險參數及衡量分券風險的指標, 並說明如何透過所設定之評價模型求算避險參數。第四節利用所設定之評價模型, 對一子分券個數為二的假設性之雙層保護合成型擔保債權憑證進行評價與風險分析, 並求算避險參數探討避險效果。第五節將子分券的個數增加到五個, 並對此假設性之商品結構, 重複第四節的評價與風險分析, 以進一步觀察子分券個數對雙層保護合成型擔保債權憑證評價與風險特徵之影響。第六節為本文結論。

2. 文獻回顧

依據對違約事件定義方式的不同, 信用風險模型可分為主要分為結構式模型 (structural-form models) 及縮減式模型 (reduced-form models); (或稱為違約強度模型 (intensity models)), 兩大類。結構式模型以公司資本結構的變化來反映信用風險, 將違約事件定義成公司資產價值低於某一門檻 (threshold) 的情況。而縮減式模型則將違約視為一不可預測之卜瓦松 (Poisson) 事件, 違約發生與否取決於一外生之違約強度。實務上可利用信用違約交換的價格 (premium) 反推求得隱含的違約機率 (或違約強度), 以進一步求得資產的違約密度函數 (default intensity function), 並據此求得資產之違約機率邊際分配。違約機率邊際分配在實務上稱之為信用曲線 (credit curve), 它建立了標的資產之違約時點與違約機率之間的一對一關係。在縮減式模型下處理多資產違約相關性的常用方法為連繫結構函數 (copula)。copula 首先由 Sklar (1959) 所提出, 並被廣為運用在保險統計精算的存活資料上, 但直到 1999 年才開始被應用於財務及風險管理領域中, 如 Embrechts et al. (1999); 而其中又以 Li (2000) 使用 Gaussian copula 來建構邊際違約時點間之相關性結構最具代表性。在此方法中, 違約事件的相關性是以信用資產間的違約時點之相關性來取代, 透過連繫結構函數將不同資產的邊際違約機率轉換成聯合違約機率函數, 進而產生債權群組之聯合違約機率分配。然而 Li (2000) 模型最大的缺點是當債權群組中的資產數目眾多時, 利用蒙地卡羅模擬法產生具相關性的違約時點會相當費時。因此, 具有條件獨立特性的因子模型 (latent factor model) 便逐漸被應用於評價具有多重標的的信用衍生性商品。

Laurent and Gregory (2005) 延伸 Frey et al. (2001) 的概念, 提出一個結合因子模型與條件式獨立概念的因子連繫結構 (factor copula) 模型。這種由條件獨立假設出發而發展的評價模型, 在文獻上一般即稱之為半解析式 (semi-analytic) 模型, 其共同點為利用條件違約機率建構債權群組之條件損失分配 (conditional loss distribution), 再對系統性因子積分, 以得到債權群組之非條件損失分配 (unconditional loss distribution)。在此模型下, 債權群組之聯合違約機率分配之維度將不再由標的資產之個數決定, 而是由影響資產價值之系

統性風險因子之個數而決定。相對於 Li (2000) 在蒙地卡羅模擬執行上所面臨的高維度問題, 此時債權群組之聯合違約機率分配以單維度的積分型態出現, 因此可利用轉換法則如傅立葉轉換 (Fourier transform), 或數值積分法如高斯積分法 (Gaussian quadrature), 來估計債權群組之損失分配函數。

在半解析式模型中, Andersen et al. (2003) 在各資產名目本金為損失單位之倍數的假設下, 提出以遞迴法則 (recursive method) 考慮個別資產依序加入債權群組所產生的違約情形, 以求算債權群組之條件損失分配函數。Hull and White (2004) 以 Andersen et al. (2003) 為基礎, 且同時保有 Laurent and Gregory (2005) 對於資產名目本金、回復率假設之彈性, 提出機率勻斗法則 (probability bucketing method) 來建構債權群組之損失分配。Hull and White (2004) 將損失分為數個區間, 根據條件違約機率得到整個債權群組損失金額落在各個區間之機率, 進而建構條件損失分配函數, 最後對系統性風險因子進行數值積分, 便可求得債權群組損失分配函數。我們在下一節中將先介紹本文的基本假設與評價模型。

3. 基本假設與模型設定

雙層擔保債權憑證的現金流量和一般擔保債券憑證相同, 分為溢酬收入 (premium leg) 與違約支出 (default leg) 兩類。溢酬收入是出售保護的一方在未來每個付息日所能收取的權利金 (premium), 而違約支出則是出售保護的一方在未來違約事件發生時, 所需支付給購買保護者的賠償金。分券的合理信用價差 (fair spread) 是使雙層擔保債權憑證在期初的價值為零的信用價差, 亦即使分券收入的現值與分券支出之現值相等之信用價差。

我們首先定義 $w_{j,k}$ 為標的信用資產 j 在子分券 k 下所佔的百分比權重, 這些權重必須大於或等於零, 且在每一個子分券下, 所有標的信用資產的權重總和為 1, 亦即:

$$w_{j,k} \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad k = 1, 2, \dots, G,$$

$$\sum_{j=1}^M w_{j,k} = 1, \quad k = 1, 2, \dots, G.$$

對任一固定的 j 而言, $w_{j,k}$ 大於零的個數代表標的信用資產 j 重複出現在不同子分券下的次數; 對任一固定 k , 權重值表示每一分券下的標的信用群組集中程度。因此, 矩陣 $(w_{j,k})$ 傳遞了每一個標的信用資產在不同子分券下的重疊度及集中度之訊息。

我們將由這些標的信用群組所構成的子分券之特徵結構說明如下。令 U^k 代表子分券 k 之以百分比表示之損失起賠點, 當該分券下的標的信用群組損失百分比超過 U^k 時, 子分券 k 才開始承擔損失。令 V^k 代表子分券 k 之以百分比表示之損失止賠點, 當該分券下的標的信用群組損失百分比超過 V^k 時, 子分券 k 的損失承擔百分比即固定為 $V^k - U^k$, 令此比例對應的絕對金額為 N^k , 則 N^k 即為子分券 k 之名目本金 (notional amount), 而子分券 k 的標的信用群組總金額即為 $N^k / (V^k - U^k)$ 。

假設雙層擔保債權憑證的債權群組標的資產是由 G 個子分券所構成, 其名目本金總額為 $\sum_{k=1}^G N^k$, $\sum_{k=1}^G N^k$ 即為雙層保護合成型擔保債權憑證之標的資產群組之總名目本金。令 U^{ma} 為以百分比表示之主分券之損失起賠點, V^{ma} 為主分券之以百分比表示之損失止賠點, N^{ma} 為此主分券之名目本金, 則 $N^{ma} / (V^{ma} - U^{ma}) = \sum_{k=1}^G N^k$ 。

我們接著考慮最底層之資產群組中的標的信用損失是如何流入雙層擔保債權憑證之主分券中。假設信用標的 j 的回復率 R 在契約期間內為常數, 則信用標的 j 在子分券 k 下的損失金額為 $(1 - R)w_{j,k}N^k / (V^k - U^k)$, 損失百分比為 $(1 - R)w_{j,k}$ 。一旦標的分券群組之各分券總累積損失百分比超過主分券之損失起賠點 U^{ma} 時, 主分券即開始承受損失, 此時信用保護賣方必須支付違約損失金額, 由於主分券之存活本金遭受侵蝕, 投資人在各付息日所收取的溢價收入也因而減少。令子分券 k 之標的信用群組累積損失百分比在 t_i 時點下為 $AL_{t_i}^k$:

$$AL_{t_i}^k = \sum_{j=1}^M (1 - R)w_{j,k}, \quad (1)$$

則子分券 k 在 t_i 時點下之累積損失百分比 $L_{t_i}^k$ 為:

$$L_{t_i}^k = \frac{1}{V^k - U^k} \min[\max(AL_{t_i}^k - U^k, 0), V^k - U^k], \quad (2)$$

而主分券之標的分券群組累積損失百分比 $AL_{t_i}^{ma}$ 在 t_i 時點為:

$$AL_{t_i}^{ma} = \frac{\sum_{k=1}^G N^k L_{t_i}^k}{\sum_{k=1}^G N^k}, \quad (3)$$

因此, 主分券在 t_i 時點下之累積損失百分比 $L_{t_i}^{ma}$ 為:

$$L_{t_i}^{ma} = \frac{1}{V^{ma} - U^{ma}} \min[\max(AL_{t_i}^{ma} - U^{ma}, 0), V^{ma} - U^{ma}]. \quad (4)$$

一般擔保債權憑證之損失流量具有買權的基本特徵, 而 (2) 式和 (4) 式顯示, 雙層保護合成型擔保債權憑證之損失流量具有複合選擇權 (compound option) 的基本特徵, 亦即雙層擔保債權憑證可被視為是以一籃子買權為標的物的買權。

為了求算主分券之合理信用價差, 我們必須計算主分券在各 t_i 時點下之期望累積損失百分比 $E[L_{t_i}^{ma}]$ 。只要能建構出主分券在各時點下的累積損失分配, 便能依此計算主分券之違約支出端與溢酬收入端的現值, 令兩者相等, 則可求得主分券之合理信用價差。定義 S^{ma} 為主分券的信用價差; PL^{ma} 為主分券的溢酬收入端現值; DL^{ma} 為主分券的違約支出端現值; $t_i, i = 1, 2, \dots, T$ 代表付息日時間點; $\Delta_i, i = 1, 2, \dots, T$ 代表應計因子 (accrual factors), $\Delta_i = t_i - t_{i-1}$ 。我們定義期初 $t_0 = 0$, $B(t_i)$ 代表由付息日 t_i 時點折現至期初的無風險折現因子。溢酬收入端之風險主要來自各付息日的存活本金之不確定性。在各付息日 t_i , 投資人所領取的溢酬收入現值計算如下:

$$PL^{ma} = S^{ma} N^{ma} \sum_{t=1}^T \Delta_i B(t_i) [1 - E(L_{t_i}^{ma})]. \quad (5)$$

而違約支出端的現值則計算如下:

$$DL^{ma} = N^{ma} \sum_{t=1}^T B(t_i) [E(L_{t_i}^{ma}) - E(L_{t_{i-1}}^{ma})]. \quad (6)$$

令 (5) 式的收入端與 (6) 式的支出端現值相等, 即可透過下列關係式求得主分券之信用價差 S^{ma} :

$$S^{ma} = \frac{\sum_{i=1}^T B(t_i)[E(L_{t_i}^{ma}) - E(L_{t_{i-1}}^{ma})]}{\sum_{i=1}^T \Delta_t B(t_i)[1 - E(L_{t_i}^{ma})]}. \quad (7)$$

3.1 高斯因子相關性連繫結構 (Gaussian Factor Copula)

假設債權群組中 M 個標的資產, 每個標的資產 i 的價格以隨機變數 x_i 表示如下:

$$x_i = a_i Y + \sqrt{1 - a_i^2} Z_i, \quad (8)$$

其中, Y 為 x_i 的系統性風險因子 (common factor), Z_i 為 x_i 之非系統性風險因子 (idiosyncratic factor), a_i 為系統性風險因子 x_i 的負載係數 (factor loadings)。假設風險因子 Y 與 Z_i 互相獨立, 且 Y 與 Z_i 均服從平均數為 0, 變異數為 1 之標準常態機率分配, 因此隨機變數 x_i 亦服從常態隨機分配。

在 (8) 式的因子連繫結構模型中, 違約事件的發生與否取決於資產價格是否小於一違約門檻。由於風險因子 Y 是各資產 i , $i = 1, 2, \dots, M$, 共有的系統性風險因子, 因此條件於共同的風險因子 Y 之下, 違約事件會彼此獨立, 稱之為條件獨立的假設。在此假設之下, 個別標的資產的違約時間分配函數 $Q_i(t)$ 與代表資產價格之隨機變數 x_i 的累積機率分配函數 $F_i(x)$ 有一對一的關係, 亦即:

$$Q_i(t) - Q(\tau_i \leq t) = F(x_i \leq x) = F_i(x), \quad (9)$$

其中 τ_i 為資產 i 發生違約的時間。

應用機率映射 (mapping) 的概念, 在給定的系統性風險因子 Y 之下, 各資產 i 的條件邊際違約分配便可由非系統性風險因子 Z_i 的累積機率分配表示

如下:

$$\begin{aligned}
 Q_i(t|Y) &= F_i(x|Y) \\
 &= P(x_i \leq x|Y) \\
 &= P\left(a_i Y + \sqrt{1 - a_i^2} Z_i \leq x|Y\right) \\
 &= P\left(Z_i \leq \frac{x - a_i Y}{\sqrt{1 - a_i^2}} \middle| Y\right) \\
 &= H_i \left[\frac{x - a_i Y}{\sqrt{1 - a_i^2}} \right], \tag{10}
 \end{aligned}$$

其中 H_i 為 Z_i 之累積機率分配函數。由於因子 Y 與 Z_i 之間互相獨立, 因此以 (10) 式 H_i 所表示之違約機率 $Q_i(t|M)$ 間亦互為獨立。在條件獨立的假設之下, 各資產之條件違約機率互相獨立, 因此債權群組之條件聯合違約機率分配可簡化為各標的資產之條件違約機率分配之乘積, 亦即:

$$Q(t|Y) = \prod_{i=1}^M Q_i(t|Y).$$

最後對共同因子 Y 積分, 即可求得各時點下的債權群組之聯合違約機率分配如下:

$$Q(t) = \int_Y Q(t|Y) dY = \int_Y \prod_{i=1}^M Q_i(t|Y) dY$$

評價一般標準的擔保債權憑證時, 條件式獨立的概念大大簡化了分券損失機率分配的計算。然而在評價雙層保護成型擔保債權憑證時, 因為某些標的信用會同時隸屬於好幾個子分券下, 即使個別的標的資產在給定的系統性風險因子下, 發生違約的機率相互獨立, 但是資產的重疊性造成不同子分券間的損失機率分配未必是條件式獨立的。標的信用資產在不同子分券內

可能發生重疊的情形, 直接提高了計算主分券損失分配的複雜程度, 因此需要利用延伸遞迴法則在多維度的架構下處理此問題。

3.2 建構主分券之累積損失分配

本小節之目的在於建構主分券在每一時點 t_i , $i = 1, 2, \dots, t$ 下的累積損失分配。首先求算每個標的信用資產發生違約時, 對個別子分券下的標的信用群組所產生的損失金額。我們定義 $\lambda_{j,k}$ 為標的信用資產 j 之違約在子分券 k 的標的信用資產群組中所產生的損失金額, $\lambda_{j,k} = w_{j,k}(1 - R)[N^k / (V^k - U^k)]$, 接著我們建造一個 G 維度的超立方體結構 (hyper-cube), 其中第 k 個面是由子標的信用資產群組 k 的各種可能損失情況組合而成, 亦即將 $(0, 1, \dots, \sum_{j=1}^M \lambda_{j,k})$ 存放在超立方體的第 k 個維度。為了說明方便且不失一般性, 我們考慮一個由兩個子分券所構成的雙層保護合成型擔保債權憑證 ($G = 2$), 此時, 超立方體結構簡化為一個二維矩陣 (p_{v_1, v_2}) 來表示兩子分券之聯合損失分配, 其中 v_1 代表第一個子分券之損失金額, v_2 代表第二個子分券之損失金額。舉例來說, $p_{5,7}$ 代表在第一個子分券內有 5 單位損失及第二個子分券內有 7 單位損失之聯合機率。由於在條件式獨立下, M 個標的信用資產發生違約事件的機率相互獨立, 因此建構損失分配時, 可以在一次只加入一個標的信用資產的前提下, 考量依序加入各個標的信用資產對於標的分券群組損失分配之影響。

首先假設信用群組內沒有任何標的信用資產時 (遞迴步驟 $j = 0$), 我們可由以下之設定初始化每個狀態:

$$\begin{aligned} p_{v_1, v_2}^0(t|Y) &= 1, & \text{當 } v_1 = 0 \text{ 且 } v_2 = 0, \\ p_{v_1, v_2}^0(t|Y) &= 0, & \text{其他.} \end{aligned}$$

若加入的標的信用資產 j 沒有發生違約, 則每個狀態 (v_1, v_2) 維持不變; 若所加入的標的信用資產 j 發生違約, 則每個狀態朝 $[\lambda_{j,1}, \lambda_{j,2}]$ 的方向移動。依序加入標的信用資產, 透過 (11) 式的遞迴式, 便可反覆地更新聯合條件損失分配, 直到加入第 M 個標的信用資產:

$$p_{v_1, v_2}^j(t|Y) = (1 - Q_j(t|Y)) \cdot p_{v_1, v_2}^{j-1}(t|Y) + Q_j(t|Y) \cdot p_{(v_1 - \lambda_{j,1}), (v_2 - \lambda_{j,2})}^{j-1}(t|Y),$$

$$1 \leq j \leq M, \quad (11)$$

在加入所有的標的信用資產後, 我們令:

$$(p_{v_1, v_2}(t|Y)) = (p_{v_1, v_2}^M(t|Y)),$$

矩陣 $p_{v_1, v_2}(t|Y)$ 傳遞了在 t 時點時, 在給定已知的系統性風險因子 Y 之下, 子標的信用群組之聯合條件損失分配。我們接著就可以直接得到子分券之聯合條件損失分配, 標的分券群組之條件損失分配, 以及主分券之條件損失分配。

最後, 只要對共同因子 Y 加以積分, 就可以得到每一個時點下的主分券損失分配, 再利用第一小節所介紹的評價公式, 就可求得雙層保護合成型擔保債權憑證之合理信用價差。本文以 Gauss-Hermite 數值積分法, 透過多項式的加總近似對 Y 的積分, 如下式所示:

$$p_{v_1, v_2}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{v_1, v_2}(t|Y) f(Y) dY$$

$$\approx \sum_{m=1}^q p_{v_1, v_2}(t|Y) \left(w(Y_m) e^{Y_m^2} \right) f(Y_m), \quad Y_m \sim N(0, 1),$$

其中 q 為積分位置點 Y 所採用之個數, Y_m 為給定值, $w(Y_m)$ 為相對應之權值係數。

3.3 雙層保護合成型擔保債權憑證之風險分析

在本節中, 我們定義三種用來量化各分券風險的指標, 並說明如何利用避險參數分析標的信用價差變動對各分券價值的影響。

3.3.1 風險衡量指標

利用評價模型求出各分券之損失分配後, 我們便可計算各分券損失分配函數之統計量, 並以這些統計量為基礎, 定義出三種常見的風險指標: 分券之期望

損失 (EL)、非期望損失 (UL) 與市場價值重估變動 (MTM), 藉此反映各分券之風險特徵。

(一) 分券期望損失 (expected loss, EL) 百分比及槓桿倍數

分券由於標的信用違約而遭受損失之不確定性, 可藉由期望損失來衡量, 但由於各分券之名目本金不同, 使用期望損失之絕對金額無法準確反應分券間之相對風險大小, 因此我們採用「期望損失百分比 (expected loss percentage)」來衡量各分券之相對風險程度。期望損失百分比定義為主分券之期望損失金額佔此分券名目本金之比例。除此之外, 我們可以藉由「期望損失槓桿倍數」來衡量主分券相對於整個標的信用群組之損失曝露程度。槓桿倍數之求算乃是利用分券期望損失百分比除以標的信用群組期望損失百分比而得。

(二) 分券非期望損失 (unexpected loss, UL) 百分比及槓桿倍數

非預期損失為預期以外之損失金額, 該金額通常高出期望損失許多, 代表重大損失情況發生下之損失金額。本文根據 Gibson (2004), 定義主分券非預期損失為主分券期望損失加上主分券損失金額的一個標準差。透過主分券之損失分配函數, 可求得 t_i 時點下主分券的損失金額標準差 $SD_{t_i}^{ma}$, 如 (12) 式所示:

$$\begin{aligned} SD_{t_i}^{ma} &= \sqrt{E[\tilde{L}_{t_i}^{ma} - E(\tilde{L}_{t_i}^{ma})]^2}, \\ \tilde{L}_{t_i}^{ma} &= L_{t_i}^{ma} \times N^{ma}, \end{aligned} \quad (12)$$

而 t_i 時點時主分券之非預期損失 $\bar{L}_{t_i}^{ma}$ 則定義為 (13) 式:

$$\bar{L}_{t_i}^{ma} = E(\tilde{L}_{t_i}^{ma}) + SD_{t_i}^{ma}. \quad (13)$$

在此, 我們同樣可以利用「非期望損失槓桿倍數」來衡量主分券相對於整個標的信用群組之損失曝露程度。

(三) 分券市場價值重估變動 (mark-to-market, MTM)

在契約開始時, 分券的溢酬收入現值等於違約支出現值。但是當市場上對於標的信用的違約看法改變時, 溢酬端與違約端之現值會隨之改變。而由

於主分券之信用價差已於期初決定且於契約期間內固定不變, 因此主分券之市場價值發生變動如下:

$$MTM^{ma} = \pm(PL^{ma} - DL^{ma}), \quad (14)$$

其中, 正號代表信用保護賣方(投資人)部位之市價變動方向, 負號代表信用保護買方部位之市價變動方向。我們可以利用 MTM^{ma} 來衡量各種風險因子變動對主分券市場價值之影響。

3.3.2 避險參數之求算

如同一般擔保債權憑證, 雙層保護合成型擔保債權憑證的損失分配也會因潛在風險因子的變動而改變, 進一步造成雙層擔保債權憑證的市場價值變動。舉例而言, 標的信用違約交換的價差提高, 隱含信用群組的風險增加, 因此提高了分券之預期損失。分券投資人的避險目的, 是希望分券在避險後的市場價值, 不會受標的信用交換價差變動的影響。以下我們將介紹兩種衡量分券對信用價差敏感度的參數, 以便在下一節對分券作適當的避險。我們利用前述之市場價值重估變動來衡量分券價值對於標的信用違約交換價差變動之敏感度, 以下介紹 DV01 及 delta 兩種市場上常用的指標。

基點價值 DV01 (dollar value of a basis point) 是用來衡量當標的信用違約交換價差提高 1 基點 (basis point, bp) 時, 分券現值的變動金額。除了可用 DV01 針對個別標的信用資產進行敏感度分析外, 也可使用 S.DV01 (systematic DV01) 來衡量當系統性風險增加, 整個標的信用群組違約交換價差皆提高 1 基點時, 分券現值的變動金額。

除了 DV01 之外, 避險參數 delta 用來表示為了規避市場信用違約交換價差變動對雙層保護合成型擔保債權憑證分券長(短)部位之影響, 所必須出售(買入)的標的信用違約交換(或信用違約交換指數)名目本金百分比。將 δ_{single}^{ma} 定義為標的信用違約交換價差變動 1 基點所造成之分券現值變動金額, 除以該標的信用違約交換現值變動金額, 其計算方法如下:

$$\delta_{single}^{ma} = \frac{DV01^{ma}}{DV01^{CDS}}. \quad (15)$$

另外定義 δ_{index}^{ma} 為標的信用違約交換群組（或信用違約交換指數）之平均價差變動 1 基點時，所造成主分券現值之變動，其計算方式如下

$$\delta_{index}^{ma} = \frac{DV01^{ma}}{DV01^{index}}. \quad (16)$$

delta 範圍介於 0% 到 100% 之間，而市場慣例常以避險部位所需之名目本金多寡進行報價。

投資人可以針對所有標的信用違約交換價差之變動進行避險，但是一個雙層擔保債權憑證下通常有 5 至 10 個子分券，而每一個分券下大約有 50 至 100 個標的信用，如此龐大的避險部位，不論在執行或是管理上之成本皆相當昂貴，因此投資人通常只會選定某些特別關心的標的信用資產加以避險。如果標的信用群組是由市場上現有的信用違約交換指數所組成，投資人即可買入 delta 比例的信用指數來進行平均價差變動之避險。

delta 避險只適用於標的信用違約交換價差小幅變動之情況，若信用價差發生大幅度變動之風險，delta 避險的效果並不好。此時若要達到完全避險的目的，投資人必須隨時調整避險比例，此策略為動態避險(dynamic hedging)；若調整時間間隔趨近於 0 時，動態避險可以達到完全避險之效果。但由於交易成本太大且市場上某些標的信用違約交換之流動性不足，動態避險在實務應用上不大可行。

4. 數值結果與分析－以兩個子分券為例

本節透過第三節所建立之評價模型來進行雙層保護合成型擔保債權憑證之數值分析。由於目前市場上之雙層保護合成型擔保債權憑證多屬非公開交易，在商品資訊透明度相對不足下，使得實際發行流通之商品契約內容取得不易。在本節中，我們利用子分券個數為二的一假想之雙層保護合成型擔保債權憑證進行數值分析。在第五節中，我們將子分券的個數增加至五個，重複本節的分析。我們分別評價雙層保護合成型擔保債權憑證之合理信用價差，並藉由風險衡量指標，包含預期損失、非預期損失以及市場價值重估變動，分析各風險因子在不同分券設定下所造成之影響，以探討各分券之風險

特徵。最後我們進行信用增強、違約相關性與資產重疊度之於主分券信用價差之敏感度分析,並提供動態避險策略及其避險成本之求算。

4.1 雙層保護合成型擔保債權憑證之評價

本研究之評價模型是以違約時點來刻畫違約事件之發生,並透過(8)式之單因子高斯連繫結構模型,來描述各違約時點間之相關性結構,最後在條件式獨立的假設下,運用(11)式的遞迴法則建造出一個多維度之聯合損失分配。為了求算主分券之合理信用價差,我們利用雙層保護合成型擔保債權憑證之現金流量評價公式,計算各個時點下之期望違約支出與溢酬收入之折現值。以下我們針對商品契約內容、信用群組損失分配、子擔保債權憑證分券損失分配、主擔保債權憑證分券損失分配,以及主分券之合理信用價差評價結果作一深入說明與比較分析。

4.1.1 商品契約內容

假設市場上有一雙層保護合成型擔保債權憑證,到期日為5年,其下所有的標的資產皆為合成型擔保債權憑證中之單一分券(或稱子分券),而參考之標的信用群組中之資產皆為投資等級的信用違約交換。我們依照分券大小及信用增強(credit enhancement)在子分券與主分券中的不同組合方式,分成表1中的九種情況進行探討。

我們假設標的資產為一群同質之信用違約交換,名目本金皆為一百萬美元,付息方式為每季末付息一次,違約強度、回復率以及無風險利率為相互獨立且在契約期間內為常數。而標的信用間之違約相關性為兩兩相同的(uniform pair-wise correlation)。我們在此設定一個以兩個子分券為例的個案,以便與其他情況作比較,此個案之詳細設定如表2所示。

本節中所有的分析,除非特別詳加註明,否則皆按照此個案之商品內容假設進行。

4.1.2 評價結果

我們可以利用各時點下標的信用群組之損失分配,依據子分券與主分券的結構設計,組合建構出雙層保護合成型擔保債權憑證之損失分配,並依此計算分券溢酬收入與違約支出的現值,最後即可求得雙層保護合成型擔保債權憑證之合理信用價差。我們將評價結果列於表3。

表 1 雙層保護合成型擔保債權憑證之分券設定－以兩個子分券為例

	主擔保債權憑證 (Master CDO)		
	權益分券	次償分券	先償分券
分券大小	10%	10%	80%
信用增強	0%	10%	20%
信用評等 (Moody's/S&P)	未評等	A1/A	Aaa/AAA
	子擔保債權憑證 (Inner CDOs)		
	權益分券	次償分券	先償分券
分券大小	3%	7%	90%
信用增強	0%	3%	10%
信用評等 (Moody's/S&P)	未評等	A1/A	Aaa/AAA

表 2 雙層保護合成型擔保債權憑證契約內容假設－以兩個子分券為例

主擔保債權憑證	
分券大小	10%
信用增強	10%
名目本金	US\$ 8,400,000
子擔保債權憑證	
子擔保債權憑證個數	2
分券大小	7%
信用增強	3%
名目本金	US\$ 4,200,000
每一子擔保債權憑證下標的資產個數	60
參數設定	
違約強度	1%
回復率	40%
相關性	30%
無風險利率	5%
契約期間	5 年
資產重疊度	30%

表 3 雙層保護合成型擔保債權憑證之合理信用價差－以兩個子分券為例

單位: bps

子擔保債權憑證	主擔保債權憑證			一般擔保債權憑證
	0-10%	10-20%	20-100%	
0-3%	3,367.2	2,876.6	1,175.8	1,446.7
3-10%	738.4	559.7	249.4	323.1
10-100%	64.6	12.1	0.3	7.8

表3的評價結果顯示,隨著信用保護提高與分券大小增加,主分券合理信用價差由於風險之降低而逐漸縮小。檢視信用價差的變化趨勢發現,信用增強及分券大小在子分券中的改變,對於雙層保護合成型擔保債權憑證信用價差之影響較其在主分券中之設定來的強烈,且主分券對於分券大小設定之敏感度,相較信用增強為高。

為比較一般擔保債權憑證和雙層保護合成型擔保債權憑證的商品收益,我們在表3的最後一行加入一般擔保債權憑證分別屬於權益分券(0-3%)、次償分券(3-10%)以及先償分券(10-100%)下之合理信用價差(其他參數設定不變)。結果顯示出雙層保護合成型擔保債權憑證的多一層的商品結構設計,的確可以有效提高信用價差,增加投資人之收益。例如在主分券為權益分券,而子分券屬於三種不同分券情況下,雙層保護合成型擔保債權憑證信用價差分別較一般擔保債權憑證提高了2.33、2.29以及8.28倍。為了進一步瞭解高報酬背後所隱含的風險,我們將進一步分析此商品的風險特質。

4.2 雙層保護合成型擔保債權憑證之風險分析

在計算雙層保護合成型擔保債權憑證的合理價差時,我們發現損失分配的型態在不同商品結構設定下存在極大差異,各分券之風險特徵亦不相同。為了量化各分券所暴露之風險程度,我們利用第三節定義過的三種風險衡量指標:期望損失、非期望損失與市場價值重估變動,分析各分券之風險特徵,並擬定delta避險策略,以避險組合之淨收入來分析delta避險在各分券之可行性。

4.2.1 分券期望損失百分比及槓桿倍數

表4列出不同子分券及主分券的九種組合情形下,主分券在到期日時的損失金額期望值,期望損失百分比與期望損失槓桿倍數。由於各分券之名目本金不同,期望損失之絕對金額無法明確衡量各分券間的相對風險大小,因此我們改用期望損失百分比(即期望損失佔名目本金的比例)為風險衡量指標。

在表4中值得注意的是由於標的信用資產重複出現在各個子擔保債權憑證中,即所謂資產重疊(overlapping)之發生,故所有標的信用群組之名目本金加總,並不會等於各順位分券名目本金之總和。以本文所舉之商品契約為例,

表 4 各種分券組合之期望損失—以兩個子分券為例

	子分券 (%)	主分券 (%)	名目本金 (千元)	期望損失		
				絕對金額 (千元)	佔名目本金 百分比(%)	槓桿倍數
權益—權益分券	0—3	0—10	360	270.300	75.08	25.41
權益—次償分券	0—3	10—20	360	254.810	70.78	23.96
權益—先償分券	0—3	20—100	2,880	1,259.900	43.75	14.81
次償—權益分券	3—10	0—10	840	262.790	31.28	10.59
次償—次償分券	3—10	10—20	840	209.860	24.98	8.46
次償—先償分券	3—10	20—100	6,720	814.420	12.12	4.10
先償—權益分券	10—100	0—10	10,800	358.140	3.32	1.12
先償—次償分券	10—100	10—20	10,800	69.015	0.64	0.22
先償—先償分券	10—100	20—100	86,400	11.868	0.01	0.00
標的信用群組	0—100	0—100	102,000	3,013.500	2.95	1.00

表 5 各種分券組合之非期望損失—以兩個子分券為例

	子分券 (%)	主分券 (%)	名目本金 (千元)	非期望損失		
				絕對金額 (千元)	佔名目本金 百分比(%)	槓桿倍數
權益—權益分券	0—3	0—10	360	359.055	99.74	13.90
權益—次償分券	0—3	10—20	360	341.416	94.84	13.22
權益—先償分券	0—3	20—100	2,880	2,486.200	86.33	12.03
次償—權益分券	3—10	0—10	840	641.430	76.36	10.64
次償—次償分券	3—10	10—20	840	564.350	67.18	9.36
次償—先償分券	3—10	20—100	6,720	2,709.520	40.32	5.62
先償—權益分券	10—100	0—10	10,800	1,938.140	17.95	2.50
先償—次償分券	10—100	10—20	10,800	774.785	7.17	1.00
先償—先償分券	10—100	20—100	86,400	371.178	0.43	0.06
標的信用群組	0—100	0—100	102,000	7,318.600	7.18	1.00

每一信用違約交換之名目本金為 \$1,000,000, 而子擔保債權憑證下之標的資產數各有 60 個, 2 個子分券共有 120 個信用違約交換數, 因此各順位分券之名目本金加總共有 \$120,000,000, 但由於資產重疊度為 30%, 實際上總共只有 102 個獨立之信用違約交換, 標的信用群組名目本金為 \$102,000,000。此說明了為何在表 4 及表 5 中, 標的信用群組之名目本金及期望損失(或非期望損失)不等於 9 個分券名目本金及期望損失之總和。表 4 的結果顯示, 雖然權益—權益分券之名目本金只佔了整個雙層保護合成型擔保債權憑證資本結

構之 0.3%, 但其所承擔的相對風險卻高達 75.08%; 相對的, 先償-先償分券之名目本金雖佔了整個資本結構的 72%, 其所承擔的相對風險卻是最低的, 只有 0.01%。因此我們認為名目損失金額並非衡量分券風險之有效指標, 尤其對於積極運用信用衍生性商品來移轉信用風險之銀行而言, 光是揭露資產負債表曝險金額並無法正確反映其信用風險內含程度。

此外我們以期望損失百分比為基礎, 計算期望損失槓桿倍數, 藉以衡量各分券相對於整個標的信用群組之風險大小。槓桿倍數是分券期望損失百分比相對於標的信用群組期望損失百分比之倍數。表 4 中最後一欄的槓桿倍數顯示, 投資權益-權益分券的風險是直接投資標的信用資產的 25.41 倍; 即使投資在子分券與主分券皆擁有 A 評等之次償-次償分券, 其槓桿倍數亦達 8.46 倍; 而先償-次償分券與先償-先償分券兩部位之投資, 其風險皆小於直接投資於標的信用資產時的風險。

由表 4 的結果可知, 雙層保護合成型擔保債權憑證的期望損失受到子分券設定之影響大於主分券。為了進一步觀察雙層保護合成型擔保債權憑證之期望損失如何隨子分券信用增強及違約強度之改變而變化, 我們在以下的分析中暫時將主分券設為固定。

我們建立 A, B, C 三個信用群組, 其違約強度分別為 1%, 2%, 3% (其他設定同基本個案)。圖 1 為主分券固定為次償分券, 子分券大小為 3% 時, 信用增強由 0% 提高至 10% 時, 由此三個信用群組分別構成之雙層保護合成型擔保債權憑證的期望損失百分比。圖 1 的結果顯示, 當子分券之信用增強提高時, 由三個不同標的信用群組所組成的雙層保護合成型擔保債權憑證期望損失皆逐步降低, 風險變小。

圖 1 的結果提供了另一項訊息予分券發行商: 欲使主分券達到某一目標風險水準, 發行商可充分利用信用增強與違約強度間之替代關係。例如: 在主分券為次償分券, 子分券大小固定為 3% 下, 發行商可依下列三種方式建造出預期損失百分比為 30% 之雙層保護合成型擔保債權憑證:

- (1) 選定低風險之 A 群組為標的信用資產, 並設定子分券之信用增強為 3%;
- (2) 選定中度風險之 B 群組為標的信用資產, 並設定子分券之信用增強為 7%;
- (3) 選定高風險之 C 群組為標的信用資產, 並設定子分券之信用增強為 12%。

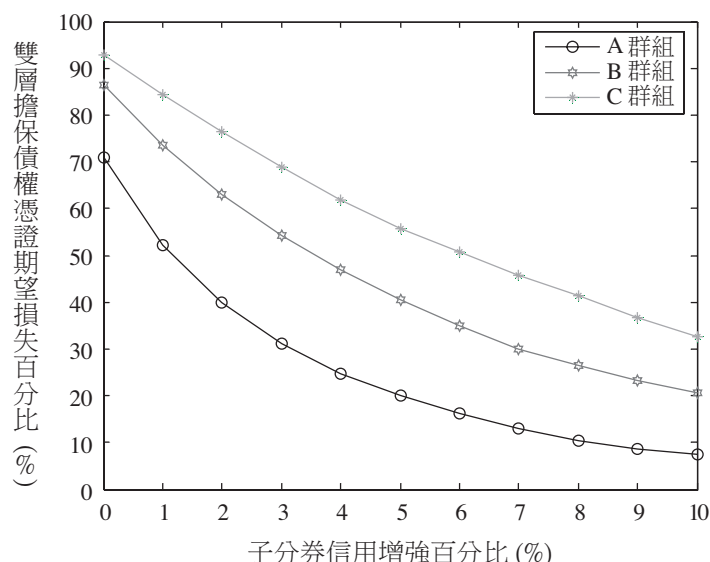


圖 1 子分券信用增強改變對期望損失百分比之影響－以兩個子分券為例

這種信用增強的程度與標的資產信用等級之間的替代關係，在實務上也非常易見。例如當分券標的為低風險信用資產時，例如投資等級的公司債，則分券通常有較低之信用增強設定；而當同一風險等級之分券標的為高風險信用資產時，例如高收益債券，該分券通常有較高之信用增強設定。此替代關係凸顯出預期損失乃決定分券風險之關鍵指標，這也說明了為何市場上主要之信用評等機構皆以預期損失來分析分券所隱含之風險。

為了達到某一目標的風險水準，除了可改變子分券信用增強的程度外，我們也可改變主分券之信用增強設定來達到同一效果。圖 2 為子分券固定為次償分券，主分券大小為 10% 時，信用增強由 0% 增加至 90% 時，由三個不同標的信用群組所組成之雙層保護合成型擔保債權憑證的期望損失百分比。同樣的，當主分券之信用增強提高時，雙層保護合成型擔保債權憑證之期望損失亦減少，其中 A 群組之風險依序低於 B 群組與 C 群組。我們也可以利用主分券信用增強程度和標的資產信用等級間的替代關係，以下列三種不同方式建構出預期損失百分比為 30% 之雙層保護合成型擔保債權憑證：

- (1) 選定低風險之 A 群組為標的信用資產，並設定主分券之信用增強為 0%；
- (2) 選定中度風險之 B 群組為標的信用資產，並設定主分券之信用增強為 45%；
- (3) 選定高風險之 C 群組為標的信用資產，並設定主分券之信用增強為 85%。

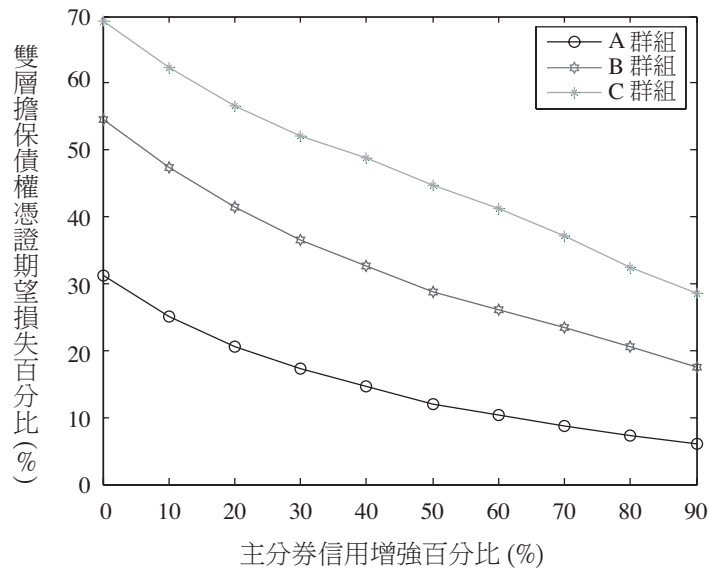


圖 2 主分券信用增強改變對期望損失百分比之影響—以兩個子分券為例

比較圖 1 與圖 2 可發現,在標的信用違約強度固定下,欲使雙層保護合成型擔保債權憑證達到某一目標之風險水準,信用增強在主分券之調幅較信用增強在子分券的調幅大,再一次說明雙層保護合成型擔保債權憑證之風險受子分券設定的影響較顯著。這個原因是因為主分券之損失是承接子分券之損失流量而來,因此槓桿效果會使愈底層的變動對上層的影響愈大。

4.2.2 分券非期望損失百分比及槓桿倍數

當整體經濟發生非預期之重大變化時,由於發生違約的公司家數較多,即使雙層保護合成型擔保債權憑證提供所謂之雙重信用保護,過多的違約公司仍有可能侵蝕各分券的本金,因此必須以非期望損失來估計重大損失發生時,各分券所遭受損失的情況。由於各分券之名目本金不同,我們仍由非期望損失佔名目本金百分比來比較各分券的相對風險。表 5 為雙層保護合成型擔保債權憑證在不同子分券與主分券組合下,於到期日之非期望損失百分比與槓桿倍數,其中非期望損失之定義為高於期望損失一個標準差之損失金額。

表 5 列出不同主分券與子分券的九種組合情形下,主分券在到期日時的非預期損失金額,非預期損失百分比與槓桿倍數。表 5 的結果顯示,權益-權益分券遭受非期望損失之相對風險最大,高達 99.74%,亦即一旦非期望損失

發生, 整個權益-權益分券將會幾近消滅。而先償-先償分券之風險最低, 非期望損失百分比只有 0.43%。

由槓桿倍數來看, 權益-權益分券遭受非期望損失之風險為直接投資在標的信用資產的 13.9 倍, 即使投資在評等 A 之次償-次償分券槓桿倍數亦高達 9.36 倍, 只有投資在先償-先償分券之風險小於直接投資在標的資產群組之風險。有趣的是, 在本研究的設定下, 先償-次償分券所承擔之非預期損失的風險與直接投資在標的信用群組的風險相同, 槓桿倍數為 1。

表 4 與表 5 的結果說明了, 權益-權益分券至次償-先償分券等六種分券的名目本金總和, 雖然只佔整個雙層保護合成型擔保債權憑證資本結構的 10%, 卻承擔了大約 80–90% 之風險, 因此投資人與發行機構雙方需特別留意這些分券之風險特徵及相關避險策略。若債權銀行利用擔保債權憑證移轉信用風險時, 卻保留了權益分券部位, 則雖然銀行移轉了幾近全部之名目曝險金額, 實則保留了大部分之信用風險。因此市場參與者必須仔細區分「風險金額移轉數目」與「內含風險移轉程度」之差異。

4.3 雙層保護合成型擔保債權憑證之避險分析

為了瞭解標的資產信用價差變動, 對雙層保護合成型擔保債權憑證的主分券市場價值所造成的影響, 我們計算分券市場價值重估變動, 並以此為基礎, 計算信用價差變動的敏感度, 用以衡量不同組合下主分券之市場風險。我們將標的資產信用違約交換價差皆提高 1 基點時, 各主分券市場價值的變動金額列於表 6 中。

由於各主分券之名目本金不同, 為了建立相同的比較基準, 我們將各主分券之市場價值變動額除此主分券之名目本金, 以求算市場價值變動百分比。表中數字顯示權益-權益分券的價值對標的信用違約交換之價差變動最為敏感, 而在子分券屬於先償分券下之雙層保護合成型擔保債權憑證, 即先償-權益分券、先償-次償分券與先償-先償分券, 信用價差變動對其主分券的價值影響非常小。

此外, 我們以主分券市場價值變動百分比為基礎, 計算各主分券之信用價差槓桿倍數。槓桿倍數表示當標的信用違約交換價差皆提高 1 基點時, 主分券市場價值變動相對於標的信用群組價值變動之倍數。當價差提高 1 基

表 6 信用價差變動對各主分券市場價值之影響—以兩個子分券為例

	子分券 (%)	主分券 (%)	名目本金 (千元)	信用價差變動敏感度(提高 1bp)		
				絕對金額 變化量	佔名目本金 百分比(%)	槓桿倍數
權益-權益分券	0-3	0-10	360	-2.033	-0.56	12.41
權益-次償分券	0-3	10-20	360	-1.918	-0.53	11.71
權益-先償分券	0-3	20-100	2,880	-10.759	-0.37	8.21
次償-權益分券	3-10	0-10	840	-2.546	-0.30	6.66
次償-次償分券	3-10	10-20	840	-2.119	-0.25	5.55
次償-先償分券	3-10	20-100	6,720	-10.025	-0.15	3.28
先償-權益分券	10-100	0-10	10,800	-5.611	-0.05	1.14
先償-次償分券	10-100	10-20	10,800	-1.466	-0.01	0.30
先償-先償分券	10-100	20-100	86,400	-0.209	0.00	0.01
標的信用群組	0-100	0-100	102,000	-46.400	-0.05	1.00

點時, 購買權益-權益分券之損失是直接購買標的信用違約交換損失的 12.41 倍, 而購買先償-先償分券之損失則只有直接購買標的信用違約交換損失的百分之一。

為了要規避標的信用違約交換價差變動所導致主分券價值變動之市場風險, 主分券的投資人可以選擇使用整個標的信用違約交換來進行 delta 避險。然而執行此避險策略的代價十分昂貴, 因此投資人通常只會針對幾個違約風險性較高或所特別關心之標的資產, 利用數個單一信用違約交換來避險。此外, 若標的信用群組是由市場上現有之信用違約交換指數所構成, 則投資人可直接使用該信用違約交換指數來避險。我們將不同子分券及主分券的九種組合情形中, 各主分券的基點價值及 delta 值分別計算列於表 7 的第四及第五欄。

以權益-權益分券而言, 及基點價值 DV01 為 -2.033, 代表信用價差提高 1 基點會使分券價值減少 \$2,032,700, 而對於標的信用違約交換群組而言, 其基點價值 DV01 為 -46.4, 代表標的資產信用價差增加 1 基點時, 標的信用資產總價值會減少 \$46,400,000。因此, 分券投資人若欲規避信用價差變動之風險, 可於購買權益-權益分券的同時, 出售標的信用群組名目本金之 4.38%。因此當標的資產信用價差增加 1 基點時, 避險部位之價值會增加 \$2,032,700, 使得投資部位和避險部位的總價值不受信用價差變動之影響。所以為了規避

表 7 避險參數（主分券之 Delta 值）—以兩個子分券為例

	名目本金 (千元)	信用價差 (bps)	DV01	Delta (%)	避險部位 (千元)	MTM— 避險部位 (千元)	避險組合 淨收入 (千元)
權益—權益分券	360	3,367.2	-2.033	4.38	4,468.435	2.033	946.5
權益—次償分券	360	2,876.6	-1.918	4.13	4,217.172	1.918	784.8
權益—先償分券	2,880	1,175.8	-10.759	23.19	23,651.250	10.759	1,980.0
次償—權益分券	840	738.4	-2.546	5.49	5,596.810	2.546	287.4
次償—次償分券	840	559.7	-2.119	4.57	4,658.586	2.119	193.1
次償—先償分券	6,720	249.4	-10.025	21.61	22,037.716	10.025	365.4
先償—權益分券	10,800	64.6	-5.611	12.09	12,334.746	5.611	-36.2
先償—次償分券	10,800	12.1	-1.466	3.16	3,223.552	1.466	-61.3
先償—先償分券	86,400	0.3	-0.209	0.45	459.528	0.209	-4.9
標的信用群組	102,000	59.5	-46.400				

信用價差變動之風險，投資人在買入名目本金 \$360,000 權益—權益分券的同時，可賣出名目本金 \$4,468,435 的標的信用群組資產，如此則可完成 delta 避險策略，而避險之淨收入為 \$946,500，顯示此為可行且有利之避險策略。

表 7 的結果顯示，對前六種分券執行 delta 避險策略時，皆可獲得正的收入。只有在子分券屬於先償分券時，執行 delta 避險策略的成本過高，使投資部位加上避險部位出現負值。其原因為此三個分券之價值對於價差變動的敏感度極低。因此若針對整個標的資產進行避險，有避險成本過高的情況時，投資人可使用單一標的信用違約交換契約，針對特定標的資產的信用風險加以避險，如此則可解決避險淨收入為負值的問題，且控制風險暴露在某一範圍內。另外，對於投資雙層保護合成型擔保債權憑證中次償分券的保護賣方，我們建議可以使用一籃子違約交換的第 N 個違約交換 (N^{th} -to-default basket swap) 契約，針對重複出現的標的信用群組進行避險，以規避違約事件非預期性地集中出現在這些標的信用上。

4.4 雙層保護合成型擔保債權憑證之敏感度分析

雙層保護合成型擔保債權憑證的雙層保護結構設計，擴大了模型底層參數變動對主分券損失分配的影響效果，因此我們針對信用增強強度、違約相關性與資產重疊度等三變數進行敏感度分析。

4.4.1 信用增強

我們改變主分券及子分券的信用增強程度,並將不同信用增強程度與其所對應的雙層保護合成型擔保債權憑證合理信用價差繪於圖3。圖3結果顯示,當信用增強幅度愈大,分券所承擔之風險愈低,信用價差也因而隨之縮小,且信用價差對於子分券的信用增強設定較對於主分券的信用增強設定敏感,價差變動幅度較大。

4.4.2 違約相關性與資產重疊度

我們首先觀察違約相關性分別為0%與30%的兩種假設下,子分券與主分券的損失分配情形,並將之繪於圖4。圖4結果顯示,提高違約相關性會使損失分配出現厚尾的現象,且主分券對相關性變動較子分券敏感,這也是為何雙層保護擔保債權憑證有時被稱之為相關性密集(correlation intensive)的投資工具之原因。

此外,由於市場上可作為標的資產之信用違約交換數量有限,多數雙層保護合成型擔保債權憑證之不同子分券會參考到某些相同之標的信用資產,因而出現所謂的資產重疊情形,資產重疊度會明顯改變雙層保護合成型擔保債權憑證之風險特質。在重疊度為0%與80%的兩種假設下,我們利用圖5表示標的信用資產發生重疊情況時,主分券的損失分配情形。由於資產重疊的效果和違約相關性提高的效果一樣,因此主分券的損失分配也會呈現厚尾之特徵。換言之,資產重疊與擁有100%完全相關之標的信用是相同的,而兩者間最大的差異在於資產重疊只會影響雙層保護合成型擔保債權憑證的價格,而違約相關性還會影響到標的擔保債權憑證的子分券價值。

雖然違約相關性與資產重疊度兩關鍵風險因子對於雙層保護合成型擔保債權憑證之風險面有類似的影響效果,但是資產重疊程度是由商品契約內容決定,且在交易期間內之任何時點都可觀察到,反之,標的信用資產間之違約相關性結構卻難以衡量,且會隨時間經過而發生變化。

為了觀察違約相關性與資產重疊度兩變數如何交互影響各主分券之價值,本研究對九種不同之雙層保護合成型擔保債權憑證主分券之信用價差進行違約相關性與資產重疊度之敏感性分析,並將結果繪於圖6至圖14中。以下我們依照子分券的性質分為三大類進行探討,第一大類包含權益-權益分券、權益-次償分券與權益-先償分券;第二大類包含次償-權益分券、次償-

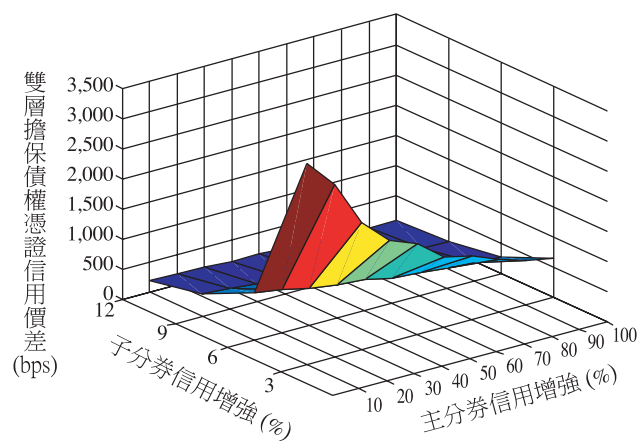


圖3 分券信用價差對於信用增強之敏感度分析－以兩個子分券為例

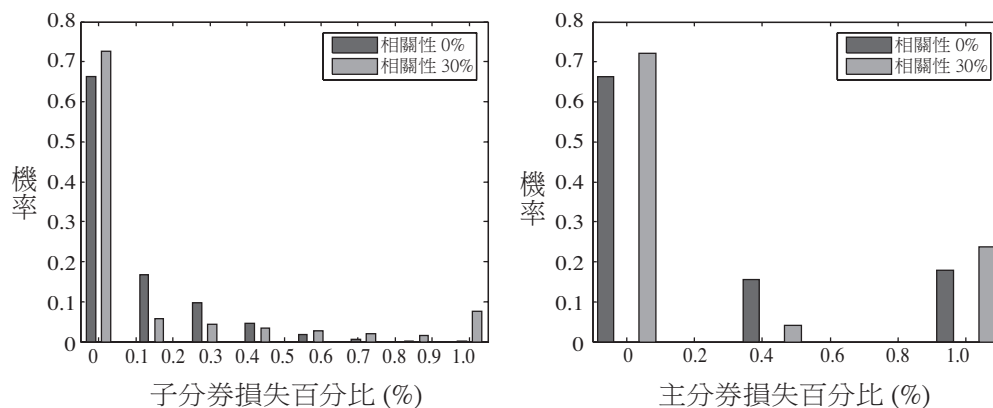


圖4 違約相關性對子分券與主分券損失分配之影響－以兩個子分券為例

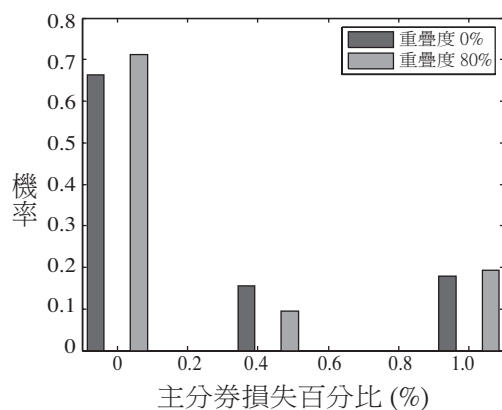


圖5 資產重疊度對主分券損失分配之影響－以兩個子分券為例

次償分券與次償-先償分券; 第三大類包含先償-權益分券、先償-次償分券與先償-先償分券。

圖6至圖8為子分券屬於權益分券時,主分券分別為權益、次償及先償分券之敏感性分析。在此三個主分券下,信用價差會隨著違約相關性與資產重疊度的提高而下降,且在相關性由0%提高為10%時,信用價差跌幅最大,其中又以權益-權益分券最為敏感。由於相關性或是重疊度的提高,意味著標的信用全部存活之機率提高,而權益子分券吸收的只是最初數個標的信用違約之損失,因此一旦標的信用全部存活之機率提高,子分券之風險也會隨之降低,使得主分券之信用價差縮小。

圖9至圖11為子分券屬於次償分券時,主分券分別為權益、次償及先償分券之敏感性分析。結果顯示,次償-權益分券之信用價差會隨著相關性及重疊度增加而微幅下降,其原因如同第一大類分券價差敏感度分析之結果。只是當子分券屬於次償分券時,信用價差變化的敏感度較弱;次償-次償分券之信用價差低點出現在相關性為90%時,而高點則出現在相關性為10%時。

圖12至圖14為子分券屬於先償分券時,主分券分別為權益、次償及先償分券之敏感性分析。不約而同的,此三個分券之信用價差皆會隨著違約相關性提高而增加,但對於資產重疊度較不敏感。違約相關性提高,代表標的信用全體違約之機率增加,先償分券開始承擔損失的可能性提高,因此子分券風險增加導致主分券信用價差大幅提昇。

總和上述,違約相關性與資產重疊度在雙層保護合成型擔保債權憑證中扮演類似角色,但由於資產重疊度只會影響到主分券的損失分配,因此違約相關性對主分券信用價差之影響較為強烈。

5. 數值結果與分析—以五個子分券為例

本節同樣利用第三節所建立之評價模型,對雙層保護合成型擔保債權憑證進行價格及風險特徵的分析。和第四節不同的是,此處我們將子分券的個數設定為五個,另外我們將子擔保債權憑證的權益分券設為損失分配的0-10%,次償分券為損失分配的10-20%,先償分券設為損失分配的20-100%。我們

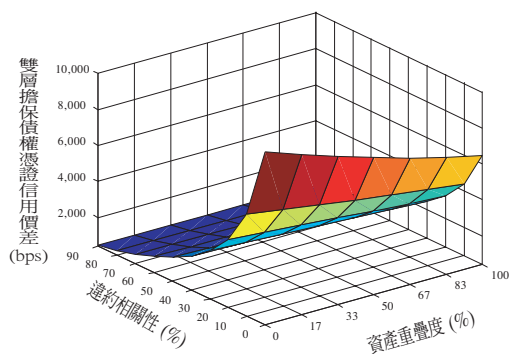


圖 6 分券信用價差對於違約相關性與資產重疊度之敏感度分析－權益－權益分券

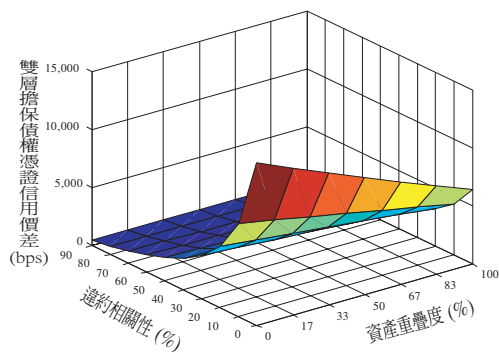


圖 7 分券信用價差對於違約相關性與資產重疊度之敏感度分析－權益－次償分券

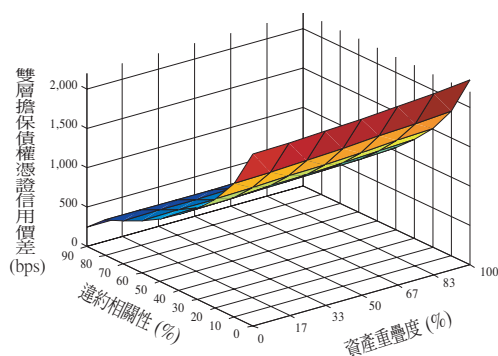


圖 8 分券信用價差對於違約相關性與資產重疊度之敏感度分析－權益－先償分券

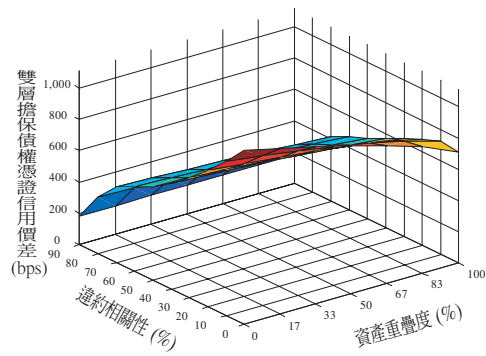


圖 9 分券信用價差對於違約相關性與資產重疊度之敏感度分析－次償－權益分券

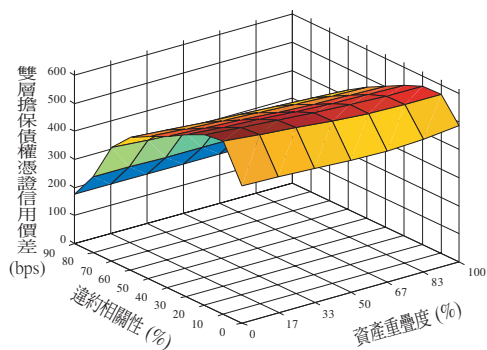


圖 10 分券信用價差對於違約相關性與資產重疊度之敏感度分析－次償－次償分券

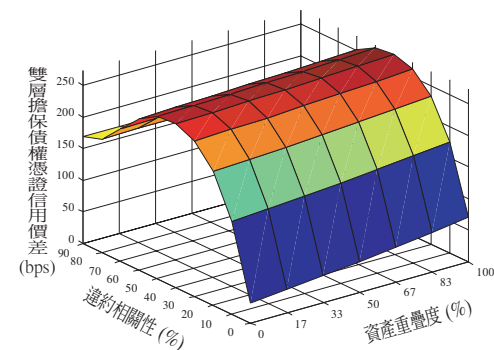


圖 11 分券信用價差對於違約相關性與資產重疊度之敏感度分析－次償－先償分券

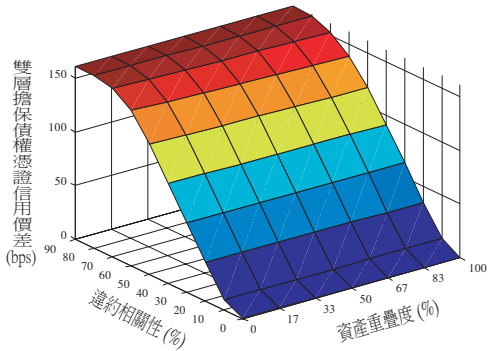


圖 12 分券信用價差對於違約相關性與資產重疊度之敏感度分析—先償-權益分券

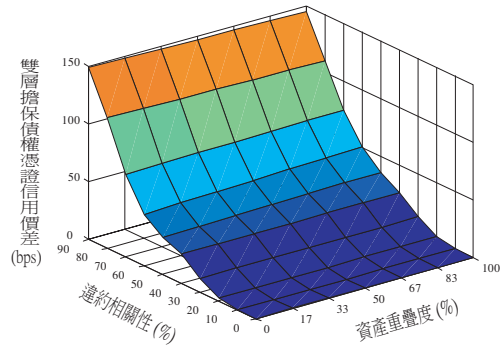


圖 13 分券信用價差對於違約相關性與資產重疊度之敏感度分析—先償-次償分券

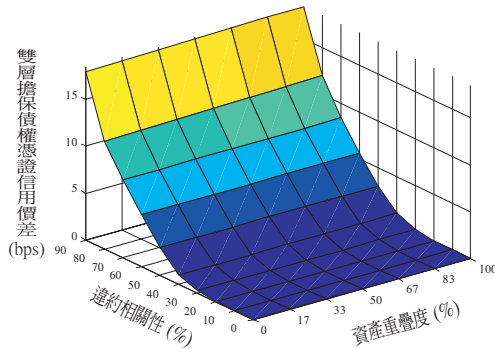


圖 14 分券信用價差對於違約相關性與資產重疊度之敏感度分析—先償-先償分券

將本節中所要分析的以五個子分券為標的的雙層保護合成型擔保債權憑證之設定列於表 8 中。各子分券和主分券的信用增強程度和名日本金大小列於表 9 中。其他未提及的參數設定若未特別註明，則和第四節的設定相同，在此不再贅述。

在表 8 和表 9 主分券和子分券的結構設計下，我們將所求得的一般擔保債權憑證和雙層保護合成型擔保債權憑證之信用價差列於表 10 中。和第四節中表 3 的結果相比較後，我們發現合理信用價差在子分券的個數增加為五個時的性質和其在兩個子分券下的性質相似，都會隨信用保護提高與分券大小增加而降低。在新的結構下以權益分券為例，雙層保護合成型擔保債權憑證信用價差較一般擔保債權憑證提高了。

表 8 雙層保護合成型擔保債權憑證之分券設定－以五個子分券為例

	主擔保債權憑證		
	權益分券	次償分券	先償分券
分券大小	10%	10%	80%
信用增強	0%	10%	20%
信用評等	未評等	A1/A	Aaa/AAA
	子擔保債權憑證		
	權益分券	次償分券	先償分券
分券大小	10%	10%	80%
信用增強	0%	10%	20%
信用評等	未評等	A1/A	Aaa/AAA

表 9 雙層保護合成型擔保債權憑證契約內容假設－以五個子分券為例

主擔保債權憑證	
分券大小	10%
信用增強	10%
名目本金	US\$ 500,000
子擔保債權憑證	
子擔保債權憑證個數	5
分券大小	10%
信用增強	10%
名目本金	US\$ 1,000,000
每一子擔保債權憑證下標的資產個數	10

表 10 雙層保護合成型擔保債權憑證之合理信用價差－以五個子分券為例

單位: bps

子擔保債權憑證	主擔保債權憑證			一般擔保債權憑證
	0－10%	10－20%	20－100%	
0－10%	1,856.8	1,123.0	341.0	597.1
10－20%	397.4	220.0	57.9	59.7
20－100%	29.8	3.8	0.1	1.4

表 11 各種分券組合之期望損失—以五個子分券為例

	子分券 (%)	主分券 名目本金 (%) (千元)	絕對金額 (千元)	期望損失		槓桿倍數
				佔名目本金 百分比 (%)		
權益-權益分券	0-10	0-10	500	285.620	57.12	19.33
權益-次償分券	0-10	10-20	500	209.900	41.98	14.21
權益-先償分券	0-10	20-100	4,000	632.120	15.80	5.35
次償-權益分券	10-20	0-10	500	91.627	18.33	6.20
次償-次償分券	10-20	10-20	500	53.621	10.72	3.63
次償-先償分券	10-20	20-100	4,000	118.580	2.96	1.00
先償-權益分券	20-100	0-10	4,000	61.792	1.54	0.52
先償-次償分券	20-100	10-20	4,000	7.984	0.20	0.07
先償-先償分券	20-100	20-100	32,000	1.693	0.01	0.00
標的信用群組	0-100	0-100	38,000	1,122.700	2.95	1.00

在計算的過程中,我們也發現各分券之風險特徵極不相同,為了量化各分券的曝險程度,我們仿照第四節,在此計算分券之期望損失,非期望損失以及市場價值變化,以進一步分析各分券之風險特徵。我們將各分券組合之期望損失列於表 11 中。

表 11 列出不同子分券及主分券的九種組合情形下,主分券的損失金額期望值,期望損失百分比與期望損失槓桿倍數。由於各分券之名目本金不同,損失之絕對金額無法明確衡量各分券間的相對風險大小,因此我們以期望損失佔名目本金的比例為風險衡量指標。

表 11 的結果顯示權益-權益分券之名目本金雖然只佔了整個雙層保護合成型擔保債權憑證資本結構的極小之比例,但其卻承擔了極高的相對風險,而佔資本結構極大比例的先償-先償分券,其所承擔的相對風險卻是最低的。這部分的結論和表 4 中以兩個子分券為例的結構下所得到的結果是一致的。為了觀察雙層保護合成型擔保債權憑證之期望損失如何隨子分券信用增強及違約強度之改變而變化,我們仿照第四節的分析,建立違約強度分別為 1%, 2% 和 3% 的 A, B, C 三個信用群組,在主分券固定為次償分券,子分券大小為 10% 的條件下,將信用增強程度由 0% 逐漸提高,觀察此三個群組之雙層保護合成型擔保債權憑證的期望損失百分比。

圖 15 的結果和圖 1 以兩個子分券為例所得的結果一致,顯示出當子分券之信用增強提高時,三個不同標的信用群組所組成的雙層保護合成型擔保債

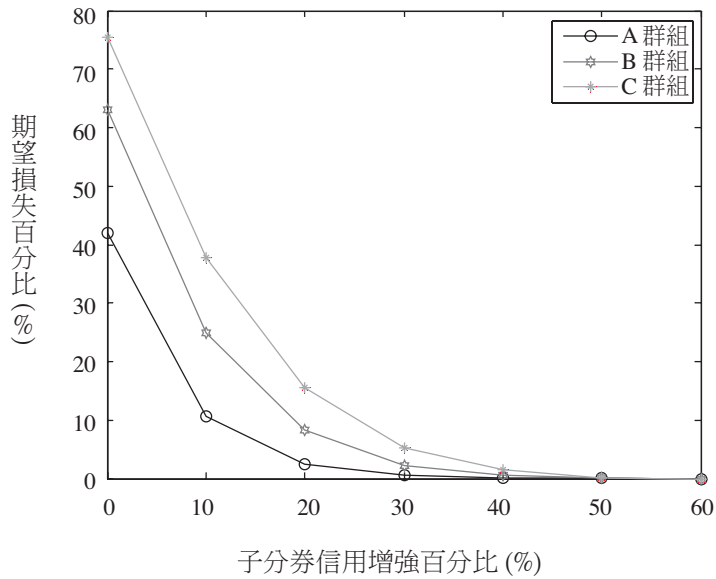


圖 15 子分券信用增強改變對期望損失百分比之影響－以五個子分券為例

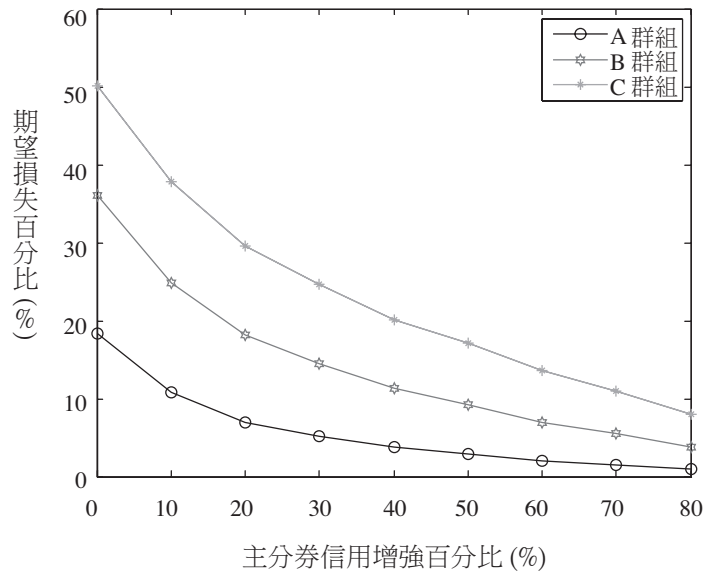


圖 16 主分券信用增強改變對期望損失百分比之影響－以五個子分券為例

權憑證期望損失皆因風險減少而降低。

接著我們在子分券固定為次償分券, 主分券大小設為 10% 時的條件下, 將信用增強程度由 0% 逐漸增加, 觀察此三個群組之雙層保護合成型擔保債

表 12 各種分券組合之非期望損失—以五個子分券為例

	子分券 (%)	主分券 (%)	名目本金 (千元)	非期望損失		
				絕對金額 (千元)	佔名目本金 百分比(%)	槓桿倍數
權益-權益分券	0-10	0-10	500	426.667	85.33	8.83
權益-次償分券	0-10	10-20	500	341.519	68.30	7.06
權益-先償分券	0-10	20-100	4,000	1,777.920	44.45	4.60
次償-權益分券	10-20	0-10	500	266.707	53.34	5.52
次償-次償分券	10-20	10-20	500	203.651	40.73	4.21
次償-先償分券	10-20	20-100	4,000	641.070	16.03	1.66
先償-權益分券	20-100	0-10	4,000	438.882	10.97	1.13
先償-次償分券	20-100	10-20	4,000	161.674	4.04	0.42
先償-先償分券	20-100	20-100	32,000	78.670	0.25	0.03
標的信用群組	0-100	0-100	38,000	3,674.200	9.67	1.00

權憑證的期望損失百分比。圖 16 的結果也和圖 2 中以兩個子分券為例所得的結果類似亦即當主分券之信用增強提高時, 雙層保護合成型擔保債權憑證之期望損失會隨之減少。

綜合圖 15 與圖 16 的結果我們同樣發現, 信用增強程度與標的資產的信用等級存在替代關係。為了達到某一設定的目標風險值, 發行商除了可改變子分券的信用增強程度外, 也可改變主分券的信用增強程度來達到同一目的。這一點結論也和第四節中以兩個子分券為例所得的結論一致。

接下來我們將重大損失發生時, 所計算求得的各分券非期望損失金額, 非期望損失百分比以及槓桿倍數列於表 12 中。表 12 的結果顯示, 權益-權益分券遭受非期望損失的相對風險最大, 損失百分比為 85.33%, 槓桿倍數高達 8.83 倍, 而先償-先償分券之風險最低, 損失百分比只有 0.25%, 風險只有直接投資在標的資產的 0.06 倍而已。此部分的結論和第四節表 5 中以兩個子分券為例所得的結果一致, 都說明了權益-權益分券至次償-先償分券等六種分券的名目本金雖然佔整個雙層保護合成型擔保債權憑證的資本結構比重不大, 但卻承擔了大多數的風險。

在表 13 中, 我們計算了各分券價值對信用價差變動的敏感度。由於各分券的名目本金並不相同, 因此我們以價值變動的百分比做為衡量此敏感度的指標。表 13 的結果顯示, 權益-權益分券的價值對標的信用價差的變動最為

表 13 信用價差變動對各主分券市場價值之影響－以五個子分券為例

	子分券 (%)	主分券 (%)	名目本金 (千元)	信用價差變動敏感度(提高 1bp)		
				絕對金額 變化量	佔名目本金 百分比(%)	槓桿倍數
權益-權益分券	0-10	0-10	500	-2.147	-0.43	9.43
權益-次償分券	0-10	10-20	500	-1.724	-0.34	7.57
權益-先償分券	0-10	20-100	4,000	-6.152	-0.15	3.38
次償-權益分券	10-20	0-10	500	-0.943	-0.19	4.14
次償-次償分券	10-20	10-20	500	-0.639	-0.13	2.81
次償-先償分券	10-20	20-100	4,000	-1.715	-0.04	0.94
先償-權益分券	20-100	0-10	4,000	-0.989	-0.02	0.54
先償-次償分券	20-100	10-20	4,000	-0.169	-0.004	0.09
先償-先償分券	20-100	20-100	32,000	-0.042	-0.0001	0.00
標的信用群組	0-100	0-100	38,000	-17.300	-0.05	1.00

敏感,而在五個子分券都屬於先償分券時,信用價差變化對主分券的影響微乎其微。表中最後一行所列的槓桿倍數之計算方式也和第四節中表 6 的槓桿倍數計算方式相同,在此也不再贅述。

由於投資人會對其所購買的主分券進行 delta 避險,因此我們在表 14 中分別求算了各分券的基點價值 DV01 和 delta 值,做為避險部分淨值計算的依據。

以權益-權益分券為例,表 14 中的結果顯示其基點價值 DV01 為 -2.147,代表信用價差提高 1 基點會使分券價值減少 \$2,147,300。而對於標的信用違約交換群組而言,其基點價值 DV01 為 -17.3,代表標的資產信用價差增加 1 基點時,標的信用資產總價值會減少 \$17,300,000。因此,分券投資人若在購買權益-權益分券的同時,出售標的信用群組名目本金之 12.41% 後,當標的資產信用價差增加 1 基點時,避險部位之價值會增加 \$2,147,300,使得投資部位和避險部位的總價值不受信用價差變動之影響。因此為了規避信用價差變動之風險,投資人在買入名目本金 \$500,000 權益-權益分券的同時,可賣出名目本金 \$4,716,613 的標的信用群組資產,完成 delta 避險策略。此一避險之淨收入為 \$647,900,是一個有利之避險策略。表 14 的最後一行結果顯示,當子分券屬於先償分券時,執行 delta 避險策略的成本較高,使整個避險後的淨部位出現虧損。此時若能利用單一標的的信用違約交換,針對特定標的資產進行避險,應可解決避險淨收入為負值的問題。

表 14 避險參數(主分券之 Delta 值) — 以五個子分券為例

	名目本金 (千元)	信用價差 (bps)	DV01	Delta (%)	避險部位 (千元)	MTM— 避險部位 (千元)	避險組合 淨收入 (千元)
權益—權益分券	500	1,856.8	-2.147	12.41	4,716.613	2.147	647.9
權益—次償分券	500	1,123.0	-1.724	9.97	3,786.821	1.724	336.3
權益—先償分券	4,000	341.0	-6.152	35.56	13,512.844	6.152	560.6
次償—權益分券	500	397.4	-0.943	5.45	2,070.341	0.943	75.6
次償—次償分券	500	220.0	-0.639	3.69	1,403.782	0.639	26.5
次償—先償分券	4,000	57.9	-1.715	9.91	3,767.491	1.715	7.8
先償—權益分券	4,000	29.8	-0.989	5.72	2,172.018	0.989	-9.8
先償—次償分券	4,000	3.8	-0.169	0.98	370.972	0.169	-6.9
先償—先償分券	32,000	0.1	-0.042	0.24	91.846	0.042	-2.3
標的信用群組	38,000	59.5	-17.300				

至此,在第五節中,以五個子分券為例,針對九種不同分券組合的價格及風險所做的各項數值分析,其結果都和第四節中以兩個子分券為例下的數值結果一致。顯示出我們在以兩個子分券為例下所做的各項分析所得的結論,並不會因為子分券個數增加而改變。由於篇幅的限制,以下我們將原第四節第四小節中,針對信用增強強度,違約相關性與資產重疊度等三項變數所做的敏感度分析,省略不再贅述。有興趣的讀者可依第四節第四小節中的介紹,自行求算此三變數對主分券損失分配的影響效果。

6. 結論

雙層保護合成型擔保債權憑證的特殊結構設計能有效地提高投資人信用價差收益率,本研究利用一個無須進行蒙地卡羅模擬之半解析式評價模型,分別在兩個子分券及五個子分券的兩種雙層保護合成型擔保債權憑證商品結構下深入探討其風險特徵並進行敏感度分析。

在本文所假設之雙層保護合成型擔保債權憑證中,雖然權益—權益分券之名目本金只佔整個資本結構的極小部分,卻承擔了絕大多數之信用風險,顯示僅有本金的揭露對於投資在雙層擔保債權憑證之法人機構或避險基金而言是不夠的,無論其目的是要移轉信用風險抑或是提高投資收益,皆須仔

細區分風險金額移轉數目與內含風險移轉程度之差異。例如權益-權益分券承擔了整個雙層擔保債權憑證中絕大部分之風險, 若發行機構保留此分券則會對其風險移轉效果大打折扣。此外, 我們亦無法由分券信用評等所傳遞之訊息全盤掌握各分券的風險樣貌, 光是本金數額及信用評等揭露, 並無法反映分券風險呈槓桿倍數之本質。本研究藉由子分券與主分券損失分配之比較, 推測出雙層擔保債權憑證相較一般擔保債權憑證之槓桿程度為大。而透過期望損失槓桿倍數之計算, 我們瞭解投資在雙層擔保債權憑證上之槓桿效果相較於直接投資在標的資產要大上好幾倍。研究發現即使先償分券與次償分券具有投資級的信用評等, 但其槓桿倍數所寓涵之風險其實是一般投資級公司債的數倍。此外我們也在不同分券組合之比較中發現, 分券大小的設定對於雙層擔保債權憑證損失分配型態之影響, 較信用增強改變對損失分配型態影響來得大。

針對分券價值會因為標的信用違約交換價差變動而產生之市場風險, 我們提出 δ 避險策略加以因應。我們利用信用違約交換建構避險組合, 使其價值不受標的市價波動之影響, 而透過避險組合淨收入的計算, 可以適當選用數個單一信用違約交換或信用違約交換指數來執行避險策略。此外我們亦建議使用第 N 個違約交換契約來對重疊之標的信用資產加以避險。雙層擔保債權憑證對於標的資產之違約相關性及資產重疊度的處理尤其敏感, 由於資產相關性無法由實際觀察得知, 市場參與者可由對違約相關性的判斷不同而產生套利交易的機會, 因此本研究最後對此兩變數進行敏感度分析, 求算在不同違約相關性及資產重疊度組合下, 雙層擔保債權憑證之合理信用價差。本研究詳述了雙層擔保債權憑證在半解析式模型之評價結果, 並以一假設性商品闡明模型之相關應用。由於運用一般 Gaussian copula 所求得之信用價差會和市場價格產生偏離之情況, 我們在本研究此並未對此相關性微笑曲線 (correlation smile) 進行探討。此外, 本模型對於許多關鍵變數, 如違約強度、回復率及利率過程, 皆假設外生給定而使得整個模型成為一簡單之違約時點靜態模型, 然而, 唯有將這些變數的動態過程納入模型考慮, 才能產生符合實際現象的信用價差動態模型, 這也是我們未來的研究方向之一。

參考文獻

- Andersen, L., J. Sidenius, and S. Basu (2003), "All Your Hedges in One Basket," *Journal of Risk*, 16, 67–72.
- Baheti, P., R. Mashal, M. Naldi, and L. Schloegl (2005), "Squaring Factor Copula Models," *Risk*, 18, 73–76.
- Embrechts, P., A. McNeal, and D. Straumann (1999), "Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls," *Working Paper*, ETHZ Zentrum, Zurich.
- Frey, R., A. McNeil, and M. Nyfeler (2001), "Copulas and Credit Models," *Risk*, 14, 111–114.
- Gibson, M. (2004), "Understanding the Risk of Synthetic CDOs," *FEDS Discussion Papers*, No. 2004–36.
- Hull, J. and A. White (2004), "Valuation of a CDO and an Nth to Default CDS without Monte Carlo Simulation," *Journal of Derivatives*, 2, 8–23.
- Laurent, J. P. and J. Gregory (2005), "Basket Default Swaps, CDOs and Factor Copulas," *Journal of Risk*, 7, 103–122.
- Li, D. (2000), "On Default Correlation: A Copula Approach," *Journal of Fixed Income*, 9, 43–54.
- Sklar, A. (1959), "Fonctions de Répartition à n Dimensions et Leurs Marges," *Publications de l'Institut de Statistique de L'Université de Paris*, 8, 229–231.

ON THE PRICING AND RISK CHARACTERISTICS OF SYNTHETIC CDO OF CDO_s

Mi-Hsiu Chiang*

Department of Money and Banking
National Chengchi University

Meng-Lan Yueh

Department of Finance
National Chengchi University

Hui-Chun Li

Department of Money and Banking
National Chengchi University

Keywords: Synthetic collateral debt obligations, CDO of CDOs, Accumulated loss distribution, Tranche mark-to-market value, Master CDO, Inner CDOs

JEL classification: C63, G12

* Correspondence: Mi-Hsiu Chiang, Department of Money and Banking, National Chengchi University, Taipei 116, Taiwan. Tel: (02) 2939-3091 ext. 81265; Fax: (02) 2939-8004; E-mail: mhchiang@nccu.edu.tw.

ABSTRACT

In this paper we show that a synthetic CDO of CDOs, though claiming to offer enhanced credit protections and higher yields to investors through its double-layered structure and a well-diversified reference pool, is in fact highly leveraged. The double-layered product structure directly amplifies the resulted expected-loss of the master CDO due to default entities in the underlying pool of inner-CDOs. We conduct sensitivity analysis of tranche spreads with respect to the credit subordination levels, the default correlations, and the extent of asset overlap among inner CDOs. Our numerical results reveal that the notional sum of equity to mezzanine sub-tranches, though being only one-tenth of the total notional, in fact withstands 80-90% of the total credit risk.