AEIO四命題間的對當關係

丁 崇 貞

一、AEIO四種命題的形式

傳統的對當方形（Square of Opposition），是就A.E.I.O四種命題而講的。故我們研究這四種命題間的對當關係，首先需要研究這四種命題的形式。今我們以〝S〞代表主詞項（Subject Term），〝P〞代表謂詞項(Predicate Term)，以〝凡〞（All），〝無〞（No），〝有〞（Some）等量詞（Quantifier）代表命題的量，以「是」（is）「不是」（is not）代表繫詞（Copula），則AEIO四種命題的標準形式如下：

A（全稱肯定命題）：凡S是P （或寫作SAP）

E（全稱否定命題）：無S是P （或寫作SEP）

I（特稱肯定命題）：有S是P （或寫作SIP）

O（特稱否定命題）：有S不是P（或寫作SOP）

在這裏特別要指出的是特稱命題「有」（Some）的用法：〝some〞這個量詞，一般中文的理則學教科書都譯作「有些」、「若干」，「有些」、「若干」在中文的一般用法是說「不祇一個，也不會是全部」。但是，英文的〝Some〞這個字在一般習慣用法上雖有時相當於中文的「有些」，而在邏輯上，這個字的用法比中文的「有些」來得廣泛，其意乃指「至少一個，以至可能全部」。如I.M.Boch´enski，在其「形式邏輯史」（A History of Formal Logic）中寫着：〝In the particular sentence 'some' means' at least one, not excluding all'〞。（註1）E.R.Emmet在其自著的〝The Use of Roeasn〞一書中寫着：〝It is important to notice that in Aristotle's propositional forms, 'some' does not necessarily exclude all; it is used to mean one at least, that is any number from one to all inclusive〞。（註2）從這兩本書裏，我們可以瞭解〝Some〞一字在邏輯上的用法。因此，要是中文所講的邏輯（Logic）與英文所講的邏輯（Logic）一樣，I命題的量詞就不好用

「有些」來表示。也就是說，不好將「Some」譯成「有些」，最好是譯成「有」或「有的」。如說「有的學生很用功」，意思是指有用功的學生就算，一個也可以，少數也可以，多數也可以。卽令全體學生都用功，這句話也不算錯。

由於A E I O這四種命題僅有主詞項有「量詞」，謂詞項沒有「量詞」，於是哈密敦（Sir Williom Hamilton）主張謂詞項亦應有量的表示，因此他建議以以下八個命題形式代替傳統的四個命題形式：（註3）

1.凡S是凡P（All S is all P） U
2.凡S是有P（All S is some P） A
3.有S是凡P（Some S is all P） Y
4.有S是有P（Some S is some P） I
5.凡S是無P（All S is no P） E
6.凡S不是有P（All S is not some P） η
7.有S是無P（Some S is no P） O
8.有S不是有P（Some S is not some P） W

雖然他所補充的形式在不同的立場有其可議之處，它們所表達的形式可能由A E I O的形式表現，如U命題等於SAP與PAS的聯合，η 命題等於POS，但由此可見A E I O四命題形式的曖昧了。

二、AEIO四命題間的對當關係

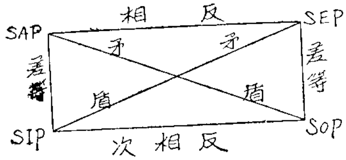
對當關係（Opposition）這個名詞，是邏輯所用的專技名詞（Technical term）所謂對當關係，就是存在於任意兩個有同樣的主詞謂詞，但有不同的性質與數量的判斷或命題之間的種種不同的關係。

對於A E I O四命題間的對當關係，本文除從傳統的對當關係討論外，並用歐拉圓（Euler's Circles），類的關係，及複命題（Compound proposition）的觀點，分別研討之：

(一)傳統的對當關係

根據傳統的分析，對當關係有四種：卽矛盾(Contradictory)，相反 (Contrary) 差等，（Subaltern）與次相反（Subcontrary）。下面的圖說明了傳統的「對當方形

」(Square of Opposition):



圖(1)

按照傳統的對當方形，假若主詞與謂詞固定，則A與O是矛盾的關係，E與I是矛盾的關係，A與E是相反的關係，I與O是次相反關係，由A至I是差等關係，由E至O也是差等關係。兩個矛盾的命題不能同眞，也不能同假。在(Ex)S(x)的前提下，A，E這一對相反的命題不能同眞，I，O這一對次相反的命題不能同假，及A，E兩命題各有其差等命題。(註4)

現將在主詞項S不等於零(即S≠O)的假設下，傳統的對當關係分別敘述於後：

1.矛盾關係(Contradictory Opposition)

A與O兩命題質量俱異，故其間的對當關係是矛盾的。E與I兩命題質量俱異，故其間也是矛盾的。所謂矛盾對當關係，就是兩個命題不能同時是眞的，也不能同時是假的。因此，假定我們知道A命題是眞的，則可推知O命題是假的；假定我們知道A命題是假的，則可推知O命題是眞的。反之亦然。同樣的，假定我們知道E命題是眞的，則可推知I命題是假的；假定我們知道E命題是假的，則可推知I命題是眞的。反之亦然。

2.相反關係(Contrary Opposition)

A，E兩命題均是全稱命題，量同質異，故是相反對當關係。所謂相反關係，就是兩命題不能同時是眞的，但可同時是假的。因此，假定A命題是眞的，則可推知E命題必定是假的。假定A命題是假的，則E命題就眞假不定了。反之亦然。

3.次相反關係(Sub-contrary Opposition)

I與O兩命題是次相反對當。所謂次相反對當關係，就是兩者可以同時是眞的，但不能同時是假的。因此，假定I命題是眞的，則可推知O命題是眞假不定；假定I命題是假的，則O命題一定是眞的。反之亦然。

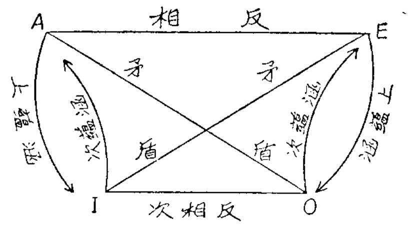
4.差等關係(Subalternation)

A對I，E對O之間的關係，傳統上稱爲差等(Sub-alternation)。由於A、 E爲全稱命題，I，O爲特稱命題，A，I兩命題同性質（同爲肯定命題）而不同數量（一爲全稱，一爲特稱），E，O兩命題亦同性質而不同數量，故A對I及E對O之間的關係，均爲全稱命題對特稱命題的關係。這種關係分析起來是這樣的：

（a）假若全稱命題眞，則特稱命題也眞。假若全稱命題假，則特稱命題眞假不定。換言之：假若A命題眞，則I命題眞。假若A命題假，則I命題眞假不定。E命題與O命題間的關係同此。

（b）假若特稱命題眞，則全稱命題眞假不定。假若特稱命題假，則全稱命題必假。換言之：假若I命題眞，則A命題眞假不定。假若I命題假，則A命題必假。O命題與E命題間的關係同此。

照這樣看來，這種差等關係似乎不够明晰。於是 L.Stebbing在其〝A Modern Introduction to Logic〞一書中，將這種關係分爲兩種：（一）A命題對I命題爲「上蘊涵」（Super-implicant）關係；（二）I命題對A命題爲「次蘊涵」（Sub-implicant)。（註5）並且他認爲：一個方形的對稱（The Symmetry of A Square）不能適當地代表「非對稱的關係」（Unsymmetrical Relations）。於是，他用下面一個非對稱的圖代表傳統的對當關圖。（註6）從下面的圖上，我們可以明白地看出A E I O間的對當關係。

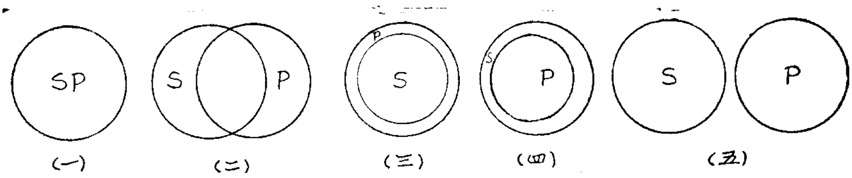


圖（2）

（二）用歐拉圖（Euler's Circles）解釋對當關係

1.用歐拉圓圖解A E I O四命題

歐拉（L.Euler 1701—83）是十八世紀瑞士的數學家，他用圓圈圖解A E I O四命題，故我們稱之爲歐拉圓（Euler's Circles）。依照歐拉圓，任何兩類事物的相合相離情形，僅有五種可能。歐拉以兩個圓圈的相合、重疊與排斥，表示兩類的包含（Inclusion）與排斥（Exclusion）關係。（註7）今以S圓圈代表主詞類，P圓圈代表謂詞類。此五種可能的情形排列如下：



圖(3)

(一)圖：表示S類與P類是同一的，卽：凡S是P，凡P是S。

(二)圖：表示S類與P類重疊，卽：有的S是P，有的S不是P，有的P是S，有的P不是S。

(三)圖：表示S類包含在P類中而成爲P類的一部分，卽：凡S是P，而非「凡P是S」，但「有的P是S」，「有的P不是S」。

(四)圖：表示P類包含在S類中，而成爲S類的一部分，卽：「凡P是S」，而非「凡S是P」，但「有的S是P」，「有的S不是P」。

(五)圖：表示S類與P類互相排斥。卽：「無S是P」，同時亦「無P是S」。

從以上五個圖中，我們可以明白地看出：這五個圖窮盡了S類與P類間的所有可能的關係。

由於I，O兩特稱命題的量詞〝Some〞，是意指「至少一個，以至可能全部」，故我們用歐拉圓(Euler's Circles)圖解SAP,SEP,SIP,SOP四命題時，顯然可以看出：

SAP可用(一)(三)兩圖表示，而排斥(二)(四)(五)三圖。

SEP可用(五)圖表示，而排斥(一)(二)(三)(四)四圖。

SIP可用(一)(二)(三)(四)圖表示，而排斥(五)圖。

SOP可用(二)(四)(五)圖表示，而排斥(一)(三)圖。(註8)

但是，假若我們從另一方面，就會發現歐拉圓中僅有(五)圖能够用E命題表示之，其餘的四個圖中每個圖必須至少用兩個命題始能表示。玆用A.E.I.O四命題分別表示歐拉圓於後：

√(一)圖可由SAP與PAS兩命題聯合確定。

(二)圖可由SIP,SOP,POS三命題聯合確定。

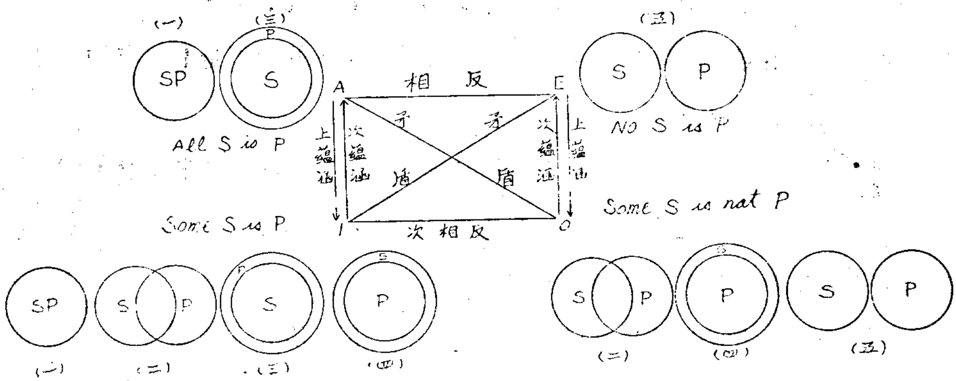
(三)圖可由SAP與POS聯合確定。

(四)圖需要PAS與SOP兩命題聯合確定。

(五)圖僅需要SEP或PES就能確定。(註 9)

2. 用歐拉圓解釋AEIO間的對當關係

在S≠O 的假設下，AEIO四命題間的對當關係，我們用歐伯圓 (Euler's Circles) 可以明確地表明於後：



圖(4)

由於歐拉圓中的五個圖窮盡了 S 類與 P 類間的所有可能關係，故可見SAP與SOP不能同眞，亦不能同假，兩命題間是矛盾關係。同理，SEP與 SIP 間亦不能同眞，不能同假，亦是矛盾關係。

當SAP是眞時，SEP是假，當SAP是假時，SEP眞假不定。同樣地，當 SEP 是眞時，SAP是假，當SEP是假時，SAP眞假不定。故SAP與SEP間是相反關係。

當SAP是眞時，SIP是眞；當SAP是假時，SIP眞假不定。故由SAP至SIP是上蘊涵關係。同樣地，當SEP是眞時，SOP 是眞；當 SEP 是假時， SOP 眞假不定，故由SEP至SOP是上蘊涵關係。

當SIP是眞時，SAP眞假不定；當SIP是假時，SAP必假。故由SIP 至 SAP 是次蘊涵關係。同樣地，當SOP是眞時，SEP眞假不定；當SOP是假時，SEP 必假。故由SOP至SEP是次蘊涵關係。

最後，我們可以看出：當SIP是眞時，SOP眞假不定；當SIP是假時，SOP是眞。反之亦然。故SIP與SOP間是次相反關係。

所以，在S≠O的假設下，SAP，SEP， SIP，SOP 四命題間的對當關係，我們可用歐拉圓 (Euler's Circles) 說明。但如 S = O，則歐拉圓就無能無力了。 因此，我們需要再從類的關係來研究SAP,SEP,SIP,SOP等命題間的對當關係。

3.從歐拉圓對目前中文理則學（邏輯）教科書的批評。

近十餘年來，我國出版的中文理則學（邏輯）教科書，在傳統邏輯方面，多應用歐拉圓（Euler's Circles）圖解A.E.I.O四命題。但由於他們對I與O兩命題「量詞」〝Some〞用法的誤解，致在用歐拉圓圖解命題時錯誤叢生。茲分析言之：

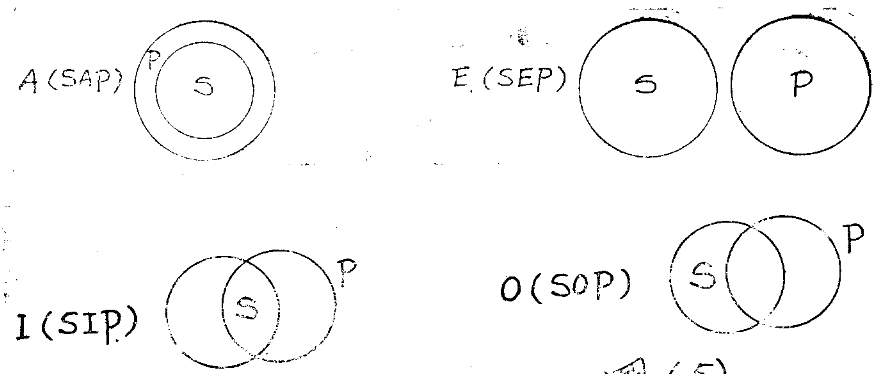
（1)對特稱命題「量詞」〝Some〞用法的分析

前曾述及，一般中文理則學（邏輯）教科書，都將特稱命題的「量詞」〝Some〞譯作「有些」「若干」「某」等字樣。「有些」「若干」「某」在中文的一般用法是指「一部分」或指「不祗一個，也不會是全部」。如牟宗三氏在其理則學一書中說：「有」（Some）……它既不同於零，亦不同於全，且當然不同於特指的一個（如〝這一個〞），如是，「有」所表示的，最低不能爲零，最高不能爲全，乃是零與全之間的某一個。（註11）但是，〝Some〞這個量詞，在英文邏輯（Logic）上的用法却比中文的「有些」「若干」「某」來得廣泛，其意乃指「至少一個，以至可能全部（或不排斥全部」。如I.M.Boch'enski在〝A History of Formal Logic〞一書中寫着：〝In the particular sentence, 'some' means at least one,not excluding all〞。（註12）及E.R.Emmet在其〝The Use of Reason〞一書中寫着：〝It is important to notice that in Aristotle's propositional forms, some does not necessarily exclude all; it is used to mean one at least;that is any number from one to all inclusive〞。（註13）由此，我們可以明瞭英文〝Some〞在邏輯上的用法與中文的「有些」「若干」「某」的意義是不同的。因此，要是中文所講的理則學（邏輯）與英文所講的邏輯（Logic）一樣，就顯而易見中文理則學（邏輯）教科學對特稱命題「量詞」〝Some〞用法的誤解了。

（2)用歐拉圓圖解A E I O四命題的錯誤

由於我國理則學者對特稱命題「量詞」〝Some〞的誤解，致在用歐拉圓（Euler's Circles）圖解A.E.I.O四命題時，有種種不同的錯誤情形。茲將他們的錯誤情形，分爲以下四種類型：

甲、牟宗三氏之理則學（註14）及金澍（卽金岳霖）氏之邏輯（註15）圖解A E I O四命題時所採用的類型：

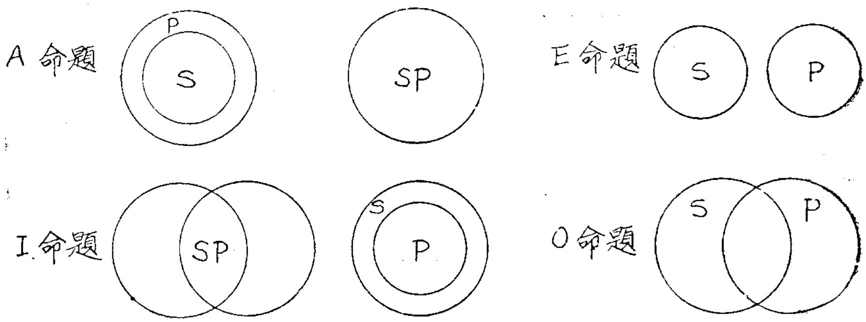


圖(5)

由上圖，可見他們圖解AEIO四命題，僅用了歐拉圓五個圖中的(二)(三)(五)三個圖。同時，除E命題圖解無誤外，其餘三個命題均欠正確。因爲，A命題僅以歐拉圓之(三)圖表示，而遺漏了(一)圖；I命題僅以歐拉圓之（二）圖表示，而遺漏了(一)(三)(四)三圖；O命題僅以歐拉圓之(二)圖表示，而遺漏了(四)(五)兩圖。

再者，在這樣的圖解之下，傳統的對當關係中A命題如何推得出I命題？E命題如何推得出O命題？

乙、陳伯尹氏之理則學（註16），單綱武氏之理則學（註17）及楊官璘氏之邏輯學初步（註18）圖解A．E．I．O四命題時所採用之類型：

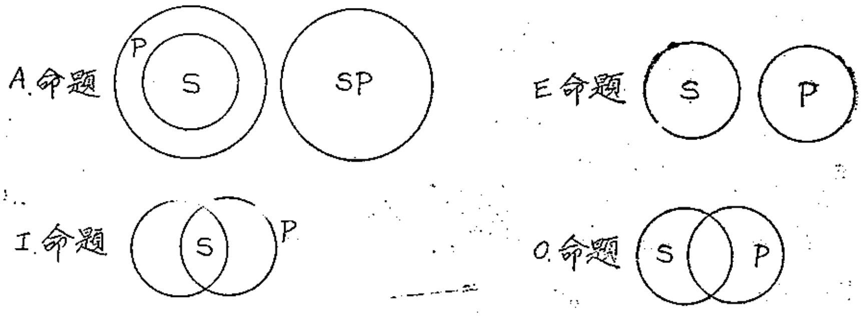


圖(6)

由上圖，可見他們圖解AEIO四命題，雖用了歐拉圓五個圖中的(一)(二)(三)(四)(五)五個圖，但却除A．E兩命題圖解無誤外，I，O兩命題則欠正確。因爲，I命題僅以歐拉圓之(二)(四)兩圖表示，而遺漏了(一)(三)兩圖；O命題僅以(二)圖表示，而遺漏了(四)(五)兩圖，其錯誤不言而喻。

再者，在這樣的圖解之下，傳統的對當關係如何能由圖解上推論出來？

丙、宋稚青、林如豪二氏合著之邏輯與科學方法（註19），及陳祖耀氏編著之理則學（註20），圖解ＡＥＩＯ四命題所採用之類型：



圖(7)

由上面的圖解來看，可知他們圖解ＡＥＩＯ四命題僅用了歐拉圓五個圖中的(一)(二)(三)(五)四個圖。但除Ａ．Ｅ兩命題圖解無誤外，Ｉ，Ｏ兩命題則欠正確。因爲Ｉ命題僅用歐拉圓之(二)圖表示，而遺漏了(一)(三)(四)三圖；Ｏ命題僅用歐拉圓之(二)圖表示，而遺漏了(四)(五)兩圖。其錯誤不言而喻。

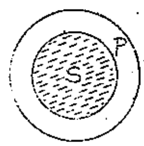
再者，以這樣來圖解ＡＥＩＯ四命題，傳統的對當關係如何能由圖解上推論出來？

丁、朱兆萃氏之論理學概論圖解ＡＥＩＯ四命題所採用之類型：（註21）

Ａ：凡Ｓ是Ｐ（All S is P）

Ⅰ例：「凡人是動物」

包攝關係：Ｓ的全部包攝於Ｐ的一部。



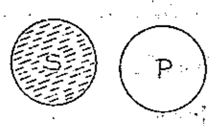
Ⅱ例：「人是理性動物」

包攝關係：Ｓ的全部包攝於Ｐ的全部。

Ｅ：凡Ｓ不是Ｐ（All s is not p）

例：「凡人不是無機物」。

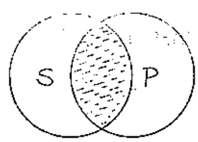
包攝關係：Ｓ的全部與Ｐ的全部無關係。



Ｉ：某Ｓ是Ｐ（Some S is P）

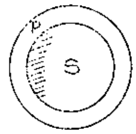
Ⅰ例：「某人是盲者」。

包攝關係：Ｓ的一部包攝於Ｐ的一部。



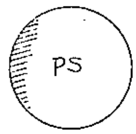
Ⅱ例：「某人是賢人」。

包攝關係：S的一部包攝於P的全部，更從其中指定某部分。



Ⅳ例：「某賢人是人」。

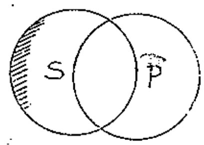
包攝關係：S的全部包攝於P之一部，更從而指定其一部分。



Ⅵ例：「某人是理性動物」。

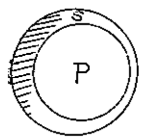
包攝關係：S的全部與P的全部相重疊，更從而指定其一部分。

O：某S不是P（Some S is not P）



Ⅰ例：「某人不是盲者」。

包攝關係：S的某部分雖包攝於P的某部分，而S的他部分在P的全範圍以外，更從而指定其一部分。



Ⅱ例：「某人不是有德者」。

包攝關係：P的全部包攝於S的一部，更從而指定S部分中的一部分。

圖(8)

從以上的圖解看來，可見A.E.I三命題均圖解無誤，僅O命題遺漏了以歐拉圓的（五）圖表示。但是，A E I O四命題在此種圖解之下，傳統的對擋關係亦無法由圖解上推論出來。

以上四種類型都是我們在中文理則學（邏輯）教科書所發現的錯誤情形。

(三)用類的關係說明A.E.I.O間的對當關係

1.兩類的分配與A.E.I.O四命題的圖解

假設在一個「討論界宇」（Universe of discourse）內，有「S」與「P」兩類（classes）。由於每一個類有一個補類（Complementary class），故「S」類與「P」類就有「$\overline{S}$」與「$\overline{P}$」兩個補類。於是一個討論界宇自然地被分爲四個次類（subclasses），這四個次類可以這兩對補類彼此相乘的邏輯積表示，就是「SP」，「S$\overline{P}$」，「$\overline{S}$P」「$\overline{S}\,\overline{P}$」。（註22）

一個討論界宇之分爲四個次類，在幾何圖上是在一個矩形內畫兩個重疊的圓表示

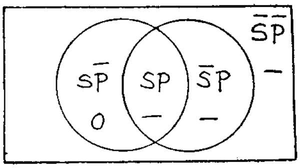
。於是，在這個矩形內的區域，被分爲四個個別的部分（regions）。在這些部分加上記號，用「O」指明用這個次類是空的（即沒有分子），用「一」記號指明這個次類至少有一個分子。由於這個約定，顯然可以看出下圖是：

SP這一類有分子，以符號表示爲：$SP \doteqdot O$。

$S\bar{P}$這一次類沒有分子，以符號表示爲：$S\bar{P} = O$。

$\bar{S}P$這一次類有分子，以符號表示爲：$\bar{S}P \doteqdot O$。

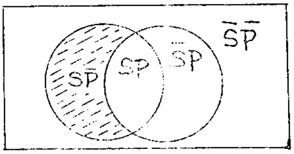
$\bar{S}\bar{P}$這一次類有分子，以符號表示爲：$\bar{S}\bar{P} \doteqdot O$。



圖(9)

現在我們就來圖解AEIO四命題。

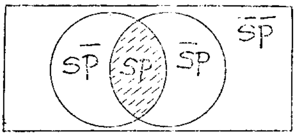
A命題：凡S是P（SAP）



圖(10)

如圖10，將是S而非P的部分塗掉，表示這一部分沒有了，即表示$S\bar{P}$這一次類等於「O」，亦即表示「是S而非P的次類沒有分子」。於是，凡是S類的分子，都是P類的分子。換言之，即「凡S是P」，故$S\bar{P} = O$，即是A命題或說是SAP。

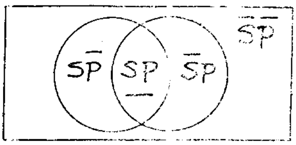
E命題：無S是P（SEP）



圖(11)

如圖11，將是S而又是P的部分塗掉，即是「是S而又是P的部分等於零」。換言之，即是SP這一次類是空類，沒有分子。既然「是S而又是P之次類沒有分子」，故「無S是P」。因之，$SP = O$，即是E命題或說是SEP。

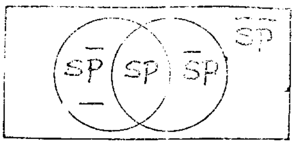
I命題：有的S是P（SIP）



圖(12)

如圖12，我們在SP這一部分劃一個「一」記號，表示這一部分有分子存在，亦即表示SP這一次類不是空類。故$SP \doteqdot O$，即是「有S是P」，或說是SIP

O命題：有的~~P~~S不是P（SOP）



圖(13)

如圖13，我們在$S\bar{P}$這一部分劃一個「一」記處，表示這一部分有分子存在，亦即表示$S\bar{P}$這一次類不是空類。換言之，即是「有S不是P」。故$S\bar{P} \doteqdot O$，即是O命題或說是SOP。

由以上的圖解，可知SAP，SEP，SIP，SOP四命題可分別寫為：$S\bar{P}=O$，$SP=O$，$SP\neq O$，及$S\bar{P}\neq O$：

同理，可推知：

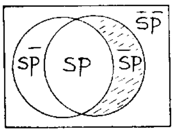
$\bar{S}P$ ~~$S\bar{P}$~~$=O$，即為「凡P是S」或是PAS。

$S\bar{P}=O$，即為「無S是$\bar{P}$」或是SEP。

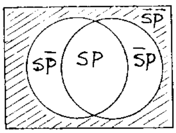
$\bar{S}\bar{P}\neq O$，即為「有的S是$\bar{P}$」或是SIP

$\bar{S}P\neq O$，即為「有的P不是S」或是POS。

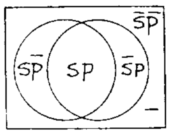
此四命題的圖形分別如下：



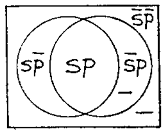
$\bar{S}P=0$
凡P是S
圖(14)



$\bar{S}\bar{P}=0$
無$\bar{S}$是$\bar{P}$
圖(15)



$\bar{S}\bar{P}\neq 0$
有的非S是非P
圖(16)



$\bar{S}P\neq 0$
有的P不是S
圖(17)

2.兩類間可能有的組合與AEIO等命題的眞值表

我們在前面曾經說過：S類與P類及其補類將一個討論界宇（Universe of dis-course）分為SP。$S\bar{P}$，$\bar{S}P$，$\bar{S}\bar{P}$四個次類　。假若每個次類至少有一個分子，即表示它不是空類（empty class），例如$S\bar{P}\neq O$，即表示$S\bar{P}$這一次類有分子。假若一個次類沒有分子，即表示它是空類，或說這個類等於零，例如SP＝O，即表示SP類是空類。

每一個類不是空的，便是不空的，僅有此兩種可能。換言之，即每個類僅有「有分子」與「空的」兩個值。在SP，$S\bar{P}$，$\bar{S}P$，$\bar{S}\bar{P}$四個類中，由於每個次類有「有分子」（「一」記號表示）與「空的」（以「O」記號表示）兩個值，故四個次類的可能組合（Combinations）是 2^4 個，即16個。（註23）茲將這十六個可能的組合排列於後：

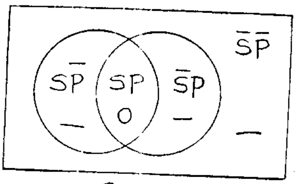
表內「一」記號表示有分子，「O）記號表示沒有分子

（表1　）SP，$S\bar{P}$，$\bar{S}P$，$\bar{S}\bar{P}$四次類可能有的組合

	SP	$S\overline{P}$	$\overline{S}P$	$\overline{S}\,\overline{P}$
1.	O	—	—	—
2.	—	O	—	—
3.	—	—	O	—
4.	—	—	—	O
5.	O	O	—	—
6.	O	—	O	—
7.	O	—	—	O
8.	—	O	O	—
9.	—	O	—	O
10.	—	—	O	O
11.	O	O	O	—
12.	O	O	—	O
13.	O	—	O	O
14.	—	O	O	O
15.	O	O	O	O
16.	—	—	—	—

茲將SP，$S\overline{P}$，$\overline{S}P$，$\overline{SP}$等四個次類的十六種可能的組合分別圖解於後，求得A.E.I.O.等命題的眞値表

1:SP=O，$S\overline{P} \neq O$，$\overline{S}P \neq O\overline{SP} \neq O$



圖（18）

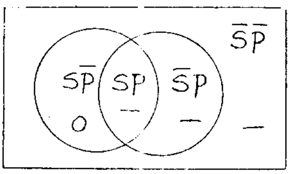
此圖表示：SAP是假的，PAS是假的。

SEP是眞的，POS是眞的。

SIP是假的，$\overline{SEP}$是假的。

SOP是眞的，$\overline{SIP}$是眞的。

2：$SP \neq O$，$S\overline{P} = O$，$\overline{S}P \neq O$，$\overline{SP} \neq O$



圖（19）

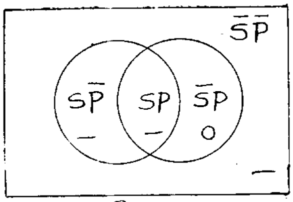
此圖表示：SAP是眞的。　PAS是假的。

SEP是假的。　POS是眞的。

SIP是眞的。　$SE\overline{P}$是假的。

SOP是假的。　$SI\overline{P}$是眞的。

3：$SP \neq O$，$S\overline{P} \neq O$，$\overline{S}P = O$，$\overline{SP} \neq O$



圖(20)

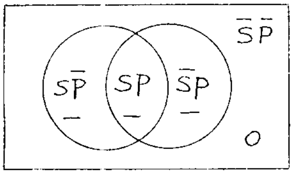
此圖表示：SAP是假的。　PAS是真的。

SEP是假的。　POS是假的。

SIP是真的。　$\bar{S}E\bar{P}$是假的。

SOP是真的。　$\bar{S}I\bar{P}$是真的。

4：$SP \neq 0$，$S\bar{P} \neq 0$，$\bar{S}P \neq 0$，$\bar{S}\bar{P} = 0$



圖(21)

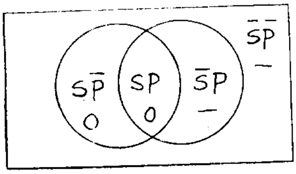
此圖表示：SAP是假的。　PAS是假的。

SEP是假的。　POS是真的。

SIP是真的。　$\bar{S}E\bar{P}$是真的。

SOP是真的。　$\bar{S}I\bar{P}$是假的。

5：$SP = 0$，$S\bar{P} = 0$，$\bar{S}P \neq 0$，$\bar{S}\bar{P} \neq 0$



圖(22)

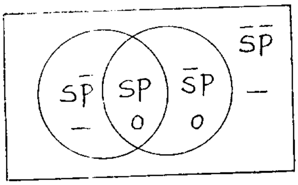
此圖表示：SAP是真的。　PAS是假的。

S＝O　SEP是真的。　POS是真的。

SIP是假的。　$\bar{S}E\bar{P}$是假的。

SOP是假的。　$\bar{S}I\bar{P}$是真的。

6：$SP = 0$，$S\bar{P} \neq 0$，$\bar{S}P = 0$，$\bar{S}\bar{P} \neq 0$



圖(23)

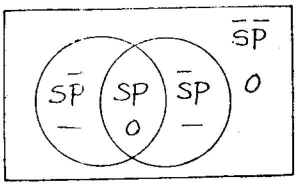
此圖表示：SAP是假的。　PAS是真的。

P＝O　SEP是真的。　POS是假的。

SIP是假的。　$\bar{S}E\bar{P}$是假的。

SOP是真的。　$\bar{S}I\bar{P}$是真的。

7：$SP = 0$，$S\bar{P} \neq 0$，$\bar{S}P \neq 0$，$\bar{S}\bar{P} = 0$



圖(24)

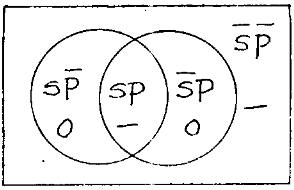
此圖表示：SAP是假的。　PAS是假的。

SEP是真的。　POS是真的。

SIP是假的。　$\bar{S}E\bar{P}$是真的。

SOP是真的。　$\bar{S}I\bar{P}$是假的。

8：$SP \neq 0$，$S\bar{P} = 0$，$\bar{S}P = 0$，$\bar{S}\bar{P} \neq 0$



圖（25）

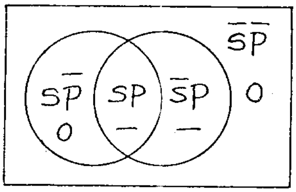
此圖表示：SAP是眞的。　PAS是眞的。

S＝P　SEP是假的。　POS是假的。

SIP是眞的。　$\bar{S}E\bar{P}$是假的。

SOP是假的。　$\bar{S}I\bar{P}$是眞的。

9：$SP\neq 0$，$S\bar{P}=0$，$\bar{S}P\neq 0$，$\bar{S}\bar{P}=0$



圖（26）

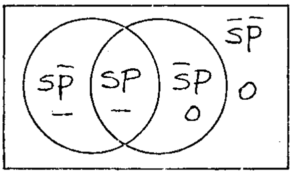
此圖表示：SAP是眞的。　PAS是假的。

P＝I　SEP是假的。　POS是眞的。

SIP是眞的。　$\bar{S}E\bar{P}$是眞的。

SOP是假的。　$\bar{S}I\bar{P}$是假的。

10：$SP\neq 0$，$S\bar{P}\neq 0$，$\bar{S}P=0$，$\bar{S}\bar{P}=0$



圖（27）

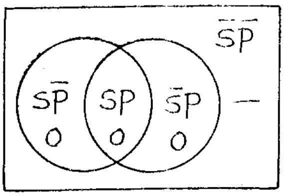
此圖表示：SAP是假的。　PAS是眞的。

SEP是假的。　POS是假的。

SIP是眞的。　$\bar{S}E\bar{P}$是眞的。

SOP是眞的。　$\bar{S}I\bar{P}$是假的。

11：$SP=0$，$S\bar{P}=0$，$\bar{S}P=0$，$\bar{S}\bar{P}\neq 0$



圖（28）

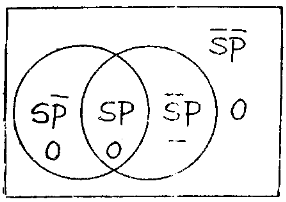
此圖表示：SAP是眞的。　PAS是眞的。

S＝O　SEP是眞的。　POS是假的。

P＝O　SIP是假的。　$\bar{S}E\bar{P}$是假的。

$\bar{S}\bar{P}$＝I　SOP是假的。　$\bar{S}I\bar{P}$是眞的。

12：$SP=0$，$S\bar{P}=0$，$\bar{S}P\neq 0$，$\bar{S}\bar{P}=0$



圖（29）

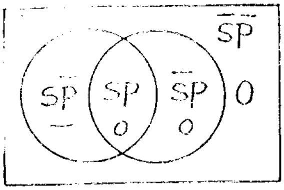
此圖表示：SAP是眞的。　PAS是假的。

S＝O　SEP是眞的。　POS是眞的。

P＝I　SIP是假的。　$\bar{S}E\bar{P}$是眞的。

SOP是假的。　$\bar{S}I\bar{P}$是假的。

13：$SP=O$，$S\bar{P}\neq O$，$\bar{S}P=O$，$\bar{S}\bar{P}=O$



圖(30)

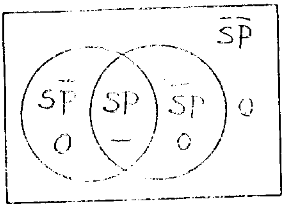
如圖表示：SAP是假的。　PAS是眞的。

S = I　　SEP是眞的。　POS是假的。

P = O　　SIP是假的。　$\bar{S}E\bar{P}$是眞的。

SOP是眞的。　$\bar{S}I\bar{P}$是假的。

14：$SP\neq O$，$S\bar{P}=O$，$\bar{S}P=O$，$\bar{S}\bar{P}=O$



圖(31)

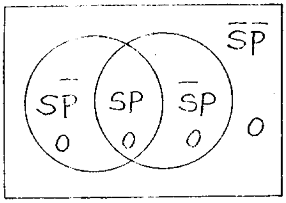
如圖表示：SAP是眞的。　PAS是眞的。

SEP是假的。　POS是假的。

SIP是眞的。　$\bar{S}E\bar{P}$是眞的。

SOP是假的。　$\bar{S}I\bar{P}$是假的。

15：$SP=O$，$S\bar{P}=O$，$\bar{S}P=O$，$\bar{S}\bar{P}=O$



圖(32)

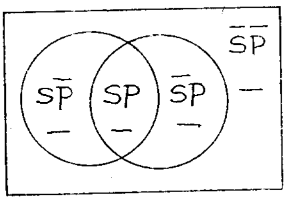
此圖表示：SAP是眞的。　PAS是眞的。

SEP是眞的。　POS是假的。

SIP是假的。　$\bar{S}E\bar{P}$是眞的。

SOP是假的。　$\bar{S}I\bar{P}$是假的。

16：$SP\neq O$，$S\bar{P}\neq O$，$\bar{S}P\neq O$，$\bar{S}\bar{P}\neq O$



圖(33)

此圖表示：SAP是假的。　PAS是假的。

SEP是假的。　POS是眞的。

SIP是眞的。　$\bar{S}E\bar{P}$是假的。

SOP是眞的。　$\bar{S}I\bar{P}$是眞的。

從以上十六種可能的組合的圖解分析，我們可得到 SAP,SEP,SIP,SOP 等命題的眞值表如下表：（表內「T」代表眞值眞，「F」代表眞值假。）

（表2）A.E.I.O.等命題在類關係中的眞值表

	SAP	SEP	SIP	SOP	PAS	POS	$\overline{S}E\overline{P}$	$\overline{S}I\overline{P}$	
1.	F	T	F	T	F	T	F	T	
2.	T	F	T	F	F	T	F	T	
3.	F	F	T	T	T	F	F	T	
4.	F	F	T	T	F	T	T	F	
5.	T	T	F	F	F	T	F	T	S=O
6.	F	T	F	T	T	F	F	T	P=O
7.	F	T	F	T	F	T	T	F	
8.	T	F	T	F	T	F	F	T	
9.	T	F	T	F	F	T	T	F	P=1
10.	F	F	T	T	T	F	T	F	S=1
11.	T	T	F	F	T	F	F	T	S=O, P=O. $\overline{S}\overline{P}$=1
12.	T	T	F	F	F	T	T	F	S=O, P=1
13.	F	T	F	T	T	F	T	F	S=1, P=O.
14.	T	F	T	F	T	F	T	F	SP=1
15.	T	T	F	F	T	F	T	F	S=O,P=O,$\overline{S}$=O,$\overline{P}$=O
16.	F	F	T	T	F	T	F	T	

3.從不同的觀點看A.E.I.O 等命題間的關係

關於類的問題，前曾提及「空類」（null class ），及「有分子存在之類」。今再談及「全類」。所謂全類（Universal class），卽包含一切個體爲其分子之類，而以符號「 I 」或「 V 」表示之。（註24） 如在前面SP，S$\overline{P}$，$\overline{S}$P，$\overline{S}\overline{P}$四次類的十六種組合的解析中，我們可發現，在第9，12兩排中，P是全類，在第10，13兩排中，S是全類。

Rosenbloom, P.C.,在其「The Elements of Mathematical Logic」一書中，曾對「類」(class)的問題作了一個有趣的比較：在亞氏邏輯系統內無空類，在蒯英（Quine ）的邏輯系統內無空類，車米洛（Zermelo ）的邏輯系統無全類。（註25）從他們對類問題的不同觀點，我們來研究A E I O等命題間的對當關係。

（1）照亞氏邏輯系統（Aristotelian logic）無空類與全類來看（註26），如果討論界宇」內沒有空類與全類，則表2的 A E I O 等命題的眞值表，要減去第5,6,9,10,11,12,13,14,15,16 等排，而僅剩1,2,3,4,7,8, 等排。其眞值表如下表(註27)。

（表３）A.E.I.O.等命題在亞氏邏輯系統中的眞值表

	SAP	SEP	SIP	SOP	PAS	POS	$\bar{S}E\bar{P}$	$\bar{S}I\bar{P}$
1.	F	T	F	T	F	T	F	T
2.	T	F	T	F	F	T	F	T
3.	F	F	T	T	T	F	F	T
4.	F	F	T	T	F	T	T	F
7.	F	T	F	T	F	T	T	F
8.	T	F	T	F	T	F	F	T

從這個眞值表中，我們可以看出：

(a)SAP與SOP，SEP與SIP間是矛盾關係。

(b)SAP與SEP間是相反關係。

(c)由SAP至SIP，及由SEP至SOP是上蘊涵關係。

(d)由SIP至SAP，及由SOP至SEP是次蘊涵關係。

(e)SIP與SOP是次相反關係。

此外，我們又可看出：

(f)PAS與POS間是矛盾關係。$\bar{S}E\bar{P}$與$\bar{S}I\bar{P}$間是矛盾關係。

(g)SAP與PAS，SOP與POS，SEP與$\bar{S}E\bar{P}$，SIP與$\bar{S}I\bar{P}$間是獨立關係（註28）。

（２)如照蒯英(Quine) ）邏輯系統無空類來說，則作者可代爲推出AEIO等命題的眞值表如下表：

（表４）A.E.I.O..等命題在蒯英邏輯系統中的眞值表

	SAP	SEP	SIP	SOP	PAS	POS	$\bar{S}E\bar{P}$	$\bar{S}I\bar{P}$
1.	F	T	F	T	F	T	F	T
2.	T	F	T	F	F	T	F	T
3.	F	F	T	T	T	F	F	T
4.	F	F	T	T	F	T	T	F
7.	F	T	F	T	F	T	T	F
8.	T	F	T	F	F	T	T	F
9.	T	F	T	F	T	F	T	F

10.	F	F	T	T	T	F	T	F
14.	T	F	T	F	T	F	T	F
16.	F	F	T	T	F	T	F	T

從這個眞值表中，可以看出：

(a) S A P與S O P，S E P與S I P間是矛盾關係。

(b) S A P與S E P間是相反關係。

(c)由S A P至S E P，及由S E P至S O P是上蘊涵關係。

(d)由S O P至S E P，及由S I P至S A P是次蘊涵關係。

(e) S I P與S O P間是次相反關係。

此外，我們又可看出：

(f) P A S與P O S間是矛盾關係。$\overline{SEP}$與$\overline{SIP}$間亦是矛盾關係。

(g) S A P與P A S，S O P 與 P O S，S E P 與 $\overline{SEP}$，S I P與$\overline{SIP}$間都是獨立關係。

(3)如照車米洛（Zermelo）邏輯系統無全類的看法，則作者可代爲推出A E I O等命題的眞值表如下表：

（表5）A E I O等命題在車氏邏輯系統中的眞值表

	SAP	SEP	SIP	SOP	PAS	POS	$\overline{SEP}$	$\overline{SIP}$
1.	F	T	F	T	F	T	F	T
2.	T	F	T	F	F	T	F	T
3.	F	F	T	T	T	F	F	T
4.	F	F	T	T	F	T	T	F
5.	T	T	F	F	F	T	F	T
6.	F	T	F	T	T	F	F	T
7.	F	T	F	T	F	T	T	F
8.	T	F	T	F	T	F	F	T
15.	T	T	F	F	T	F	T	F
16.	F	F	T	T	F	T	F	T

從這個眞值表中，可以看出S A P，S E P，S I P，S O P等命題在車米洛（Zermelo）邏輯系統中的對當關係是：

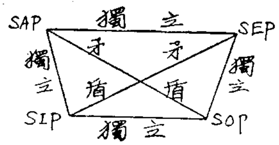
(a)SAP與SOP，SEP與SIP間是矛盾關係。

(b)SAP與SEP兩命題間有同眞同假的情形，故此兩命題間不是相反關係，而是獨立關係了。

(c)從眞值表中5排及15排，有SAP是眞，SIP是假的情形，故由SAP至SIP不是上蘊涵關係，由SIP至SAP亦不是次蘊涵關係。同時，從眞值表的5排，15排，有SEP是眞，SOP是假的情形，故由SEP至SOP不是上蘊涵關係，由SOP至SEP亦非次蘊涵關係了。因此可知：SAP與SIP，SEP與SOP間是獨立關係了。

(d)SIP與SOP間不是次相反關係，而是獨立關係了。

於是SAP，SEP，SIP，SOP等命題間的對當關係如下圖：



圖(34)

此外，我們又可看出：

(e)PAS與POS，$\overline{SEP}$與$\overline{SIP}$間是矛盾關係。

(f)SAP與PAS，SEP與$\overline{SEP}$間是獨立關係，SOP與POS，SIP與$\overline{SEP}$間亦是獨立關係。

(4)假若S類＝O，則SAP，SEP，SIP，SOP等命題間的對當關係，我們亦可從眞值表中求得：

在S＝O時，表2僅剩下5,11,12,15等排，其眞值表如下表：

(表6)在S＝O時，A.E.I.O.等命題的眞值表

	SAP	SEP	SIP	SOP	PAS	POS	$\overline{SEP}$	$\overline{SIP}$
5.	T	T	F	F	F	T	F	T
11.	T	T	F	F	T	F	F	T
12.	T	T	F	F	F	T	T	F
15.	T	T	F	F	T	F	T	F

從這個眞值表中，可以看出：

(a) SAP與SEP，SEP與SIP間是矛盾關係。

(b) 由於SAP與SEP兩命題同眞，故此兩命題間不是相反關係了。（此與傳統對當關係不同）

(c) 由於SIP與SOP兩命題同假，故此兩命題間不是次相反關係了。（此與傳統對當關係不同）

(d) 由於SAP是眞，SIP是假，故由SAP至SIP不是上蘊涵關係，由SIP至SAP亦非次蘊涵關係了。由於SEP是眞，SOP是假，故由SEP至SOP不是上蘊涵關係，由SOP至SEP亦非次蘊涵關係了。（此與傳河對當關係不同）

所以，當S＝O時，傳統的對當關係僅剩下矛盾關係，其餘的關係均不存在了。

此外，我們又可看出：

(e) PAS與POS，$\overline{SEP}$與$\overline{SIP}$間是矛盾關係。

(f) SAP與PAS，SEP與$\overline{SEP}$間是獨立關係，SOP與POS，SIP與$\overline{SIP}$間是獨立關係。

(5)假若P類等於O，則SAP，SEP，SIP，SOP等命題間的對當關係，我們亦可從眞值表中求得：

當P＝O時，SAP，SEP，SIP，SOP等命題的眞值表如下表7：

（表7）在P＝O時，A.E.I.O.等命題的眞值表

	SAP	SEP	SIP	SOP	PAS	POS	$\overline{SEP}$	$\overline{SIP}$
6.	F	T	F	T	T	F	F	T
11.	T	T	F	F	T	F	F	T
13.	F	T	F	T	T	F	T	F
15.	T	T	F	F	T	F	T	F

從這個眞值表中，可以看出：

(a) SAP與SOP，SEP與SIP間是矛盾關係。

(b) SAP與SEP因有同眞的情形，故此兩命題間不是相反關係了。（此與傳統對當關係不同）

(c) 由SAP至SIP不是上蘊涵關係，由SIP至SAP亦不是次蘊涵關係

。同時，由ＳＥＰ至ＳＯＰ不是上蘊涵關係，由ＳＯＰ至ＳＥＰ亦不是次蘊涵關係了。（此與傳統對當關係不同）

(d) ＳＩＰ與ＳＯＰ兩命題間因有同假的情形，故此兩命題間不是次相反關係了。（此與傳統對當關係不同）

所以，當Ｐ類＝Ｏ時，傳統的對當關係除矛盾關係外，均不存在了。

(四)從複命題的觀點解釋A.E.I.O.四命題間的對當關係

在Ｓ≠Ｏ（Ｓ存在）的假設下，傳統的Ａ．Ｅ．Ｉ．Ｏ．四命題的形式可以表示如下：（註29）

Ａ：凡Ｓ是Ｐ且有物是Ｓ（Every S is P and something is S）

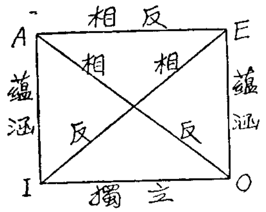
Ｅ：無Ｓ是Ｐ且有物是Ｓ（Not a single S is P and something is S）

Ｉ：有Ｓ是Ｐ且有物是Ｓ（Some S is P and something is S）

Ｏ：有Ｓ不是Ｐ且有物是Ｓ（Some S is not P and something is S）

這四個命題都是用「且」（and）連接而成的複命題。這種複命題邏輯上稱為「合取命題」（Conjunction）。「凡Ｓ是Ｐ」與「有物是Ｓ」是合取命題的「成分命題」（Component proposition）。合取命題必須當其「成分命題」都是眞時，才是眞的。假若有一個成分命題是假時，則整個命題就是假的。（註30）

因此，假若沒有Ｓ（即Ｓ＝Ｏ），則「有物是Ｓ」這一成分命題就是假的。由於「有物是Ｓ」這一成分命題是假的，故Ａ．Ｅ．Ｉ．Ｏ，這四個合取命題都是假的。如此，則傳統的對當關係均將變更，如下圖所示。



圖(35)

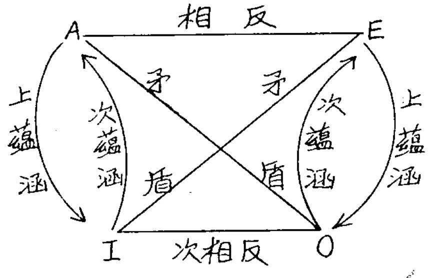
由於Ａ與Ｅ兩命題同假，故此兩命題間是相反關係。

由於Ａ命題是假的，Ｏ命題也是假的，故Ａ，Ｏ兩命題間不是矛盾關係，而是相反關係了。同理可知，Ｅ，Ｏ兩命題間也不是矛盾關係，而是相反關係了。

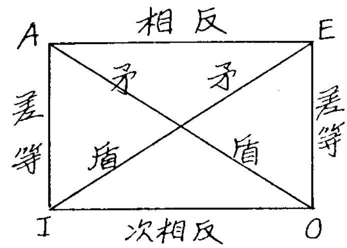
由於 I 命題是假的，O 命題也是假的，故此兩命題間不是次相反關係，而是獨立關係了。

三、結　論

(一)根據傳統的分析，在 S ≑ O 的假設下，A . E . I . O . 四命題間的對當關係共有矛盾，相反，次相反，差等 (subaltern) 四類，而以一個對當方形 (Square of Opposition) 表示。但據作者研究的結果，認爲由 A 命題至 I 命題的關係，與由 I 命題至 A 命題的關係，不是對稱的關係 (Symmetrical relations) ，而以「差等關係」稱之，殊欠明晰。故作者認爲應以下面的「 A圖 」代替傳統的對當方形 (B圖)，以表示傳統的對當關係。並稱由 A 命題至 I 命題的對當關係，及由 E 命題至 O 命題的對當關係，爲「上蘊涵關係」(Super-implication)；由 I 命題至 A 命題，及由 O 命題至 E 命題的對當關係，爲「次蘊涵關係」(Sub-implication)。如此，可將傳統的對當關係明晰地表示出來。



(A 圖)



(B圖) 對當方形

(二)當 S ≑ O 時，A . E . I . O . 四命題間的對當關係，可以歐拉圓 (Enler's Circles)，類的關係明確地解釋出來。

(三)從類的關係方面研究；S A P，S E P，S I P，S O P 等四命題間的對當關係，可總括如下數點。

1. 照亞里士多德邏輯系統無空類與全類看，S A P，S E P，S I P，S O P 四命題間的對當關係與傳統的對當關係相同。

2. 如照蒯英 (Quine) 邏輯系統無空類 (null class) 看，S A P，S E P，S I P，S O P 四命題間的對當關係與傳統的對當關係亦同。

3. 如照車米洛 (Zermelo) 邏輯系統無全類 (Universal class) 看，則 S A P，

SEP，SIP，SOP四命題在傳統上的對當關係，除矛盾關係外，其餘的關係均不存在了。

4.當S類＝O，或P類＝O時，SAP，SEP，SIP，SOP等四命題在傳統上的對當關係，僅剩下矛盾關係，其餘的關係均不存在了。

最後，作者必須提出的，就是從本文的研究中發現目前我國中文理則學（邏輯）書中有以下兩項錯誤：（註31）

1.對A.E.I.O四命題中I與O兩特稱命題量詞「Some」用法的誤解：「Some」這個量詞，在英文邏輯（logic） 上的用法，是指從至少一個，以至可能全部（或不排斥全部）。而中文理則學（邏輯）書則將這個量詞譯爲「有些」「若干」等字，「有些」「若干」在理則學（邏輯）上的用法是說「不祇一個，也不會是全部」。如果中文所講的邏輯與英文所講的邏輯是一樣的，則可明白看出中文理則學（邏輯）書對特稱命題量詞「Some」用法的誤解了。

2.用歐拉圓(Euler's Circles)圖解A.E.I.O.四命題的錯誤：根據西方邏輯學者的著作及一九六七年出版之哲學百科全書(The Encyclopedia of Philosophy)卷五第四〇頁，應用歐拉圓圖解A.E.I.O.四命題，發現中文理則學（邏輯）書中，如：牟宗三氏之理則學、金澍氏之邏輯，陳伯尹氏之理則學、單縱武氏之理則學、楊官璘氏之邏輯學初步，宋稚青與林如豪二氏合著之邏輯與科學方法，陳祖耀氏之理則學，及朱兆萃氏之論理學概論等書，均在用歐拉圓圖解A.E.I.O.四命題方面犯有錯誤。由於圖解的錯誤，致使傳統的對當關係無法從圖解上推論出來。

爲免學術界積非成是，貽誤青年，故將此篇拙文提出，以就教於前輩與高明。

附　註：

(註1)Bochenski, I.M., A History of Formal Logic. (1961) University of Notre Dame Press, P.58.

(註2)Emmet, E. R., The Use of Reason. (1961)虹橋.P.36

(註3)見Encyclopedia of Philosophy, V.4. P.541. (1967)
Bochenski, I.M., A History of Formal Logic. (1961).
Mace, C.A., The Principles of Logic. P.102.及見Schiller,F.C.S., Formal Logic, PP.155–156.

(註4)Encyclopaedia Britannioa, (1968)V.14, P.216.

(註5)Stebbing, L.S., A Modern Introduction to Logic. (1930)P.59.

(註6)Ibid., P.59.

(註7)Emmet, E.R., The Use of Reason. PP.36-37.

(註8)見The Encyclopedia of Philosophy, V,5, P.40. (1967) Emmet, E. R., The Use of Reason, P.32. Stebbing, L. S., A Modern Jntroduction to Logic. PP. 72-73. Schiller, F. C. S., Formal Logic. P. 155. 及 Mace, C. A., The Principles of Logic. P 104.

(註9)見Mace, C. A., The Prinoiples of Logic. P.104 及 Emmet, E. R., The Use of Reason, PP. 36-38.

(註10)牟宗三，理則學，第三十一頁，正中，民五十年版

(註11)仝註1。

(註12)仝註2。

(註13)牟宗三：理則學，第四九——五〇頁，正中，民五十年版。

(註14)金澍(卽金岳霖)：邏輯，第十六頁，商務，民五四年版。

(註15)陳伯尹：理則學，第七六——八〇頁，民五十三年版。

(註16)單繩武：理則學，第九六——一百〇一頁，三民，民五十二年版。

(註17)楊官璘：邏輯學初步。第五二一五五頁，五洲，民五六年。

(註18)宋稚青、林如豪著：邏輯與科學方法。第七〇——七二頁，自由太平洋文化事業公司，民五十四年。

(註19)陳祖耀，理則學。第六二——六四頁，三民。民五七年版。

(註20)朱兆萃：論理學概論，第六三——六九頁。啓明，民四七年版。

(註21)Blyth, John W., A Modern Introduction to Logic. P.176.

(註22)ibid., P.180.

(註23)參見Tarski, Alfred：Introducton to Logic and to the Methodology of Deductive Science. (1965) New York, Oxford University Press, P.73.

(註24)Rosenloom, P.C., The Elements of Mathematical Logic. (1950) PP.194—195.

(註25)亞氏邏輯(Aristotelian logic)假設，討論界宇內至少包含兩個分子，每個類及其補類都有一個分子。(見Blyth, John W., A Modern Introduction to Logic. (1957) P.224)

(註26)此表見Blyth, John W., A Modern Jntroduction to Logic. P.230.

(註27)所謂獨立關係：即是如有P，Q兩個命題，P的眞不受Q的眞或假的影響或限制，P的假不受Q的眞或假的影響或限制，則此兩命題間就是獨立關係(independence)。

(註28)見Stebbing, L. S., A Modern Jntroduction to Logic. P.75.

(註29)見Quine, Willard Van Orman：Mathematical Logic. (1967)P.11.

(註30)詳本文第九頁至第十三頁。